

[A.A. 2008/2009 - Prima prova di esonero - 22 aprile 2009]

Problema n. 1a

Un punto materiale si muove sul piano xy con le seguenti leggi orarie:

$$\begin{cases} x(t) = A \sin(\omega t) \\ y(t) = A \cos^2(\omega t), \end{cases}$$

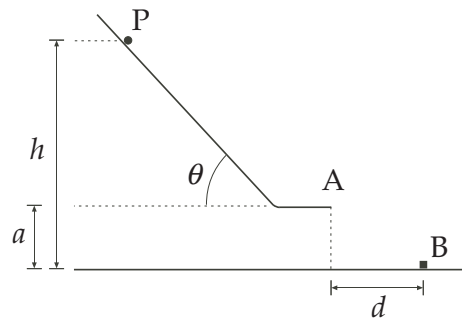
con A e ω costanti positive. Determinare:

1. l'espressione esplicita, $y(x)$, della traiettoria e disegnarne il grafico, indicando gli intervalli di variabilità di x e y ;
2. le componenti cartesiane della velocità in un istante generico t in funzione di A e ω e calcolare, assumendo $A = 10$ cm e $\omega = 2\pi$ rad/s, il modulo della velocità al tempo $t = 1/8$ s;
3. le componenti cartesiane dell'accelerazione (in forma simbolica) quando esso transita per il punto di coordinate $(0, A)$;
4. il raggio di curvatura della traiettoria (in forma simbolica) nello stesso punto.

Problema n. 2a

Il punto materiale P viene lasciato scivolare, partendo da fermo, lungo uno scivolo costituito da un piano inclinato (con angolo alla base $\theta = 45^\circ$), raccordato ad una guida orizzontale, posta alla quota $a = 50$ cm rispetto al suolo (vedi figura). Calcolare:

1. la velocità (v_A) che P deve possedere all'uscita dello scivolo (A) per colpire il bersaglio B, posto sul suolo a distanza $d = 1$ m dalla fine dello scivolo;
2. l'angolo d'impatto di P al suolo (φ_B);
3. la quota (h) da cui bisogna lasciare P affinché esso colpisca il bersaglio (supponendo lisci lo scivolo e la guida orizzontale);
4. la quota (h') da cui bisognerebbe lasciare P se lo scivolo fosse scabro, con coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.5$, e la guida orizzontale liscia.



Problema n. 3a

Una sbarra omogenea di lunghezza $L = 1$ m e massa $m = 2$ kg è incernierata senza attrito all'asse orizzontale O, posto su una parete verticale. Essa è tenuta in equilibrio nella posizione mostrata in figura, con $\theta = 60^\circ$, mediante un filo orizzontale (f) collegato alla parete stessa.

1. Calcolare la tensione del filo (T).
2. Calcolare il modulo della reazione (R) esercitata dal perno nella condizione di equilibrio.
3. Se il filo viene tagliato, determinare l'energia cinetica (E_c) posseduta dalla sbarra nell'istante in cui essa raggiunge la posizione verticale.
4. Determinare la velocità tangenziale (v) dell'estremo libero della sbarra nello stesso istante.

