

Soluzioni schematiche degli esercizi aperti.

<p>La Terra ha diametro medio <math>D</math>. Il nostro pianeta produce un campo elettrico diretto verso il centro del pianeta e di intensità <math>E_T</math> alla superficie. 1] Supponendo che la carica elettrica sia distribuita in superficie, determinare la densità superficiale di carica. 2] Determinare la carica che andrebbe fornita a una particella di massa <math>m</math> perché essa levitasse (alla superficie terrestre). Si assuma che la Terra abbia forma approssimativamente sferica. Esprimere i risultati in formule e solo al termine dare i valori numerici. Dati: <math>E_T = 110 \text{ N/C}</math>    <math>m = 22 \text{ mg}</math> Facoltativo: se sulla Luna fosse depositata la medesima carica della Terra, cambierebbe (e come) il campo elettrico alla sua superficie rispetto al caso della Terra?</p>	<p>Un asteroide isolato ha forma approssimativamente sferica, con raggio medio <math>R</math>. A causa del bombardamento di raggi cosmici e di particelle cariche ha accumulato una carica elettrica non nulla, che si può immaginare distribuita uniformemente sulla superficie. Sapendo che a distanza <math>2R</math> dalla superficie dell'asteroide il campo elettrico da esso generato vale <math>E_A</math> ed è diretto verso il centro dell'asteroide, 1] determinare la densità superficiale di carica. 2] Determinare la differenza di potenziale fra la superficie dell'asteroide e l'infinito. Esprimere i risultati in formule e solo al termine dare i valori numerici. Dati: <math>E_A = 4 \text{ V/m}</math>    <math>R = 50 \text{ km}</math> Facoltativo: in seguito a una collisione il volume dell'asteroide si riduce di 8 volte (rimanendo approssimativamente sferico), mentre la carica si riduce della metà. Cambierebbe (e come) il valore della differenza di potenziale della (nuova) superficie con l'infinito?</p>	<p>La Terra ha raggio medio <math>R</math>. Il nostro pianeta produce un campo elettrico diretto verso il centro del pianeta e di intensità <math>E_T</math> alla superficie. 1] Sapendo che a distanza <math>R</math> dalla superficie il suo potenziale elettrostatico (riferito all'infinito) vale <math>V_0</math>, determinare <math>E_T</math>. 2] Determinare la massa <math>m</math> che andrebbe fornita a una particella di carica <math>q</math> perché essa levitasse (alla superficie terrestre). Si assuma che la Terra abbia forma approssimativamente sferica. Esprimere i risultati in formule e solo al termine dare i valori numerici. Dati: <math>V_0 = 350 \text{ MV}</math>; <math>R = 6380 \text{ Km}</math>; <math>q = 4.9 \mu\text{C}</math> Facoltativo: detto <math>R_L</math> il raggio medio della Luna, supponendo che la Luna originasse, a distanza <math>R_L</math> dalla sua superficie, lo stesso potenziale <math>V_0</math> (riferito all'infinito), cambierebbe (e come) il campo elettrico alla sua superficie rispetto al caso della Terra?</p>	<p>Un asteroide isolato ha forma approssimativamente sferica, con raggio medio <math>R</math>. A causa del bombardamento di raggi cosmici e di particelle cariche ha accumulato una carica elettrica non nulla, che si può immaginare distribuita uniformemente sulla superficie. Sapendo che a distanza <math>R</math> dalla superficie dell'asteroide il potenziale elettrostatico da esso generato vale <math>V_A</math> (rispetto all'infinito), 1] determinare la densità superficiale di carica. 2] Determinare il campo elettrico <math>E_A</math> nel punto in cui il potenziale (riferito all'infinito) è un quarto del suo valore alla superficie. Esprimere i risultati in formule e solo al termine dare i valori numerici. Dati: <math>V_A = 0.5 \text{ MV}</math>    <math>R = 90 \text{ km}</math> Facoltativo: in seguito a una collisione il volume dell'asteroide si riduce di 8 volte (rimanendo approssimativamente sferico), mentre la carica si riduce della metà. Cambierebbe (e come) il valore del campo elettrico alla (nuova) superficie?</p>
<p>In tutti i casi si tratta di un problema a simmetria sferica, da trattare nella regione esterna a dove la carica si trova distribuita. Pertanto, detta <math>Q</math> la carica complessiva, indicando con <math>r</math> la distanza <u>dal centro del sistema</u>, si può fare riferimento alle espressioni per l'intensità del campo elettrico <math>E</math> e per il potenziale riferito all'infinito <math>V(r)</math> (coincidenti con il caso della carica puntiforme) riportate a lato. Inoltre, detto <math>R</math> il raggio della sfera, la carica complessiva vale:</p> $Q = 4\pi R^2 \rho_S \quad [3]$		$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad [1]$ $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad [2]$	
<p>Ovviamente, <math>R = D/2</math>. Inoltre, alla superficie <math>r = D/2</math>. Sostituendo la [3] nella [1], essendo il campo diretto verso il centro (carica negativa), si ha: <math>\rho_S = -\epsilon_0 E_T \approx -0.97 \text{ nC m}^{-2}</math> Per levitare, la forza di Coulomb e la forza di gravità devono equilibrarsi: <math>mg + qE_T = 0</math> Quindi: <math>q = -mg/E_T \approx -1.96 \mu\text{C}</math></p>	<p><math>E_A = E(3R)</math> Sostituendo la [3] nella [1], essendo il campo diretto verso il centro (carica negativa), si ha: <math>\rho_S = -3^2 \epsilon_0 E_A \approx -320 \text{ pC m}^{-2}</math> Inserendo nella [2] la [1], <math>V(r) = rE(r)</math>. Inoltre, alla superficie (<math>r=R</math>): <math>E_A = E(3R) = E(R)/9</math>, quindi (campo diretto verso il centro): <math>V(R) = -9 R E_A \approx -1.8 \text{ MV}</math></p>	<p>Poiché il campo è diretto verso il centro, i dati di <math>V_0</math> e <math>q</math> vanno intesi in modulo (interpretazioni alternative –se coerenti– sono state comunque considerate positivamente). Si ha <math>V_0 = V(2R)</math>, mentre <math>E_T = E(R)</math>. Quindi: <math>E_T = 2 V_0 / R \approx 110 \text{ N/C}</math>. Per levitare, la forza di Coulomb e la forza di gravità devono equilibrarsi, quindi: <math>m = qE_T / g \approx 55 \text{ mg}</math></p>	<p>Si ha <math>V_A = V(2R)</math>. In base alle [2] e [3]: <math>\rho_S = 2\epsilon_0 V_A / R \approx 98 \text{ pC m}^{-2}</math>. Cerco <math>R'</math> tale che <math>V(R') = V(R)/4</math>. Dalla [2], <math>R' = 4R</math>. Quindi <math>E_A = E(4R) = V_A / 8R \approx 0.7 \text{ N/C}</math></p>
<p>Essendo la carica la medesima, ma il raggio minore, in base alla [3] il campo alla superficie della Luna sarebbe maggiore.</p>	<p>Il volume della sfera è <math>4\pi R^3/3</math>. Quindi se il volume si riduce a 1/8, il raggio dimezza. Scrivendo la [2] per <math>Q/2</math> e <math>R/2</math> si ottiene che il risultato non cambia.</p>	<p>Il raggio della Luna <math>R_L</math> è minore di quello della Terra. Se a distanza (dal centro) pari a <math>2 R_L</math> il potenziale fosse ancora <math>V_0</math>, il campo sarebbe <math>E(R_L) = 2 V_0 / R_L &gt; E_T</math></p>	<p>Il volume della sfera è <math>4\pi R^3/3</math>. Quindi se il volume si riduce a 1/8, il raggio dimezza. Scrivendo la [1] per <math>Q/2</math> e <math>R/2</math> si ottiene che il nuovo campo è di intensità doppia.</p>