

Prova del 13 giugno 2000

## Soluzioni del compito A

## PROBLEMA N.1A

1.1) La coordinata curvilinea  $s$ , pari allo spazio percorso, segue la legge del moto uniformemente accelerato:

$$s(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

e l'angolo corrispondente è

$$\vartheta(t) = \frac{s(t)}{R} = \frac{\alpha t^2}{2R}.$$

Tenendo conto delle condizioni iniziali, le leggi orarie per componenti cartesiane sono quindi

$$x(t) = R \cos\left(\frac{\alpha t^2}{2R}\right), \quad y(t) = R \sin\left(\frac{\alpha t^2}{2R}\right)$$

1.2) Dopo un giro si ha:

$$\frac{\alpha t_1^2}{2R} = 2\pi \quad \Rightarrow \quad t_1 = 2\sqrt{\frac{\pi R}{\alpha}}.$$

Poiché

$$a_t(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \alpha, \quad a_n(t) = \frac{v^2(t)}{R} = \frac{\alpha^2 t^2}{R},$$

allora:

$$\phi = \arctan \frac{a_t(t_1)}{a_n(t_1)} = \arctan \frac{1}{4\pi} = 0.079 \text{ rad}$$

1.3) Poiché

$$a_n(t) = \frac{v^2(t)}{R} \quad \text{e} \quad \vartheta(t) = \frac{\alpha t^2}{2R}$$

si ha

$$\vartheta = \frac{a_n}{2\alpha}.$$

In particolare,

$$\vartheta_0 = \frac{\bar{a}_n}{2\alpha} = 2.5 \text{ rad.}$$

2.1) Dalla conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2}k(l_0 - l)^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 ,$$

mentre, dalla conservazione della quantità di moto:

$$m_1v_1 = m_2v_2 ,$$

avendo indicato con  $v_1$  e  $v_2$  i moduli delle due velocità. Risolvendo per  $v_1$  e  $v_2$ :

$$v_1 = (l_0 - l)\sqrt{\frac{k}{m_1(1 + m_1/m_2)}} = 1.83 \text{ m/s}, \quad v_2 = (l_0 - l)\sqrt{\frac{k}{m_2(1 + m_2/m_1)}} = 0.913 \text{ m/s}.$$

2.2) Dal teorema dell'energia cinetica (indicando con  $d_i$  la distanza percorsa sul piano scabro dal corpo  $i$ -esimo):

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \mu m_1 g d_1 \quad \Rightarrow \quad d_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2\mu m_1 g} = \frac{k(l_0 - l)^2}{2\mu g m_1 (1 + m_1/m_2)}$$

e

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2 = \mu m_2 g d_2 \quad \Rightarrow \quad d_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2\mu m_2 g} = \frac{k(l_0 - l)^2}{2\mu g m_2 (1 + m_2/m_1)}$$

per cui

$$\Delta x = d_1 + d_2 + 2L = \frac{k(l_0 - l)^2}{2\mu g(m_1 + m_2)} \left( \frac{m_2}{m_1} + \frac{m_1}{m_2} \right) + 2L = 0.625 \text{ m}.$$