Esame di Fisica Generale I per Elettronici (Primo modulo)

Prova del 13 giugno 2000

Soluzioni del compito B

PROBLEMA N.1B

1.1) La velocità dal punto ha componenti cartesiane

$$\dot{x}(t) = -2\beta t R \sin\left(\beta t^2\right) , \qquad \dot{y}(t) = 2\beta t R \cos\left(\beta t^2\right)$$

per cui

$$v(t) = \sqrt{[\dot{x}(t)]^2 + [\dot{y}(t)]^2} = 2\beta R t$$

1.2) Dopo un giro si ha:

$$\beta t_1^2 = 2\pi \qquad \Rightarrow \qquad t_1 = \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}} \ .$$

Poiché

$$a_t(t) = \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} = 2\beta R , \qquad a_n(t) = \frac{v^2(t)}{R} = 4\beta^2 R t^2 ,$$

allora:

$$r = \frac{a_n(t_1)}{a_t(t_1)} = 4\pi$$

1.3) Poiché

$$a_n(t) = 4\beta^2 R t^2$$

e lo spazio percorso è

$$s(t) = R\vartheta(t) = R\beta t^2 ,$$

allora si ha

$$s = \frac{a_n}{4\beta} \ .$$

In particolare,

$$\ell = \frac{\bar{a}_n}{4\beta} = 2 \text{ m}.$$

PROBLEMA N.2B

2.1) Dalla conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2}k(l_0-l)^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \ ,$$

mentre, dalla conservazione della quantità di moto:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \ ,$$

avendo indicato con v_1 e v_2 i moduli delle due velocità. Risolvendo per $m_1 v_1^2$ e $m_2 v_2^2$:

$$m_1 v_1^2 = \frac{k(l_0-l)^2}{(1+m_1/m_2)} \ , \qquad\qquad m_2 v_2^2 = \frac{k(l_0-l)^2}{(1+m_2/m_1)} \ ,$$

per cui

$$r = \frac{E_c^{(1)}}{E_c^{(2)}} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} = \frac{m_2}{m_1} = 2 \ .$$

2.2) Dal teorema dell'energia meccanica (indicando con h_1 la quota raggiunta dal corpo 1):

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = m_1 g h_1 + \mu m_1 g \cos\vartheta \, \frac{h_1}{\sin\vartheta} = m_1 g h_1 \left(1 + \frac{\mu}{\tan\vartheta}\right)$$

da cui

$$h_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2m_1 g(1+\mu/\tan\vartheta)} = \frac{k(l_0-l)^2}{2gm_1\,(1+m_1/m_2)\,(1+\mu/\tan\vartheta)} = 0.085\mathrm{m}.$$