Test di esempio: Gruppo 2 - Soluzioni commentate

1. E' un problema unidimensioonale di composizione delle velocità. Un oggetto, che si muove con velocità v nel sistema S (il sistema "fisso"), viene osservato dal sistema di riferimento S', che si muove con velocità u rispetto ad S. In questo caso, prendendo la coordinata verticale crescente verso l'alto, il sistema S' si muove con la velocità propria di un moto uniformemente accelerato, e in particolare $u = u_0 - gt$, con u_0 costante. Anche la velocità dell'oggetto, misurata nel sistema S, è quella di un moto uniformemente accelerato, con la stessa accelerazione, per cui $v = v_0 - gt$ con v_0 costante. La velocità misurata nel sistema S', cioè v', è legata a v e a u dalla legge di composizione delle velocità: $v' = v - u$. Pertanto, $v' = v_0 - gt - (u_0 - gt) = v_0 - u_0 =$ costante. [c]

2. L'accelerazione del sistema complessivo (costituito dai due corpi e dalla fune) può essere ricavata dal II principio della dinamica: $F = (m + 2m)a \Rightarrow a = F/(3m)$. Adesso, applicando il II principio al solo corpo di massa m, su cui la fune esercita la forza T, si ha $T = ma \Rightarrow T = mF/(3m) = F/3$. [a]

3. Poiché le due forze agiscono secondo direzioni mutuamente ortogonali, la loro risultante ha modulo pari a $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 10$ N (teorema di Pitagora). Tale è il valore della forza necessaria per mantenere il corpo in quiete. [c]

4. Le uniche forze agenti sul corpo sono la sua forza peso e la reazione normale del piano orizzontale su cui esso è poggiato. Non vi sono forze dirette parallelamente al piano, per cui la forza di attrito esercitata sul corpo è esattamente nulla. [b]

5. In un sistema di riferimento solidale con la Terra (S), il grave ha velocità $\mathbf{v}(t) = (v_0 \cos\theta)\,\hat{x} + (v_0 \sin\theta - gt)\,\hat{y}$, dove v_0 è il modulo della velocità iniziale e θ è l'angolo di alzo. Osservando lo stesso moto dal sistema di riferimento S', in moto rispetto ad S con velocità costante $\mathbf{u}$, si vede il corpo muoversi con la velocità $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{u}$. La traiettoria del corpo nel sistema S' è rettilinea se solo una delle componenti cartesiane di $\mathbf{v}'$ é diversa da zero. Poiché $\mathbf{u}$ è supposta costante, l'unico modo per annullare una delle componenti di $\mathbf{v}'$ è scegliere $\mathbf{u} = v_0 \cos\theta\,\hat{x}$. In questo modo, infatti, si ha

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{u} = (v_0 \cos\theta - u)\,\hat{x} + (v_0 \sin\theta - gt)\,\hat{y} = (v_0 \sin\theta - gt)\hat{y} \ ,$$

   e il moto appare svolgersi lungo una traiettoria verticale nel sistema S'. Infine, poiché $\theta = 60°$, si dovrà prendere $\mathbf{u} = \hat{x}\, v_0/2$. [c]

6. Sia S un sistema di riferimento solidale alla riva e S' un sistema solidale con l'acqua del fiume. S' si muove rispetto ad S con velocità $\mathbf{u} = u\,\hat{x}$. La velocità della barca rispetto all'acqua è $\mathbf{v}' = (v_0 \cos\theta)\,\hat{x} + (v_0 \sin\theta)\,\hat{y}$, dove θ è l'angolo misurato rispetto alla direzione della corrente e $\hat{y}$ individua la direzione ortogonale alla riva e alla corrente. La velocità osservata nel sistema S è

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{u} = (v_0 \cos\theta + u)\,\hat{x} + (v_0 \sin\theta)\,\hat{y} \ .$$

   Il tempo che impiega la barca ad attraversare il fiume dipende solo dal valore delle componente y della velocità nel sistema S. Il valore minimo del tempo di attraversamento quindi corrisponderà al valore massimo di v_y, che si ottiene per $\theta = \pi/2$. [a]

7. Se si conoscesse il valore dell'angolo (θ) compreso tra i vettori che rappresentano le due forze in questione, il valore della risultante potrebbe essere calcolato mediante la relazione $F_{\text{tot}} = 2F\cos(\theta/2)$. Nel problema in questione, tuttavia, dicendo che le rette su cui giacciono i vettori formano tra loro un angolo di 60°, non viene specificato se l'angolo compreso tra i vettori è di 60° o di 120°. Quindi i dati non sono sufficienti. [c]

8. Si può rispondere tracciando i diagrammi di corpo libero per ciascuno dei due corpi appesi alla fune e quindi risolvendo il problema dinamico per mezzo del II principio della dinamica. L'espressione che si otterrebbe sarebbe quella corrispondente alla risposta [a]. In realtà, si può rispondere procedendo per esclusione, perché la risposta [b] non è corretta dal punto di vista dimensionale, mentre la [c] fornisce un valore assurdo (infinito) per l'accelerazione nel caso in cui le due masse sono uguali tra loro. [a]

9. Valgono considerazioni analoghe a quelle fatte in occasione del test 7. Poiché non si conosce l'angolo compreso tra le due forze, la risultante non può essere calcolata. Ciò è vero anche nel caso in cui le forze si pensino applicate lungo la stessa direzione, perché non viene specificato se le forze sono concordi ($F_{\text{tot}} = 7$ N $\Rightarrow a = F_{\text{tot}}/m = 3.5$ m/s^2) o discordi ($F_{\text{tot}} = 1$ N $\Rightarrow a = F_{\text{tot}}/m = 0.5$ m/s^2). [c]

10. Nel moto dei gravi, l'accelerazione è sempre un vettore di modulo pari a g, diretto verso il basso, qualsiasi siano il modulo e la direzione della velocità del grave. Ciò è vero anche quando si parla di "velocità iniziale". Tutto ciò che precede l'istante iniziale, e quindi un'eventuale accelerazione del grave per portarlo alla velocità iniziale, non ha alcuna influenza sul valore della accelerazione iniziale. [b]

11. La reazione normale (N) del piano orizzontale sul corpo poggiato su di esso è pari a $2p$, perché deve equilibrare la somma della forza peso del corpo (p) e della forza applicata verticalmente verso il basso (anch'essa pari a p). Pertanto, la massima forza di attrito che il piano può esercitare sul corpo è pari a $\mu N = 2p\,\mu$. Poiché il corpo si mette in movimento in seguito all'applicazione della forza orizzontale (di valore p), se ne deduce che tale forza è maggiore della massima forza di attrito, cioè $p > 2p\,\mu$, da cui $\mu < 1/2$. [c]

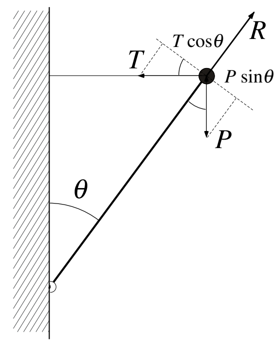
12. Qualunque corpo che si muova di moto circolare uniforme deve essere sottoposto ad una forza totale costantemente diretta verso il centro della traiettoria, di modulo pari a mv^2/R. Se la forza totale avesse anche una componente, non nulla, tangente alla traiettoria, questa imprimerebbe un'accelerezione tangenziale al corpo, che quindi non si potrebbe muovere di moto "uniforme" lungo la circonferenza. Nel caso di un moto circolare uniforme lungo una traiettoria verticale, la componente tangenziale della forza forza peso del corpo (che è diversa da zero per tutti i punti della traiettoria, tranne quello più in alto e quello più in basso) deve essere opportunamente annullata da altre forze, tangenziali, agenti sul corpo. Se il corpo fosse soggetto solo alla forza peso e alla tensione del filo che lo tiene vincolato al centro della traiettoria, nessuna forza potrebbe compensare la componente tangenziale della forza peso, perché il filo agisce esclusivamente nella direzione normale. [c]

13. Il moto di pendolo di massa m si svolge lungo una traiettoria circolare di raggio ℓ e quindi in ogni punto esso deve essere sottoposto ad una forza totale, la cui componente normale vale mv^2/ℓ. La componente tangenziale, dal canto suo, è responsabile del fatto che la velocità del pendolo varia lungo la traiettoria. Poiché le forze agenti sono la forza peso (p) e la tensione del filo (T), alla componente normale contribuiranno la tensione del filo (sempre col segno positivo) e la componente normale della forza peso (col segno negativo, se ci troviamo nella metà inferiore della traiettoria). La somma di queste due componenti deve uguagliare mv^2/ℓ. In particolare, nel punto più basso della traiettoria la componente normale della forza totale sarà data esattamente da $T - p$ per cui, se $v \neq 0$ (cioè se il pendolo non si trova in quiete nella sua posizione di equilibrio), $T > p$. [a]

14. Secondo la legge della gravitazione universale, la forza con cui si attraggono due corpi puntiformi è inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza. Per corpi sferici omogenei, la distanza da considerare è quella tra i loro centri. Per un corpo sulla superficie della Terra la forza gravitazionale è data da $F_0 = K/R_T^2$, dove R_T è il raggio terrestre e K è una costante, che tiene conto delle masse (della Terra e del corpo) e della costante di gravitazione universale. Se lo stesso corpo si trova alla quota h dalla superfiecie terrestre, la forza vale $F_h = K/(R_T + h)^2$. Il rapporto richiesto quindi vale $F_h/F_0 = [R_T/(R_T + h)]^2 = 1/(1 + h/R_T)^2 \simeq 0.83$. [b]

15. L'accelerazione di un corpo che scivola lungo un piano inclinato liscio vale $a = g \sin\alpha$, con α l'angolo di base. Se h è la quota iniziale, la lunghezza del piano inclinato è $d = h/\sin\alpha$. La velocità raggiunta alla fine del piano sarà tale che $v^2 = 2ad = 2\,g \sin\alpha\, h/\sin\alpha = 2gh$, per cui $v = \sqrt{2gh}$, ed è indipendente dall'inclinazione. [b]

16. Il sistema è quello della figura qui a lato, in cui sono mostrate tutte le forze agenti sul corpo di peso P: la forza peso, la tensione del filo e la reazione vincolare della sbarretta, che vincola il corpo a muoversi lungo una circonferenza. Per determinare le condizioni di equilibrio, conviene sviluppare le forze lungo la direzione tangente alla traiettoria (e cioè ortogonale alla sbarretta). In questo modo la relazione tra P e T la si ottiene semplicemente imponendo che la componente tangenziale della forza totale sia nulla. Poiché R non ha componenti lungo la direzione tangenziale, la condizione di equilibrio impone $T\cos\theta - P\sin\theta = 0$, da cui $T = P\tan\theta = P/\sqrt{3}$. Per inciso, la condizione di equilibrio lungo la direzione normale (parallela alla sbarretta) consente anche di calcolare il valore della reazione vincolare R, che deve essere $R = T\sin\theta + P\cos\theta$. [b]



17. Condizione necessaria perché un corpo si muova di moto rettilineo uniforme è che la risultante delle forze applicate al corpo sia nulla. Pertanto, poiché le uniche forze che agiscono nella direzione orizzontale sono la forza F e la forza di attrito, tali forze devono bilanciarsi esattamente, e il valore della forza di attrito è $F = 3$ N. [b]

18. Il corpo si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione parti a $a = g \sin\alpha$, con α l'angolo di base. Se h è la quota iniziale, la lunghezza del piano inclinato è $D = h/\sin\alpha$. Il tempo (T) necessario per arrivare alla base del piano sarà tale che $D = a\,T^2/2$, e cioè sarà $T = \sqrt{2D/a} = (\sqrt{2h/g})/\sin\alpha$. [b]

19. L'angolo massimo di un piano inclinato scabro che garantisce ad un corpo di non scivolare è $\theta_M = \arctan\mu$, dove μ è il coefficiente di attrito statico tra corpo e piano. Se $\mu = 0.5$, tale angolo massimo risulta $\theta_M \simeq 27°$. L'unica risposta corretta è quindi la [b].

20. La situazione è mostrata nella figura qui sotto. Affinché i fili forniscano le tensioni necessarie per equilibrare la forza peso, *verticale*, non possono essere *orizzontali*! Si può anche calcolare, in condizioni di equilibrio statico, quanto deve valere la tensione T in funzione dell'angolo (θ) a cui sono inclinati i due fili: la risultante delle due tensioni ha modulo $2T\sin\theta$ e deve equilibrare il peso P, per cui $T = P/(2\sin\theta)$. Minore è l'angolo θ, maggiore deve essere la tensione dei fili. Ad un angolo pari a zero (fili orizzontali) dovrebbe corrispondere una tensione infinita. [a]