

Prova del 1 febbraio 2002

Soluzioni dei problemi

PROBLEMA N.1

Affinché il corpo di massa m sia in equilibrio è necessario che la forza di attrito che si esercita tra i due corpi bilanci esattamente la forza peso mg . La forza di attrito massima che il contatto tra i due può esercitare è data da $\mu_s N$, dove N è la forza, orizzontale, che i due corpi si scambiano. Pertanto

$$mg \leq \mu_s N .$$

Il valore di N dipende dallo stato di moto del sistema, per cui:

1.1) Se i corpi sono fermi, N deve uguagliare la forza applicata F e quindi

$$mg \leq \mu_s F \quad \Rightarrow \quad F \geq F_1 = \frac{mg}{\mu_s} .$$

1.2) Se il cubo di massa M è lasciato libero di muoversi, senza attrito, sul piano orizzontale, la forza F produrrà un'accelerazione sull'intero sistema data da

$$a = \frac{F}{M + m} .$$

Poiché anche la sola massa m risulta accelerata con la stessa accelerazione a , la risultante delle forze orizzontali agenti su di essa deve uguagliare ma . Ciò significa che

$$F - N = ma = \frac{mF}{M + m} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{MF}{M + m} .$$

Pertanto

$$mg \leq \mu_s \frac{MF}{M + m} \quad \Rightarrow \quad F \geq F_2 = \frac{mg}{\mu_s} \left(1 + \frac{m}{M} \right) .$$

PROBLEMA N.2

Nel sistema di riferimento solidale con il proiettile (S'), al momento dell'esplosione, le velocità dei due frammenti devono essere uguali ed opposte (essendo uguali le loro masse), cioè $v'_1 = -v'_2$. Se nel sistema di riferimento dell'osservatore (S) uno dei due frammenti risulta fermo dopo l'esplosione significa che la velocità di quel frammento è esattamente controbilanciata dalla velocità V (orizzontale) di S' rispetto ad S (in particolare, si ha $V = v_0 \cos \vartheta$). Ciò fissa automaticamente anche la velocità del secondo frammento, che risulta essere anch'essa orizzontale, diretta nel verso delle x crescenti, e di modulo pari a $2V$.

Il problema potrebbe essere quindi risolto determinando la nuova traiettoria del secondo frammento e calcolando il punto di impatto al suolo. La risposta però può essere ottenuta direttamente considerando che le velocità iniziali dei due frammenti non hanno componente verticale, per cui durante il loro moto essi si troveranno sempre alla stessa quota. Lo stesso, ovviamente, si può dire del loro centro di massa, che continuerà imperturbato il suo moto e arriverà al suolo a distanza R_0 dall'origine. Poiché i due frammenti hanno la stessa massa, quando essi arriveranno al suolo si troveranno in posizioni equidistanti dal loro centro di massa. E quindi se il primo frammento si trova a distanza $R_0/2$ dall'origine, il secondo si troverà a distanza $R = 3R_0/2$, per cui $r = 3/2$.