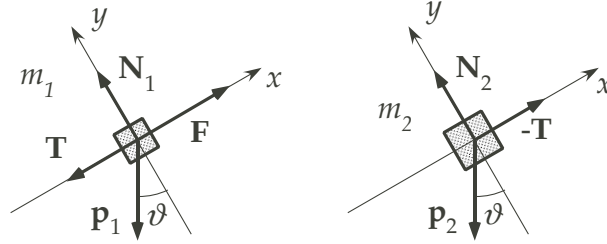


Soluzione del problema n. 1

a) I diagrammi di corpo libero per i due corpi sono:



avendo indicato con $\mathbf{N}_i$ e $\mathbf{p}_i$ ($i = 1, 2$), rispettivamente, la reazione normale del piano e la forza peso agente su ciascun corpo. Prendendo gli assi come mostrato in figura e introducendo le componenti della forza totale e dell'accelerazione per ciascun corpo, si ha:

$$1) \begin{cases} F_{1,x}^{\text{tot}} = F - T - p_1 \sin \vartheta = m_1 a_{1,x} \\ F_{1,y}^{\text{tot}} = N_1 - p_1 \cos \vartheta = m_1 a_{1,y} \end{cases} \quad 2) \begin{cases} F_{2,x}^{\text{tot}} = T - p_2 \sin \vartheta = m_2 a_{2,x} \\ F_{2,y}^{\text{tot}} = N_2 - p_2 \cos \vartheta = m_2 a_{2,y} \end{cases}$$

con $p_i = m_i g$.

b) I corpi si muovono di moto rettilineo lungo l'asse x per cui $a_{1,y} = a_{2,y} = 0$ mentre, poiché il filo è inestensibile, $a_{1,x} = a_{2,x} = a$. I valori di a e di T si ottengono mettendo a sistema le due equazioni relative all'asse x del punto precedente. In particolare, si ottiene:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} - g \sin \vartheta; \quad T = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}.$$

c) I due corpi si muovono di moto rettilineo uniformemente accelerato, con accelerazione a e velocità nulla a $t = 0$. All'istante t_1 ognuno di essi avrà quindi percorso la distanza

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m_1 + m_2} - g \sin \vartheta \right) t_1^2 \simeq 23 \text{ m}$$

Soluzione del problema n. 2

a) Il sistema è in equilibrio per quella posizione (diciamo x_0) per cui la risultante delle forze agenti sul corpo è nulla. Facendo riferimento all'asse mostrato in figura, ciò accade quando

$$-mg - kx_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = -\frac{mg}{k}$$

b) Poiché intervengono solo forze conservative, l'energia meccanica del sistema si conserva durante il moto. Ponendo a zero l'energia potenziale gravitazionale alla quota $x = 0$, l'energia meccanica del sistema nella posizione iniziale (A) risulta nulla, e tale resta durante il moto oscillatorio del corpo. Nella posizione B, corrispondente alla minima quota (diciamo x_m), l'energia cinetica del corpo è di nuovo nulla, per cui

$$E_B = mgx_m + \frac{1}{2} k x_m^2 = E_A = 0 \quad \Rightarrow \quad x_m = -\frac{2mg}{k} = 2x_0,$$

avendo escluso la soluzione $x_m = 0$, corrispondente alla massima quota raggiunta dal corpo nel suo moto oscillatorio.

- c) Procedendo allo stesso modo, ma considerando l'istante in cui il punto transita per la posizione C (di coordinata x_0) con velocità v_0 , si ha

$$E_C = mgx_0 + \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = E_A = 0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = g\sqrt{\frac{m}{k}} \simeq 1.4 \text{ m/s}$$

Soluzione del problema n. 3

- a) Il momento d'inerzia del sistema risulta pari alla somma dei momenti d'inerzia della sbarretta ($mL^2/3$) e della massa puntiforme (m_0L^2), per cui

$$I = \left(\frac{m}{3} + m_0\right) L^2 ,$$

mentre il suo centro di massa (ottenuto considerando la massa della sbarretta concentrata nel suo centro di massa) risulta alla distanza

$$d = \frac{mL/2 + m_0L}{m + m_0} = \frac{m/2 + m_0}{m + m_0} L$$

dall'asse di rotazione.

- b) Le uniche forze esterne che agiscono sul sistema sono la forza peso ($\mathbf{p}$) e la reazione esercitata dal perno ($\mathbf{R}$), sull'asse di rotazione. Quest'ultima ha momento nullo, mentre il momento della forza peso ($\mathbf{M}_p$) può essere calcolato direttamente considerando la forza peso del sistema applicata al centro di massa. Pertanto la direzione di $\mathbf{M}_p$ è quella dell'asse di rotazione e la sua componente lungo tale asse vale

$$M_p = (m + m_0)gd \sin \vartheta = \left(\frac{m}{2} + m_0\right)gL \sin \vartheta .$$

Allo stesso risultato si giunge considerando separatamente le forze peso della sbarretta e della massa puntiforme, applicate ai rispettivi centri di massa.

- c) Applichiamo la conservazione dell'energia meccanica, prendendo come posizione iniziale (A) quella per cui $\vartheta = \pi/2$ e come posizione finale (B) quella con $\vartheta = 0$. Ponendo pari a zero l'energia potenziale del sistema nella posizione B, la conservazione dell'energia fornisce:

$$\left. \begin{aligned} E_A &= (m + m_0)gd = \left(\frac{m}{2} + m_0\right)gL \\ E_B &= \frac{1}{2}I\omega_B^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{3} + m_0\right)L^2\omega_B^2 \end{aligned} \right\} E_A = E_B \Rightarrow \omega_B = \sqrt{\frac{2g}{L} \frac{m/2 + m_0}{m/3 + m_0}} \simeq 6.6 \text{ rad/s}$$

e la velocità della massa risulta

$$v_B = L\omega_B = \sqrt{2gL \frac{m/2 + m_0}{m/3 + m_0}} \simeq 3.3 \text{ m/s} .$$

Allo stesso risultato si sarebbe giunti considerando le energie cinetiche e potenziali della sbarretta e della massa puntiforme, separatamente.