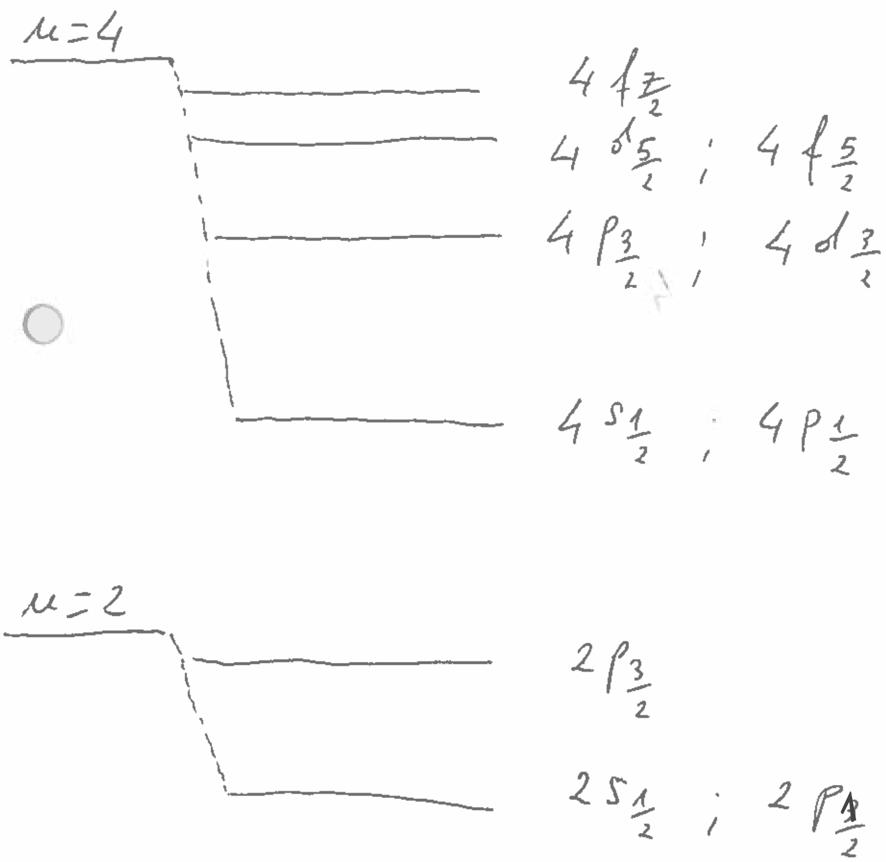
Fisica Atomica e Molecolare A.A. 2017/2018

Compito di esame del 21/01/2019

Problema 1



$$\mathcal{E}_n^{(0)} = -\frac{R_H}{n^2} \qquad \mathcal{E}_2^{(0)} = -27419 \text{ cm}^{-1}$$

$$\mathcal{E}_4^{(0)} = -6854 \text{ cm}^{-1}$$

$$\Delta \mathcal{E}_{nJ} = \mathcal{E}_n^{(0)} \frac{\alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{J+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right)$$

$\Delta \mathcal{E}_{2s_{\frac{1}{2}}} = 0.457 \text{ cm}^{-1}$; $\Delta \mathcal{E}_{2p_{\frac{3}{2}}} = 0.091 \text{ cm}^{-1}$;

$\Delta \mathcal{E}_{4s_{\frac{1}{2}}} = 0.074 \text{ cm}^{-1}$; $\Delta \mathcal{E}_{4p_{\frac{3}{2}}} = 0.029 \text{ cm}^{-1}$;

$\Delta \mathcal{E}_{4d_{\frac{5}{2}}} = 0.013 \text{ cm}^{-1}$; $\Delta \mathcal{E}_{4f_{\frac{7}{2}}} = 0.006 \text{ cm}^{-1}$

Regole di selezione: $\Delta l = \pm 1$; $\Delta J = 0, \pm 1$

$\Delta m_J = 0, \pm 1$

Sono permesse 7 transizioni:

energie in cm^{-1}

- $2S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 4P_{\frac{1}{2}}$; $4P_{\frac{3}{2}}$ (20565.0073 ; 20565.0530)
- $2P_{\frac{1}{2}} \rightarrow 4S_{\frac{1}{2}}$; $4d_{\frac{3}{2}}$ (20565.0073 ; 20565.0530)
- $2P_{\frac{3}{2}} \rightarrow 4S_{\frac{1}{2}}$; $4d_{\frac{3}{2}}$; $4d_{\frac{5}{2}}$ (20564.6421 ; 20564.6878 ; 20564.703…

$$P.R. = \frac{20565}{0.0152} \simeq 1.4 \cdot 10^6$$

$n = 4$ $\quad \mathcal{E}_{4f_{\frac{7}{2}}} - \mathcal{E}_{4f_{\frac{5}{2}}} = 0.007\ cm^{-1} \quad (\equiv \Delta \mathcal{E}_{4f})$

$$\Delta \mathcal{E}_{4f} \gg \underbrace{\frac{5}{2} g_{d_{\frac{5}{2}}} \mu_B B + \frac{7}{2} g_{f_{\frac{7}{2}}} \mu_B B}_{} = 7 \mu_B B$$

splitting energetici dovuti al campo magnetico esterno: $\Delta \mathcal{E}^B_{m_J} = g m_J \mu_B B$

con $g = \frac{2l+2}{2l+1}$ se $J = l + s$;

$g = \frac{2l}{2l+1}$ se $J = l - s$ $(l > 0)$

Dunque $B \ll 21$ gauss

$\mu = 2$

$$\Delta \mathcal{E}_{2p} = 0.366 \text{ cm}^{-1}$$

$$\Delta \mathcal{E}_{2p} \gg \frac{1}{2} g_{s\frac{1}{2}} \mu_B B + \frac{3}{2} g_{p\frac{3}{2}} \mu_B B = 3 \mu_B B$$

Dunque $B \ll 2600$ gauss

Problema 2

$$\beta = \frac{\hbar \omega_0}{4 D_e} \; ; \; k = 2 D_e \alpha^2 \; ; \; \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

$$\omega_0 = 5.6545 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} \Rightarrow \beta = 2.015 \cdot 10^{-2}$$

$$\mathcal{E}_{vJ} = \hbar \omega_0 \left(v + \frac{1}{2}\right)\left[1 - \beta\left(v + \frac{1}{2}\right)\right] + B J (J+1)$$

(trascurando la distorsione centrifuga cfr. più avanti)

$$B = \frac{\hbar^2}{2 \mu R_0^2} = 10.68 \text{ cm}^{-1}$$

@ $T = 0$ $v, J = 0$ è popolato

$v = 0 \rightarrow v = 1$ $\quad \Delta \mathcal{E} = 2882 \text{ cm}^{-1}$

L'unica linea di assorbimento eventualmente visibile ~~sarà~~ ~~ad~~ un'energia $\mathcal{E} = \hbar \omega_0 (1 - 2\beta) + 2B =$
$= 2903 \text{ cm}^{-1}$ (con transizione $J = 0 \rightarrow J = 1$)

Essendo coinvolti i numeri quantici più bassi possibili è lecito trascurare le correzioni dovute alla distorsione centrifuga.

Regole di selezione : $\Delta v = \pm 1$; $\Delta J = \pm 1$