

Proprietà magnetiche della materia

Corso di Fisica per Ingegneria delle Tecnologie per il Mare
Università Roma Tre

Vediamo in questa nota quali sono gli effetti della presenza di mezzi materiali sul campo magnetico generato da un'assegnata distribuzione di correnti. Cercheremo, per quanto possibile, di seguire le stesse linee adottate nella nota sulle proprietà dielettriche della materia e arriveremo a conclusioni che sono, in un certo senso, analoghe.

Occorre prima di tutto specificare che la trattazione che sarà presentata qui si basa esclusivamente su concetti di fisica classica. Questo non sarebbe giustificato perché i fenomeni magnetici a livello atomico sono determinati da proprietà prettamente quantistiche. Tuttavia, faremo ricorso ad analogie con sistemi classici, che consentono di avere un'idea, seppur grossolana, delle proprietà magnetiche della materia. Per esempio, potremo identificare ogni atomo con una spira percorsa da corrente che, quindi, da un lato risentirà delle azioni meccaniche esercitate su di essa da un campo magnetico esterno, dall'altro, produrrà essa stessa un campo magnetico intorno a sé.

Ricordiamo innanzitutto qual è l'effetto, in termini di azioni meccaniche, che un campo magnetico (diciamo, \mathbf{B}_0) esercita su una spira percorsa da corrente. La spira sarà individuata dal valore della corrente che vi scorre (i), dalla superficie della spira (S) e dal versore normale alla superficie (\hat{n}), orientato rispetto al verso della corrente secondo la regola della mano destra (o della vite). Se il campo \mathbf{B}_0 è uniforme, l'unica azione meccanica che esso esercita sulla spira è un momento torcente, che tende a orientare il versore \hat{n} nella direzione e verso del campo magnetico (Fig. 1). Sulla spira è applicata anche la risultante delle forze esercitate dal campo sui vari elementi della spira. Se il campo non è uniforme, la risultante non è nulla e quindi, dalla prima equazione cardinale del moto dei sistemi, il centro di massa della spira sarà accelerato. Si può dimostrare che la spira risulta attirata verso le regioni di spazio in cui il campo magnetico è maggiore (Fig. 2). Il comportamento di una spira percorsa da corrente immersa in un campo magnetico è quindi perfettamente analogo a quello

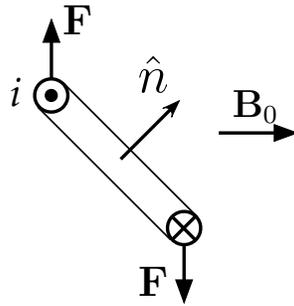


Figura 1

di un dipolo elettrico immerso in un campo elettrico. Infatti, nel caso della spira potremmo definire un momento magnetico associato $\mathbf{m} = iS\hat{n}$, perfettamente analogo al momento di dipolo elettrico utilizzato nello studio delle proprietà dielettriche della materia.

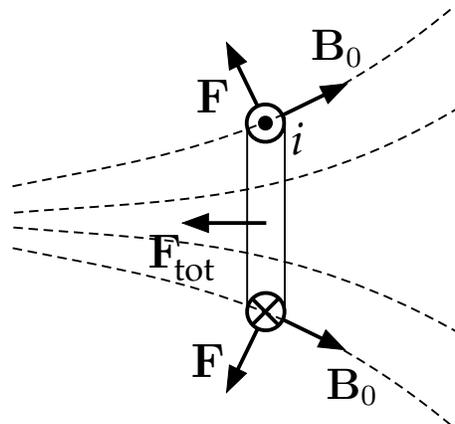


Figura 2

Detto questo, vediamo come viene modificato il campo magnetico dalla presenza di un mezzo un materiale. Per fissare le idee, pensiamo di produrre un campo magnetico uniforme in una regione di spazio. Per fare ciò utilizziamo un solenoide rettilineo indefinito, inizialmente vuoto, nel quale viene fatta scorrere la corrente i_0 . Al suo interno risulterà presente campo B_0 , uniforme e diretto lungo l'asse del solenoide. Adesso riempiamo la regione interna al solenoide con un materiale e vediamo cosa succede al campo magnetico.

Possono verificarsi diversi fenomeni, a seconda del tipo di materiale utilizzato. Cominciamo con quei materiali i cui elementi fondamentali (atomi, o molecole) pos-

siedono un proprio momento di dipolo magnetico. Adottando un modellino classico, potremo pensare a questo momento magnetico come prodotto da una spira microscopica, associata ad ogni atomo, in cui circola una corrente. Quando queste spire vengono immerse nel campo \mathbf{B}_0 , esse tendono ad allinearsi nella direzione del campo (con lo stesso verso). Il fenomeno sarà contrastato dall'agitazione termica, che tenderà a orientare le spire in direzioni casuali, ma è ragionevole pensare che, in presenza di un campo esterno, esse tendano, in media, ad essere orientate nella direzione del campo. Questo fenomeno si chiama *magnetizzazione*.

Vediamo qual è l'effetto complessivo di tale allineamento. In Fig. 3 è mostrata la sezione del solenoide. Sono anche mostrate la corrente i_0 che genera il campo \mathbf{B}_0 e le correnti associate ad alcuni atomi (supposti orientati nel verso del campo). Come si può vedere dalla figura, nell'interno del materiale le correnti associate ad atomi contigui tendono ad annullarsi a vicenda. Questo, viceversa, non accade sulla superficie del materiale, dove comparirà una corrente diversa da zero. L'effetto complessivo, quindi, sarà la comparsa di una corrente di magnetizzazione (i_m) sulle superfici del materiale, diretta come in figura. Tale corrente ha lo stesso verso di i_0 e quindi produrrà un campo magnetico di magnetizzazione (\mathbf{B}_m) che va a sommarsi al campo esterno. Il campo totale, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m$, ne risulta aumentato.

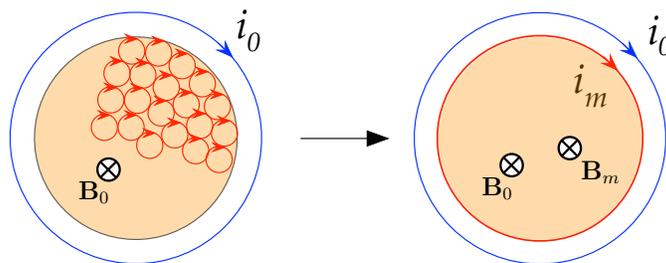


Figura 3

In molti casi si può ipotizzare che la magnetizzazione di un materiale produca un campo magnetico proporzionale al campo esterno. Mezzi di questo tipo si dicono *paramagnetici* e, per tenere conto dell'aumento del valore del campo magnetico all'interno di essi, si introduce un parametro scalare adimensionale, caratteristico del materiale, che prende il nome di *permeabilità magnetica relativa* del mezzo, tale che

$$\mathbf{B} = \mu_r \mathbf{B}_0, \quad (1)$$

con $\mu_r > 1$. Materiali paramagnetici sono, per esempio, Al, Ca, Na, e valori tipici di μ_r sono comunque molto vicini a 1 (se ne discostano tipicamente per una parte su 10^5).

Per quanto detto in precedenza, se il campo magnetico in cui è immerso un materiale paramagnetico non è uniforme, il materiale stesso risulta attratto verso le regioni di spazio in cui il campo è maggiore. Per esempio, se il campo è prodotto da una calamita, il materiale verrà attratto verso i suoi poli, dove tipicamente il campo è più intenso. Bisogna puntualizzare, tuttavia, che nel caso di materiali paramagnetici la forza di attrazione esercitata dal campo magnetico è generalmente molto minore del peso del materiale stesso, per cui tale effetto non è facilmente osservabile.

Un'altra categoria di materiali è quella costituita da atomi che non posseggono un momento di dipolo magnetico proprio. Ma anche in questo caso, come avviene per la polarizzazione di materiali dielettrici, la presenza stessa di un campo magnetico può indurre negli atomi la comparsa di un momento di dipolo magnetico. Tuttavia, a differenza di quanto succede per i materiali paramagnetici, questo dipolo magnetico indotto è orientato nella direzione del campo, ma diretto nel verso *opposto*. Non è facile spiegare come questo avvenga. Un possibile modellino classico lega questo fenomeno alla *precessione* (cioè alla rotazione) dei momenti magnetici degli elettroni che costituiscono l'atomo intorno alla direzione del campo magnetico. Oppure al fatto che, come avviene nei circuiti elettrici in presenza di campi magnetici variabili nel tempo, su tali circuiti viene indotta una corrente che, a sua volta, genera un campo magnetico che tende a opporsi alle variazioni del campo (legge di Faraday-Neumann-Lenz). In ogni caso, nessun modellino classico è in grado di dar conto esattamente di quanto avviene a livello microscopico. Per i nostri scopi è sufficiente sapere che, se gli atomi del materiale non posseggono un proprio momento di dipolo magnetico, questo viene indotto dalla presenza del campo magnetico esterno, e le spire associate a ciascun atomo tenderanno ad allinearsi nel verso opposto rispetto a quanto avviene per un materiale paramagnetico. Materiali di questo si chiamano *diamagnetici*.

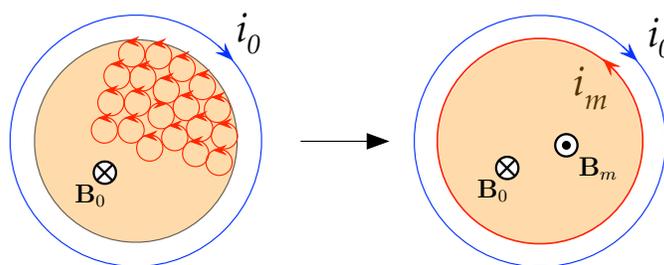


Figura 4

Per capire l'effetto complessivo di tale allineamento guardiamo la Fig. 4, dove sono mostrate la sezione del solenoide, la corrente i_0 che genera il campo \mathbf{B}_0 e le correnti

associate ad alcuni atomi (supposti orientati nel verso opposto al campo). Anche in questo caso nell'interno del materiale le correnti associate ad atomi contigui tendono ad annullarsi a vicenda, mentre questo non accade sulla superficie del materiale, dove comparirà una corrente di magnetizzazione (i_m) diversa da zero. Ma adesso tale corrente ha verso opposto a quello di i_0 e quindi produrrà un campo magnetico di magnetizzazione (\mathbf{B}_m) che va a sottrarsi al campo esterno. Il campo totale, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m$, ne risulta diminuito.

Anche per materiali diamagnetici è possibile introdurre la permeabilità magnetica relativa e quindi anche per loro si può utilizzare l'eq. (1), con l'unica differenza che ora $\mu_r < 1$. Materiali diamagnetici sono, per esempio, Ag, Au, Cu, H₂O, e valori tipici di μ_r sono comunque molto vicini a 1 (anche in questo caso se ne discostano tipicamente per una parte su 10^5).

Un'altra conseguenza del diverso allineamento dei dipoli magnetici associati agli atomi di un materiale diamagnetico, rispetto a uno paramagnetico, è che essi vengono respinti dalle regioni spaziali in cui il campo magnetico è più intenso.

C'è ancora un'altra categoria di materiali di cui vale la pena parlare: i cosiddetti materiali *ferromagnetici*, che si comportano in un modo piuttosto singolare. I loro atomi sono dotati di momento magnetico proprio (come quelli paramagnetici) ma, in virtù delle loro proprietà atomiche, il campo magnetico indotto può essere anche molto maggiore del campo esterno (anche per un fattore $10^3 \div 10^4$). Può succedere addirittura che il primo persista anche in assenza del secondo, nel qual caso si parla di *magneti permanenti*. Questo comportamento è dovuto essenzialmente al fatto che atomi vicini interagiscono in maniera molto intensa, per cui i loro dipoli magnetici tendono a rimanere allineati tra loro, riducendo enormemente l'effetto dell'agitazione termica. Per tali sostanze \mathbf{B} non è, in generale, proporzionale a \mathbf{B}_0 , per cui la relazione (1) non ha più tanto senso, a meno che non si ammetta che μ_r non è una costante ma un numero che assume valori (eventualmente molto maggiori di 1) che dipendono dall'intensità del campo. Materiali ferromagnetici sono, per esempio, Fe, Co, Ni, e molte leghe, principalmente a base di Fe. Di questi materiali parleremo ancora più avanti.

Riassumendo, per qualsiasi materiale, la presenza di un campo magnetico \mathbf{B}_0 induce sulle superfici del materiale delle correnti (i_m) che, a loro volta, producono un campo magnetico (\mathbf{B}_m) che va ad aggiungersi o a sottrarsi a \mathbf{B}_0 , aumentando o riducendo il valore del campo magnetico.

Questo pone dei problemi nell'utilizzo della legge di Ampère (per campi stazionari) qualora la si voglia utilizzare per il calcolo del campo magnetico, come abbiamo fatto in assenza di mezzi materiali. Infatti, la legge di Ampère afferma che la circuitazione del campo magnetico lungo un percorso chiuso ℓ è pari a μ_0 per la corrente

elettrica concatenata con la linea (i_c). In formule:

$$\oint_{\ell} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i_c . \quad (2)$$

Ma alla corrente concatenata contribuiscono anche le correnti di magnetizzazione, che non sono note a priori. Infatti, quelle che sono note sono le correnti cosiddette *imprese* o *di conduzione*, come la corrente i_0 dell'esempio di prima, che danno luogo al campo in assenza di mezzo materiale, cioè \mathbf{B}_0 . Esplicitando il contributo delle correnti imprese, $i_i^{(c)}$, e delle correnti di magnetizzazione, $i_m^{(c)}$, concatenate alla linea ℓ , la (2) si può scrivere come

$$\oint_{\ell} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \left(i_i^{(c)} + i_m^{(c)} \right) . \quad (3)$$

Per risolvere il problema si può definire il campo magnetico \mathbf{H} come

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\mathbf{B}}{\mu} , \quad (4)$$

dove

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (5)$$

è la *permeabilità assoluta* del mezzo, e procedere come abbiamo fatto per il vettore \mathbf{D} nello studio delle proprietà dielettriche della materia. In particolare, calcolando la circuitazione di \mathbf{H} sulla linea ℓ si ha, ricordando la (4) e la (1),

$$\oint_{\ell} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \oint_{\ell} \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu_r} \cdot d\mathbf{s} = \oint_{\ell} \mu_r \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0 \mu_r} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{\mu_0} \oint_{\ell} \mathbf{B}_0 \cdot d\mathbf{s} . \quad (6)$$

Inoltre, ricordando che la circuitazione di \mathbf{B}_0 è legata alle correnti imprese dalla legge di Ampère, cioè

$$\oint_{\ell} \mathbf{B}_0 \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i_i^{(c)} , \quad (7)$$

ricaviamo che il vettore \mathbf{H} soddisfa l'equazione

$$\oint_{\ell} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = i_i^{(c)} , \quad (8)$$

che è nota come *legge di Ampère per il campo magnetico \mathbf{H}* . Essa afferma che la circuitazione di \mathbf{H} lungo una linea chiusa è uguale alla somma delle sole correnti imprese concatenate con la linea. Questa espressione è molto utile per

risolvere problemi di magnetostatica in presenza di materiali, per sistemi dotati di particolari simmetrie, perché non vi compaiono le correnti di magnetizzazione. Una volta ottenuto \mathbf{H} , il corrispondente valore di \mathbf{B} può essere calcolato invertendo la (4).

Come esempio di applicazione della (8) supponiamo di voler calcolare il campo magnetico prodotto all'interno di un solenoide rettilineo indefinito che presenta n spire per unità di lunghezza ed è percorso dalla corrente i_0 . Il solenoide è riempito con un materiale con permeabilità magnetica relativa μ_r . Lo stesso problema è stato già risolto per un solenoide vuoto utilizzando la legge di Ampère per campi stazionari (si veda la nota su alcune applicazioni della legge di Ampère). Le considerazioni di simmetria fatte in quell'occasione valgono anche adesso, per cui il campo esiste solo all'interno ed è diretto lungo l'asse del solenoide. Prendiamo come linea di Ampère la linea ℓ mostrata in Fig. 5. Se calcolassimo la circuitazione di \mathbf{B} , dovremmo metterla

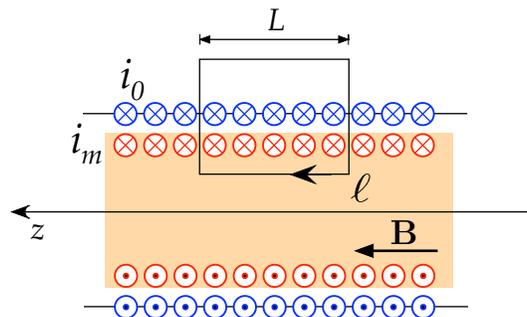


Figura 5

in relazione con tutte le correnti concatenate con ℓ , che includono sia quelle portate dal filo che quelle, ignote, dovute alla magnetizzazione del materiale. Al contrario, la circuitazione di \mathbf{H} risente solo delle prime ed è uguale a

$$\oint_{\ell} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = HL = i_i^{(c)} = nLi_0, \quad (9)$$

da cui

$$H = n i_0, \quad (10)$$

e il modulo di \mathbf{B} risulta

$$B = \mu_0 \mu_r n i_0. \quad (11)$$

Quindi, a parità di corrente i_0 , il campo all'interno del solenoide può essere più grande (e anche enormemente più grande, nel caso di sostanze ferromagnetiche) di quello che si avrebbe nel solenoide vuoto.

A questo punto vale la pena di chiarire un punto. I valori del campo magnetico che stiamo calcolando, e di cui quello del solenoide è un esempio, si riferiscono a punti *all'interno* del materiale. Ovviamente, nelle applicazioni siamo maggiormente interessati ai valori che il campo assume in punti che siano fisicamente accessibili, e quindi che siano *al di fuori* del materiale, specialmente se si tratta di materiali ferromagnetici (che sono tipicamente metallici). Adesso dimostriamo che, in alcuni casi, il campo magnetico \mathbf{B} all'interno del materiale coincide con quello al di fuori di esso. Supponiamo di trovarci in prossimità della superficie di separazione tra un materiale e il vuoto (o anche l'aria, per cui $\mu_r \approx 1$), e che le linee del campo magnetico siano perpendicolari a tale superficie. Per esempio, può trattarsi della regione interna a un solenoide rettilineo, riempito parzialmente (Fig. 6). Indichiamo con B_{int} il

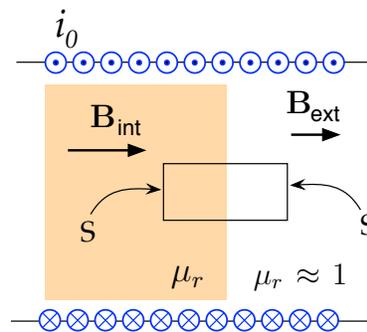


Figura 6

valore del campo all'interno del materiale e con B_{ext} quello all'esterno. A questo punto, costruiamo una superficie di Gauss (Σ , indicata in figura in sezione, come un rettangolo) costituita da un cilindro avente asse perpendicolare alla superficie e area di base S . Una delle basi è all'interno del materiale, l'altra all'esterno. Il flusso di \mathbf{B} attraverso Σ si può calcolare come $B_{\text{ext}}S - B_{\text{int}}S$, ma deve essere nullo per via della legge di Gauss per il campo magnetico. Pertanto, $B_{\text{ext}} = B_{\text{int}}$. Se, per esempio, si tratta di materiale ferromagnetico, il campo magnetico, anche all'esterno del materiale, può essere enormemente maggiore di quello che si avrebbe se non ci fosse il materiale, a parità di corrente i_0 . È il principio di funzionamento degli *elettromagneti*.

Concludiamo questa nota dicendo qualcosa sulla relazione che sussiste tra i campi \mathbf{B} e \mathbf{H} per un materiale ferromagnetico. Come abbiamo detto, anche in questo caso possiamo pensare di utilizzare la relazione (4), ma il parametro μ non è una costante, per cui \mathbf{B} e \mathbf{H} non sono proporzionali tra loro. Per di più, come vedremo, i valori del

campo di magnetizzazione (e quindi di \mathbf{B}) dipendono anche dalla *storia* del materiale, ossia, dai valori che esso ha assunto in istanti precedenti.

Per trovare sperimentalmente la relazione che lega \mathbf{B} a \mathbf{H} si può procedere ponendo il materiale all'interno di un solenoide: variando i_0 si varia H (vedi la (10)), e quindi si misura il corrispondente valore di B . Partendo da $H = 0$ e $B = 0$, e facendo crescere il valore di H , i valori di B si dispongono lungo la curva a della Fig.7, detta *curva di prima magnetizzazione*.

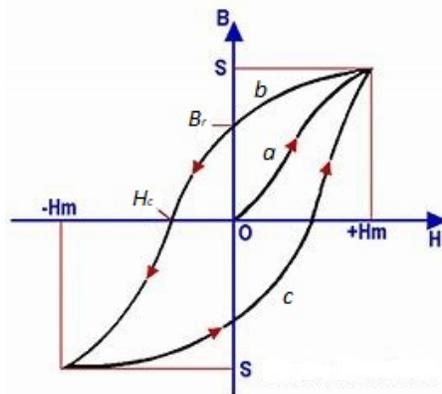


Figura 7: Ciclo di isteresi di un materiale ferromagnetico.

Quando H supera il valore di H_m , il campo magnetico B cresce linearmente con H , molto più lentamente di prima, per effetto dell'aumento della sola corrente di conduzione, poiché il contributo del mezzo ha raggiunto il massimo valore possibile. Si dice che per $H = H_m$ il materiale ha raggiunto la saturazione. Se dopo aver raggiunto il valore di H_m si fa decrescere H , i valori di B si dispongono lungo una nuova curva, b , che si mantiene al di sopra della curva di prima magnetizzazione e interseca l'asse delle ordinate ($H = 0$) al valore B_r . Questo è detto *campo magnetico residuo* il quale ci dice fondamentalmente che il materiale è magnetizzato anche in assenza di corrente, è diventato cioè un magnete permanente. Per annullare la magnetizzazione bisogna invertire il senso della corrente e far diminuire H fino al valore di H_c , detto *campo coercitivo*, in corrispondenza del quale $B = 0$. Facendo ulteriormente decrescere H , si osserva che oltre il valore $-H_m$, la curva è rettilinea, come lo era oltre H_m , con la stessa pendenza: il materiale ha raggiunto ancora la magnetizzazione di saturazione, ma nel verso opposto. Infine, se si riporta H al valore di H_m si percorre la curva c fino al ricongiungimento con la curva a . La curva completa prende il nome di *ciclo di isteresi magnetica*.

Ogni materiale ferromagnetico è caratterizzato, piuttosto che da un valore scalare di permeabilità magnetica relativa, dalla forma del suo ciclo di isteresi che, peraltro, dipende da altri fattori, quali la temperatura. E' interessante confrontare due forme piuttosto diverse tra loro (vedi Fig. 8). In una di esse l'area racchiusa dal ciclo nel piano (H, B) è piuttosto grande, e grande è anche il valore del campo magnetico residuo. Si comprende che materiali di questo tipo (*duri*) si prestino bene per essere utilizzati come magneti permanenti. Al contrario, materiali con cicli di isteresi stretti (*dolci*) sono caratterizzati da piccoli campi residui (e, soprattutto, piccoli valori del campo coercitivo) e quindi sono usati principalmente per costruire elettromagneti.

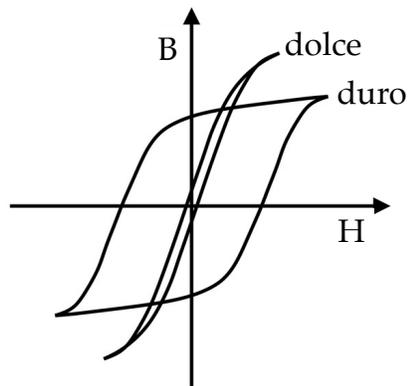


Figura 8