

Si danno qui le soluzioni schematiche degli esercizi aperti.

<p>Una goccia sferica d'acqua minerale di raggio R è al potenziale V_1 (riferito all'infinito). Determinare la carica Q della goccia. Una seconda goccia, di volume pari a 1/3 della precedente, coalesce con la prima, e il potenziale della goccia raddoppia. Determinare la carica della seconda goccia.</p> <p>Si consideri l'acqua incompressibile, e si ricordino le proprietà di conduzione dell'acqua stessa.</p> <p>(facoltativo) Cambierebbero i risultati se, invece che gocce d'acqua, si considerassero sferette di cera uniformemente cariche nel volume (da rimodellare in forma di sfera dopo averle unite e mescolate)?</p> <p>Dati: $V_1 = 9 \text{ V}$; $R = 1 \text{ cm}$</p>	<p>Su una goccia sferica d'acqua minerale di raggio R è depositata una carica Q. Determinare il potenziale V_1 della goccia (riferito all'infinito). Una seconda goccia, di volume pari a 1/3 della precedente, coalesce con la prima, e il potenziale della goccia resta invariato. Determinare la carica della seconda goccia.</p> <p>Si consideri l'acqua incompressibile, e si ricordino le proprietà di conduzione dell'acqua stessa.</p> <p>(facoltativo) Cambierebbero i risultati se, invece che gocce d'acqua, si considerassero sferette di cera uniformemente cariche nel volume (da rimodellare in forma di sfera dopo averle unite e mescolate)?</p> <p>Dati: $Q = 10 \text{ pC}$; $R = 0.9 \text{ mm}$</p>	<p>Una plastilina può essere dotata di carica uniformemente distribuita nel volume. Con essa si forma una sfera di raggio R e carica totale Q. Calcolare il potenziale V_1 della superficie esterna della sfera rispetto all'infinito. Alla sfera così ottenuta si mescola una seconda sfera di plastilina di volume 7 volte maggiore della prima sfera. Il potenziale alla superficie della nuova sfera si dimezza. Calcolare la densità di carica della seconda sfera.</p> <p>Si consideri la plastilina incompressibile.</p> <p>(facoltativo) Cambierebbero i risultati se la plastilina fosse sostituita da indio (un conduttore molto malleabile a temperatura ambiente)?</p> <p>Dati: $R = 1.5 \text{ cm}$; $Q = 33 \text{ pC}$</p>	<p>Una plastilina può essere dotata di carica uniformemente distribuita nel volume. Con essa si forma una sfera di raggio R, la cui superficie si trova al potenziale V_1 rispetto all'infinito. Calcolare la densità di carica di volume della plastilina. Alla sfera così ottenuta si mescola una seconda sfera di plastilina neutra, di volume 7 volte maggiore della prima sfera. Calcolare il nuovo potenziale della superficie della sfera.</p> <p>Si consideri la plastilina incompressibile.</p> <p>(facoltativo) Cambierebbero i risultati se la plastilina fosse sostituita da indio (un conduttore molto malleabile a temperatura ambiente)?</p> <p>Dati: $R = 3 \text{ mm}$; $V_1 = 5 \text{ V}$</p>
<p>L'acqua è conduttrice, e quindi tutta la goccia è equipotenziale. Il potenziale V_1 di una sfera conduttrice di raggio R (rispetto all'infinito) è: $V_1 = Q/(4\pi\epsilon_0 R)$. Quindi:</p>	<p>Data la simmetria, il potenziale V_1 alla superficie della sfera (uniformemente carica nel volume) di raggio R (rispetto all'infinito) è: $V_1 = Q/(4\pi\epsilon_0 R)$. Quindi:</p>	<p>$Q = 4\pi\epsilon_0 R V_1 \approx 10^{-11} \text{ C} = 10 \text{ pC}$</p>	<p>$V_1 = Q/(4\pi\epsilon_0 R) \approx 100 \text{ V}$</p>
<p>$Q = 4\pi\epsilon_0 R V_1 \approx 10^{-11} \text{ C} = 10 \text{ pC}$</p>	<p>$V_1 = Q/(4\pi\epsilon_0 R) \approx 100 \text{ V}$</p>	<p>$V_1 = Q/(4\pi\epsilon_0 R) \approx 20 \text{ V}$</p>	<p>$Q = 4\pi\epsilon_0 R V_1$. Poiché $Q = \rho_S 4\pi R^3/3$, $\rho_S = 3\epsilon_0 V_1/R^2 \approx 15 \mu\text{C m}^{-3}$</p>
<p>Quando le due gocce coalescono, la carica totale diviene $Q+Q_2$ (Q_2 è la carica della seconda goccia), il volume aumenta di 1/3 e quindi il raggio aumenta di $(1+1/3)^{1/3}$. Per la goccia risultante allora si ha:</p>	<p>Mescolando le due sfere la carica totale diviene $Q+Q_2$ (Q_2 è la carica della seconda sfera), il volume diventa otto volte maggiore e quindi il raggio aumenta di $8^{1/3}=2$ Per la sfera risultante allora si ha:</p>	<p>Mescolando le due sfere la carica totale resta invariata, il volume diventa otto volte maggiore e quindi il raggio aumenta di $8^{1/3}=2$ Per il potenziale V_f della sfera risultante allora si ha:</p>	<p>Mescolando le due sfere la carica totale resta invariata, il volume diventa otto volte maggiore e quindi il raggio aumenta di $8^{1/3}=2$ Per il potenziale V_f della sfera risultante allora si ha:</p>
<p>$Q+Q_2 = 4\pi\epsilon_0(1+1/3)^{1/3}R(2V_1) = 2(1+1/3)^{1/3}Q$, da cui $Q_2 = [2(1+1/3)^{1/3}-1] Q \approx 12 \text{ pC}$ (per evitare l'uso della calcolatrice si poteva approssimare $(1+\epsilon)^\delta \approx 1+\epsilon\delta$)</p>	<p>$Q+Q_2 = 4\pi\epsilon_0(1+1/3)^{1/3}R V_1 = (1+1/3)^{1/3}Q$, da cui $Q_2 = [(1+1/3)^{1/3}-1] Q \approx 1 \text{ pC}$ (per evitare l'uso della calcolatrice si poteva approssimare $(1+\epsilon)^\delta \approx 1+\epsilon\delta$)</p>	<p>$Q+Q_2 = 4\pi\epsilon_0(2R)(V_1/2) = Q$, per cui $Q_2 = 0$, ovvero $\rho_S = 0$</p>	<p>$V_f = Q/[4\pi\epsilon_0(2R)] = 2.5 \text{ V}$</p>
<p>(Fac) No (vedi esercizi 3 e 4 accanto)</p>	<p>(Fac) No (vedi esercizi 3 e 4 accanto)</p>	<p>(Fac) Un conduttore non può essere dotato di carica di volume, e la carica si distribuirebbe in superficie. Tuttavia, considerando semplicemente le quantità di carica complessive, i risultati sarebbero uguali</p>	<p>(Fac) Un conduttore non può essere dotato di carica di volume, e quindi la prima domanda non avrebbe senso. la carica si distribuirebbe in superficie. Tuttavia, considerando semplicemente le quantità di carica complessive, il secondo risultato sarebbe identico.</p>

