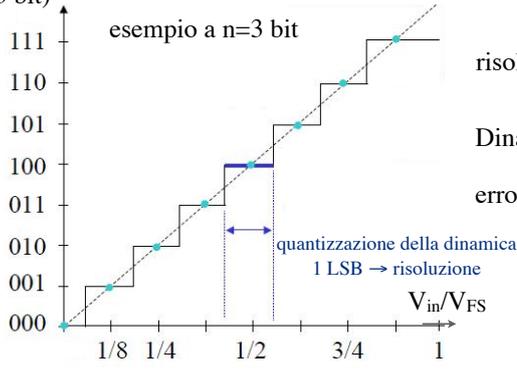




## Convertitori A/D

Uscita  
(3 bit)

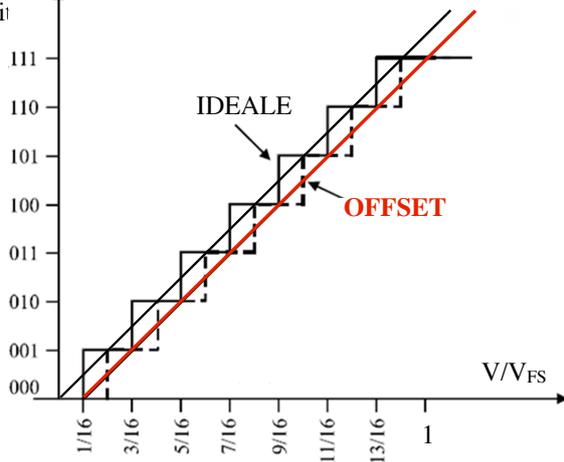


risoluzione: 1 LSB  $\rightarrow \frac{V_{FS}}{2^n}$

Esempio:  $V_{FS} = 10$  V.  
ADC da 8 bit  $\rightarrow$  risoluzione 39 mV  
ADC da 12 bit  $\rightarrow$  risoluzione 2.44 mV

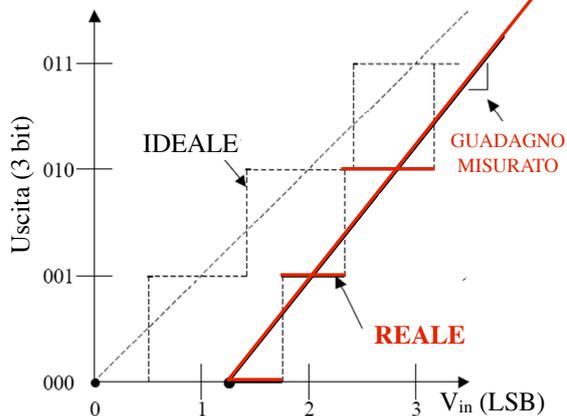
## Errore di offset

Uscita  
(3 bit)



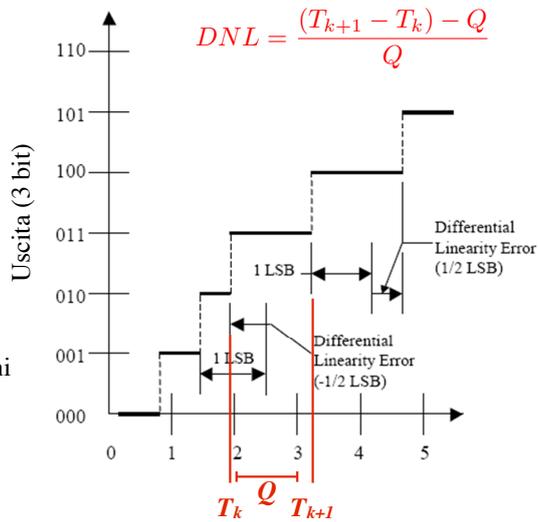
## Errore di guadagno

esempio a n=3 bit



## Errore di non linearità differenziale (DNL)

esempio a n=3 bit



È "locale", indica quanto le commutazioni avvengono a intervalli diversi dal LSB

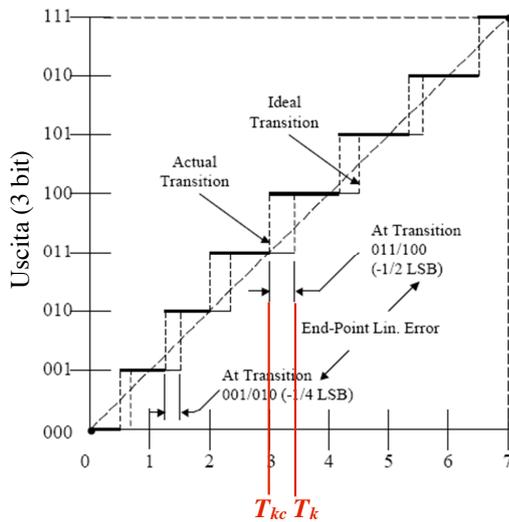
## Errore di non linearità integrale (INL)

esempio a n=3 bit

$$INL = \frac{(T_{kc} - T_k)}{FS} \cdot 100$$

(calcolata in percentuale rispetto al FS)

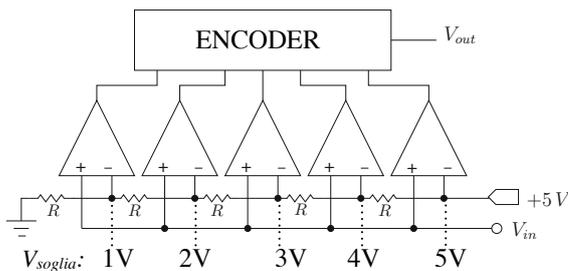
Risente di errori nelle commutazioni precedenti ("integrale")



## Convertitore FLASH

o convertitore parallelo

dato dalla tabella della verità dell'encoder



| Ingresso $V_{in}$ (V) | Uscita $V_{out}$ (V) | $\langle V_{in} \rangle$ (V) |
|-----------------------|----------------------|------------------------------|
| $0 < V_{in} < 1$      | 0                    | 0.5                          |
| $1 < V_{in} \leq 2$   | 1                    | 1.5                          |
| $2 < V_{in} \leq 3$   | 2                    | 2.5                          |
| $3 < V_{in} \leq 4$   | 3                    | 3.5                          |
| $4 < V_{in} \leq 5$   | 4                    | 4.5                          |
| $5 < V_{in}$          | 5                    | >5 (indef)                   |

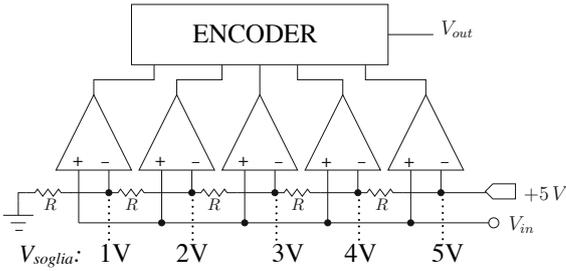
(schema di principio)

- qualunque ingresso fra due soglie produce con stessa probabilità la medesima uscita → distribuzione rettangolare,  $\sigma = 1/\sqrt{12}$  V (distanza fra due soglie 1V)
- *offset*: per  $V_{in} = 0$  ho uscita  $\neq 0$
- R differenti → sorgente di incertezza (casuale)
- incertezza sul riferimento → incertezza (correlata) su ciascuna misura
- limitato dal numero di comparatori

# Convertitore FLASH

o convertitore parallelo

dato dalla tabella della verità dell'encoder



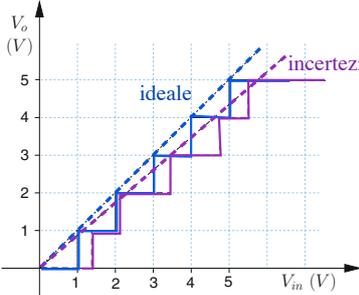
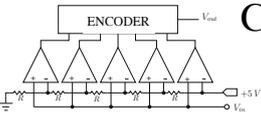
| Ingresso $V_{in}$ (V) | Uscita $V_{out}$ (V) | $\langle V_{in} \rangle$ (V) |
|-----------------------|----------------------|------------------------------|
| $0 < V_{in} < 1$      | 0                    | 0.5                          |
| $1 < V_{in} \leq 2$   | 1                    | 1.5                          |
| $2 < V_{in} \leq 3$   | 2                    | 2.5                          |
| $3 < V_{in} \leq 4$   | 3                    | 3.5                          |
| $4 < V_{in} \leq 5$   | 4                    | 4.5                          |
| $5 < V_{in}$          | 5                    | >5 (indef)                   |

(schema di principio)

- qualunque ingresso fra due soglie produce con stessa probabilità la medesima uscita → distribuzione rettangolare,  $\sigma = 1/\sqrt{12}$  V (distanza fra due soglie 1V)
- *offset*: per  $V_{in} = 0$  ho uscita  $\neq 0$
- R differenti → sorgente di incertezza (casuale)
- incertezza sul riferimento → incertezza (correlata) su ciascuna misura
- limitato dal numero di comparatori

# Convertitore FLASH

o convertitore parallelo



| Ingresso $V_{in}$ (V) | Uscita $V_{out}$ (V) | $\langle V_{in} \rangle$ (V) |
|-----------------------|----------------------|------------------------------|
| $0 < V_{in} < 1$      | 0                    | 0.5                          |
| $1 < V_{in} \leq 2$   | 1                    | 1.5                          |
| $2 < V_{in} \leq 3$   | 2                    | 2.5                          |
| $3 < V_{in} \leq 4$   | 3                    | 3.5                          |
| $4 < V_{in} \leq 5$   | 4                    | 4.5                          |
| $5 < V_{in}$          | 5                    | >5 (indef)                   |

- qualunque ingresso fra due soglie produce con stessa probabilità la medesima uscita → distribuzione rettangolare,  $\sigma = 1/\sqrt{12}$  V (distanza fra due soglie 1V)
- *offset*: per  $V_{in} = 0$  ho uscita  $\neq 0$
- R differenti → sorgente di incertezza (casuale)
- incertezza sul riferimento → incertezza (correlata) su ciascuna misura
- limitato dal numero di comparatori

# (un più realistico) Convertitore FLASH

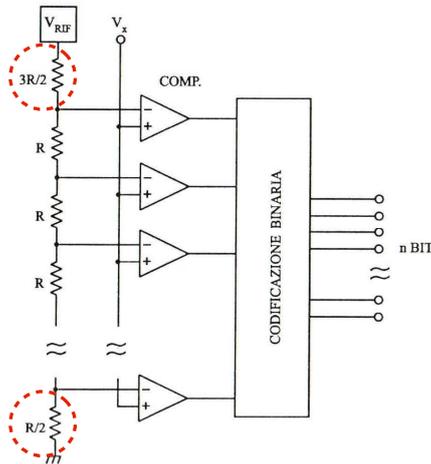
$$I = \frac{V_{ref}}{\frac{3}{2}R + \frac{1}{2}R + (N-2)R} = \frac{V_{ref}}{NR}$$

come per N resistori uguali, ma

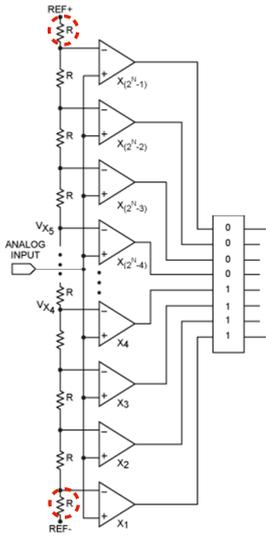
$$V_m = \left[ \frac{R}{2} + (m-1)R \right] I = \left[ m - \frac{1}{2} \right] \frac{V_{ref}}{N}$$

come per N resistori uguali, con N-1 soglie.

Soglia del livello  $m = 1$  dimezzata. Caratteristica centrata in 0.



## (un più realistico) Convertitore FLASH bipolare



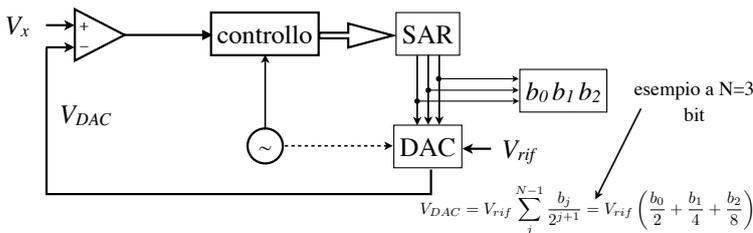
- Struttura di conversione simmetrica.
- $2^N$  resistenze,  $2^N-1$  comparatori
- dinamica bipolare divisa in  $2^{N-1}$  livelli positivi e  $2^{N-1}$  negativi
- livello di zero largo  $\pm \Delta V/2$  attorno a 0 V.
- $\Delta V = D/2N = (V_{REF+} - V_{REF-})/N$

## Convertitore FLASH

- Veloce: MHz–(qualche) GHz (lo si trova negli oscilloscopi)
  - Costoso (n bit =  $2^n$  comparatori)
  - Impedenza di ingresso bassa (parallelo di  $2^n$  comparatori)
- 
- Aumentare risoluzione  $\rightarrow$  aumentare il no. di convertitori
  - Aumenta la potenza dissipata (termica)
  - La resistenza di ingresso diminuisce ulteriormente (parallelo di molti comparatori)
  - Uniformità dei resistori
  - Ristretti intervalli di soglia  $\rightarrow$  serve elevata discriminazione dei comparatori

$\rightarrow$  convertitori pipeline, SAR

## Convertitore ad approssimazioni successive (SAR, successive approximation register) – 1



Tempo iniziale: SAR esce con 100 ( $b_0$  alto), e  $V_{DAC} = V_{rif}/2$ : prima approssimazione di  $V_x$ .

A ogni ciclo:

Il DAC porta al comparatore l'approssimazione della tensione in ingresso fornita dal SAR.

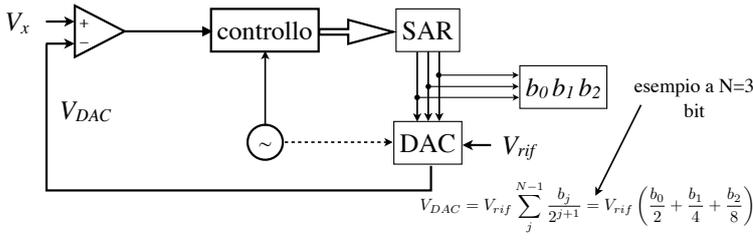
Se  $V_{DAC} < V_x$ , il controllo comanda al SAR di alzare  $b_1$   $110 \rightarrow V_{DAC} = 3/4 V_{rif}$   
 altrimenti alza  $b_1$  e abbassa  $b_0$   $010 \rightarrow V_{DAC} = 1/4 V_{rif}$

etc.

notare:

- a ogni ciclo il bit  $m+1$  viene alzato, e viene presa una decisione sul bit  $m$ .
- una volta presa una decisione su un bit, esso non cambia più.

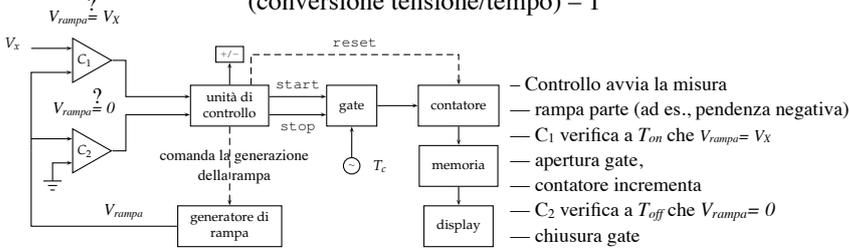
## Convertitore ad approssimazioni successive (SAR, successive approximation register) - 2



esempio a N=3 bit

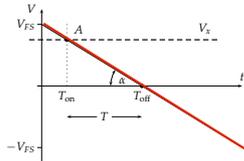
- a ogni ciclo il bit  $m+1$  viene alzato, e viene presa una decisione sul bit  $m$ .
- una volta presa una decisione su un bit, esso non cambia più.
- Il tempo necessario per giungere alla lettura (misurazione) è  $N T_c$ , dove  $T_c$  è il tempo di confronto + controllo + conversione D/A
- le commutazioni avvengono a soglia, per cui l'errore NON è  $\frac{1}{2}$  LSB, ma 1 LSB (nel caso a 3 bit,  $V_{rif}/8$ )
- svincolato dall'aumento  $2^N$  del numero di componenti al crescere del numero di bit.
- più lento dei FLASH: elaborazione sequenziale, non parallela.
- commerciali: 14 bit, alcune centinaia di kHz di frequenza operativa.

## Voltmetro a singola rampa (conversione tensione/tempo) - 1



- Controllo avvia la misura
- rampa parte (ad es., pendenza negativa)
- C1 verifica a  $T_{on}$  che  $V_{rampa} = V_x$
- apertura gate,
- contatore incrementa
- C2 verifica a  $T_{off}$  che  $V_{rampa} = 0$
- chiusura gate

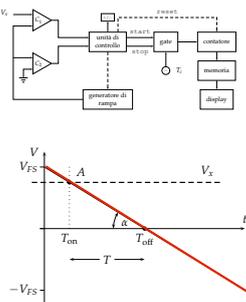
il segno di  $V_x$  è determinato dall'ordine in cui  $C_1$  e  $C_2$  scattano.



$$V_x = [T_{off} - T_{on}] \tan \alpha = N_x T_c \tan \alpha$$

$T_c$ : tempo di clock  
 $N_x$ : numero di conteggi  
 $\tan \alpha$ : parametro costruttivo

## Voltmetro a singola rampa (conversione tensione/tempo) - 3



Incertezza (errore massimo per semplicità)

$$V_x = [T_{off} - T_{on}] \tan \alpha = N_x T_c \tan \alpha$$

$$\left| \frac{\Delta V_x}{V_x} \right| = \left| \frac{\Delta \tan \alpha}{\tan \alpha} \right| + \left| \frac{\Delta T_c}{T_c} \right| + \left| \frac{\Delta N_x}{N_x} \right| = \left| \frac{\Delta \tan \alpha}{\tan \alpha} \right| + \left| \frac{\Delta T_c}{T_c} \right| + \left| \frac{1}{N_x} \right|$$

stabilità della rampa

errore di conteggio valutabile in  $\Delta T_x \pm 1$

Cause intrinseche:  
 - in generale  $[T_{off} - T_{on}] \neq N_x T_c$   
 -  $T_{off}$  e  $T_{on}$  non sono sincronizzati  
 Aumentare  $N_x \rightarrow$  ridurre l'errore di conteggio  
 (diminuire la pendenza della rampa, se non si può intervenire sul clock)

stabilità del clock

Uso di oscillatori di elevata qualità (quarzi)  
 Stabilizzazione termica

# Voltmetro a integrazione semplice

(conversione tensione-frequenza) - 1

**integratore** si apre a inizio misura, assicura  $V_{out}(t=0) = 0$

Uscita dell'integratore ( $-V_c$ ):  
se  $V_x = \text{cost}$ ,  
 $V_{out}$  è una rampa a pendenza negativa...

fino al valore di soglia  $V_s$ ,  
quando parte un impulso negativo di ampiezza  $|A_0| > \text{Imax}\{V_x\}$  e durata  $\tau_0$ , per cui l'integratore si trova  $V_{in} < 0$ , e l'integrazione procede con rampa positiva finché dopo  $\tau_0$  l'impulso cessa...

...e la rampa riprende a pendenza negativa per un tempo  $T_{out} - \tau_0$ ... [etc]

$$V_x = R_x I + \frac{q}{C} = R_x \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$= RC \frac{dV_c}{dt} + V_c \approx RC \frac{dV_c}{dt}$$

$$\Rightarrow V_c = \frac{1}{RC} \int_0^t V_x dt + V_c(0)$$

all'inizio della carica  $V_c \ll V_x$

# Voltmetro a integrazione semplice

(conversione tensione-frequenza) - 2

$V_{out}$  è quindi periodico (a parte la prima carica):  
 $V_{out}(t_1) = V_{out}(t_1 + T_{out}) = V_{out}(t_2)$   
allora, essendo

$$V_{out}(t_2) = \frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} V_{in}(t) dt + V_{out}(t_1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} V_{in}(t) dt = 0$$

$$\Rightarrow \int_{t_1}^{t_1 + \tau_0} [V_x - A_0] dt + \int_{t_1 + \tau_0}^{t_2} V_x dt = 0$$

$$\Rightarrow [V_x - A_0] \tau_0 + V_x [T_{out} - \tau_0] = 0$$

**conversione tensione-frequenza**  $\Rightarrow V_x = \frac{A_0 \tau_0}{T_{out}} = A_0 \tau_0 f_{out}$

# Voltmetro a integrazione semplice

(conversione tensione-frequenza) - 3

$$V_x = \frac{A_0 \tau_0}{T_{out}} = A_0 \tau_0 f_{out}$$

- è periodico se  $A_0 \tau_0$  è costante: impulsi stabili e calibrati.
- notare il contributo delle resistenze nel dividere  $V_x$

$$V_{x,div} = \frac{R_x}{R_1} \frac{A_0 \tau_0}{T_{out}} = \frac{R_x}{R_1} A_0 \tau_0 f_{out}$$

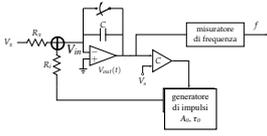
- risoluzione:  $T_{out} = NT_c$  (misurato con un contatore)

$$\Rightarrow V_{x,div} = \frac{R_x}{R_1} \frac{A_0 \tau_0}{NT_c}$$

e la risoluzione si può indicare prendendo  $N=1$

# Voltmetro a integrazione semplice

(conversione tensione-frequenza) - 4

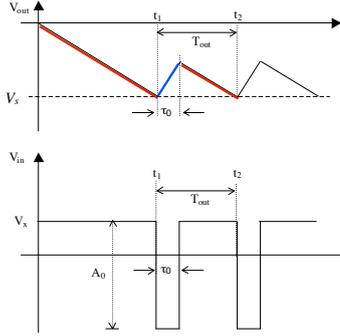


Incertezza (errore massimo)

$$\frac{\Delta V_x}{V_x} = \frac{\Delta(R_x/R_1)}{R_x/R_1} + \frac{\Delta(A_0\tau_0)}{A_0\tau_0} + \frac{1}{N} + \frac{\Delta T_c}{T_c}$$

Requisiti:

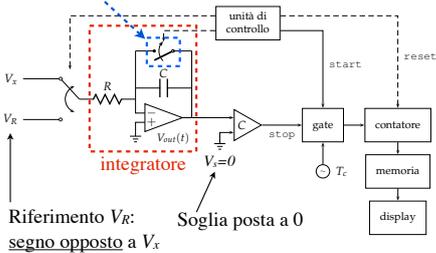
- Rapporto di resistenze preciso.
- Stabilità e calibrazione degli impulsi
- Tempo di misurazione lungo (termine 1/N)
- stabilità del clock ( $\Delta T_c$ )
- costanza di  $R_x/R_1$  e di  $C$  (termalizzazione!)



# Voltmetro a doppia rampa

(conversione tensione-tempo) - 1

si apre a inizio misura, assicura  $V_{out}(t=0) = 0$



Avvio:

- apertura dell'interruttore su  $C$
- commutatore su  $V_x$
- reset del contatore

Fase iniziale:  $V_{out}$  è rampa negativa (come nel voltmetro a integrazione semplice).

A un tempo prefissato  $T_u$ :

- l'integrazione si arresta
- il gate si apre
- il contatore avvia il conteggio degli impulsi del clock
- il commutatore va in  $V_R$

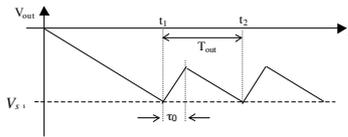
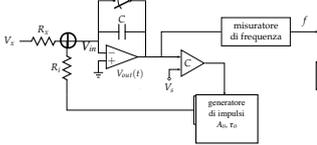
Si avvia la scarica del condensatore ( $V_R$  ha segno opposto a  $V_x$ !)

- dopo il tempo  $T_d$ ,  $V_{out}=0$ , e il gate si chiude.

Riferimento  $V_R$ :  
segno opposto a  $V_x$

Soglia posta a 0

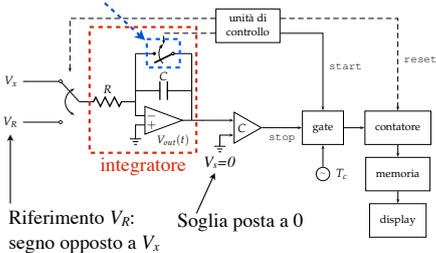
richiamo: Voltmetro a integrazione semplice



# Voltmetro a doppia rampa

(conversione tensione-tempo) - 2

si apre a inizio misura, assicura  $V_{out}(t=0) = 0$



Avvio:

- apertura dell'interruttore su  $C$
- commutatore su  $V_x$
- reset del contatore

Fase iniziale: rampa negativa (come nel voltmetro a integrazione semplice).

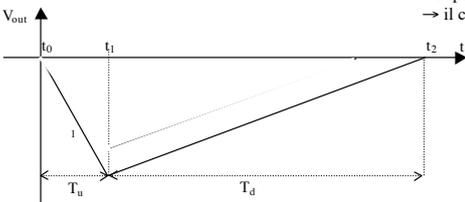
A un tempo prefissato  $T_u$ :

- l'integrazione si arresta
- il gate si apre
- il contatore avvia il conteggio degli impulsi del clock
- il commutatore va in  $V_R$

Si avvia la scarica del condensatore ( $V_R$  ha segno opposto a  $V_x$ !)

- dopo il tempo  $T_d$ ,  $V_{out}=0$ , e il gate si chiude.

→ il contatore ha contato  $N_d T_c$ , relativi alla sola scarica



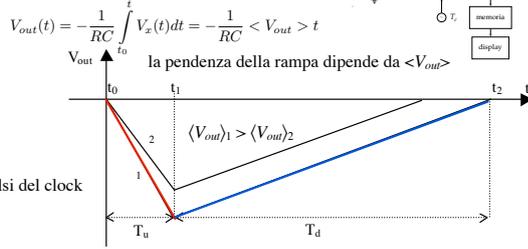
N.B.: carica e scarica avvengono con la stessa costante di tempo, se i componenti sono stabili

# Voltmetro a doppia rampa

(conversione tensione-tempo) – 3

- Avvio:
- apertura dell'interruttore su C
  - commutatore su  $V_x$
  - reset del contatore

Fase iniziale,  $t \in (t_0, T_u)$ : rampa negativa  
(fase di **runup**)



a  $T_u$ ,  $V_{out}(T_u) = -\frac{1}{RC} \langle V_{out} \rangle T_u$

$t > T_u$  (fase di **run-down**):

- l'integrazione si arresta
- il gate si apre
- il contatore avvia il conteggio degli impulsi del clock
- il commutatore va in  $V_R$

Si avvia la **scarica** del condensatore:

$$V_{out}(t) = V_{out}(T_u) + \frac{1}{RC} \int_{T_u}^t V_R(t) dt = V_{out}(T_u) + \frac{1}{RC} V_R [t - T_u]$$

- dopo il tempo  $T_d$ ,  $V_{out}=0$ , e il gate si chiude.  $V_{out}(T_u + T_d) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{RC} \langle V_{out} \rangle T_u + \frac{1}{RC} V_R T_d = 0$

ma il contatore ha contato  $N_d T_c$ , relativi alla **sola scarica**  $\Rightarrow$

$$\langle V_{out} \rangle = V_R \frac{T_d}{T_u} = V_R \frac{N_d T_c}{T_u}$$

# Voltmetro a doppia rampa

(conversione tensione-tempo) – 4

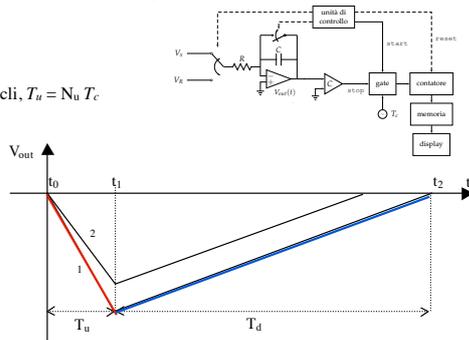
$$\langle V_{out} \rangle = V_R \frac{T_d}{T_u} = V_R \frac{N_d T_c}{T_u}$$

Il tempo  $T_u$  può essere fissato a un numero N di cicli,  $T_u = N_u T_c$

$$\langle V_{out} \rangle = V_R \frac{T_d}{T_u} = V_R \frac{N_d}{N_u}$$

stabilità a breve essenziale:

- la costante di tempo RC deve restare identica per elidersi nei calcoli
- il tempo  $T_c$  deve restare costante
- il riferimento  $V_R$  deve restare costante



# Voltmetro a doppia rampa

(conversione tensione-tempo) – 5

$$\langle V_{out} \rangle = V_R \frac{T_d}{T_u} = V_R \frac{N_d T_c}{T_u}$$

Il tempo  $T_u$  può essere fissato a un numero N di cicli,  $T_u = N_u T_c$

$$\langle V_{out} \rangle = V_R \frac{T_d}{T_u} = V_R \frac{N_d}{N_u}$$

Su  $N_u$  errore di conteggio nullo

Incertezza (errore massimo):

$$\left| \frac{\Delta \langle V_{out} \rangle}{\langle V_{out} \rangle} \right| = \left| \frac{\Delta V_R}{V_R} \right| + \left| \frac{\Delta N_d}{N_d} \right| = \left| \frac{\Delta V_R}{V_R} \right| + \frac{1}{N_d}$$

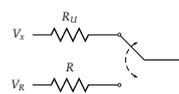
Ridurre incertezza  $\rightarrow$  incrementare  $N_d$

(aumentare i tempi  $\rightarrow$  poca pendenza:

problemi di passaggio per zero!)

Incrementare  $N_d \rightarrow$  uso diverse R nello stadio di ingresso:

$$-\frac{1}{R_u C} \langle V_{out} \rangle T_u + \frac{1}{RC} V_R T_d = 0$$



$$\langle V_{out} \rangle = \frac{R_u}{R} V_R \frac{N_d}{N_u}$$

Se  $R_u < R$ , il punto di partenza del run-down può diventare molto più alto (rampa di runup più ripida, stesso  $T_u$ )  $\rightarrow$  più conteggi in scarica!

# Voltmetro a doppia rampa

(conversione tensione-tempo) - 6

$$\langle V_{out} \rangle = V_R \frac{T_d}{T_u} = V_R \frac{N_d}{N_u}$$

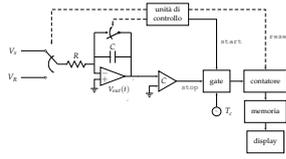
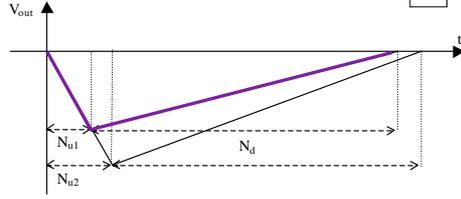
Risoluzione (1 conteggio):  $\Delta V = V_R \frac{1}{N_u}$

Portata:  $V_{FS} = V_R \frac{N_{d,max}}{N_u} = \Delta V \cdot N_{d,max}$

Tempo di misura:  $T_{mis} = T_u + T_d = (N_u + N_d) T_c$

da cui  $T_{mis} = \left[ \frac{\langle V_{out} \rangle}{V_{FS}} + \frac{V_R}{V_{FS}} \right] N_{d,max} T_c$

Tempo di misura massimo per  $\langle V_{out} \rangle = V_{FS}$



Risoluzione in contrasto con tempo di misura massimo

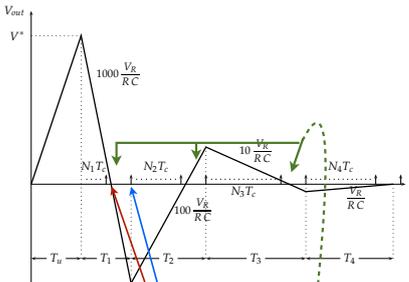
Ridurre  $V_R$  per ridurre  $T_{mis}$ ? Ma  $V_R/N_u$  deve restare costante (per non peggiorare risoluzione): **linea viola**  
 1 → Le pendenze diminuiscono → problemi di passaggio per lo zero  
 2 → il tempo di integrazione diminuisce → peggior reiezione del rumore

Si sceglie in realtà  $V_R = V_{FS}$ , e quindi  $T_{mis,max} = 2T_c N_{d,max} = 2T_c V_{FS} / \Delta V$

# Voltmetro a multirampa

(conversione tensione-tempo) - 1

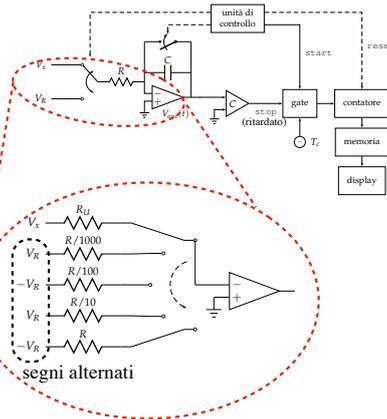
Fasi successive di carica e scarica con pendenze diverse.  $T_d$  (scarica) si riduce,  $T_u$  (carica) invariato.



**Passaggio per zero:** la rampa non si arresta  
**Impulso successivo:** si arresta la rampa e parte una nuova integrazione a pendenza diversa.

[si ripete]

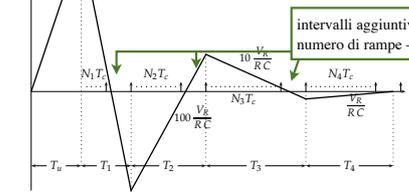
Un conteggio in più dopo ogni passaggio per zero: numero di rampe - 1



Le varie pendenze pesano i conteggi.

# Voltmetro a multirampa

(conversione tensione-tempo) - 2



Numero di cifre della misura = numero di rampe  
 Prima rampa: cifra più significativa.

Ricordiamo il doppio rampa:  $V_{out}(T_u + T_d) = V_{out}(T_u) + \frac{1}{RC} V_R T_d = V_{out}(T_u) + \frac{1}{RC} V_R (N_d T_c)$

La tensione fornita (misura) è  $V_1 + V_2 + V_3 + V_4$  con:

$$\begin{aligned} V_1 &= -V_R \frac{1000}{RC} (N_1 + 1) T_c + V^* \\ V_2 &= V_R \frac{100}{RC} (N_2 + 1) T_c + V_1 \\ V_3 &= -V_R \frac{10}{RC} (N_3 + 1) T_c + V_2 \\ V_4 &= -V_R \frac{1}{RC} N_4 T_c + V_3 \end{aligned}$$

Poiché (doppia rampa)  $V_4 = 0$ ,

sostituendo  $V_{1,2,3}$  in  $V_4$  e raggruppando:

$$V^* = -\frac{V_R T_c}{RC} [10^3 N_1 + 10^2 (9 - N_2) - 10^1 N_3 + (10 - N_4)]$$

Tempo di misura:

$$T_M = [N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + 3] T_c$$

"conteggi equivalenti"

