Esame di Fisica Generale I per Elettronici (Primo modulo)

Prova del 14 settembre 2000

Soluzioni dei problemi

PROBLEMA N.1

1.1) La massima ascissa raggiunta dal punto la si ottiene dalla conservazione dell'energia meccanica imponendo che il corpo sia fermo per quella posizione:

$$E_{in} = U(x_0) + \frac{1}{2}mv_0^2; \quad E_{fin} = U(x_M)$$

da cui

$$E_{in} = E_{fin} \quad \Rightarrow \quad C\left[1 - \exp(-\alpha x_0^2)\right] + \frac{1}{2}mv_0^2 = C\left[1 - \exp(-\alpha x_M^2)\right] .$$

Risolvendo per x_M:

$$x_M = \sqrt{-\frac{1}{\alpha}\ \ln\left[\exp(-\alpha x_0^2 - \frac{mv_0^2}{2C})\right]} = 2.92 \text{ m}.$$

1.2) Come per il punto 1.1, ma imponendo che

$$E_{in} = U(x_0) + \frac{1}{2}m\left[v_0^{(min)}\right]^2 ; E_{fin} = U(\infty) .$$

Poiché $U(\infty) = C$, risolvendo per $v_0^{(min)}$:

$$v_0^{(min)} = \sqrt{\frac{2C}{m}}\ \exp(-\alpha x_0^2/2) = 2.43 \text{ m/s}.$$

PROBLEMA N.2

2.1) La quota h_{min} deve essere tale da far giungere il punto fino alla molla, con velocità nulla:

$$E_{in} = mgh_{min}; \quad E_{fin} = 0$$

Dal teorema dell'energia meccanica (F_a =Forza di attrito):

$$mgh_{min} = |F_a d| = mg\mu_d d \quad \Rightarrow \quad h_{min} = \mu_d d$$

2.2) Adesso il corpo si ferma dopo aver compresso la molla per un tratto x:

$$E_{in} = mgh; \quad E_{fin} = \frac{1}{2}kx^2; \quad |F_a| = \mu_d mg(d+x)$$

Dal teorema dell'energia meccanica:

$$mgh = \frac{1}{2}kx^2 + \mu_d mg(d+x)$$

si può determinare la compressione x:

$$x^2 + \frac{2mg\mu_d}{k}x + \frac{2mg(h-\mu_d d)}{k} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{mg}{k}\left[\sqrt{\mu_d^2 + \frac{2k(h-\mu_d d)}{mg}} - \mu_d\right] .$$

Il corpo non si muove dalla posizione di massima compressione se

$$kx < mg\mu_s \quad \Rightarrow \quad \mu_s > \frac{kx}{mg} \equiv \mu_s^{(min)}$$

Dall'espressione di x:

$$\mu_s^{(min)} = \sqrt{\mu_d^2 + \frac{2k(h-\mu_d d)}{mg}} - \mu_d$$