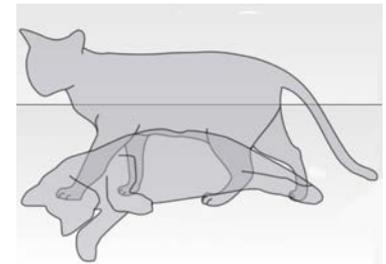
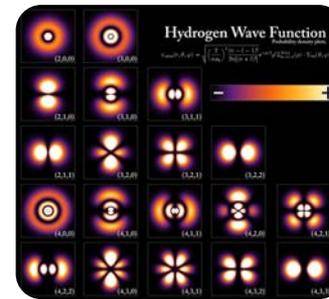
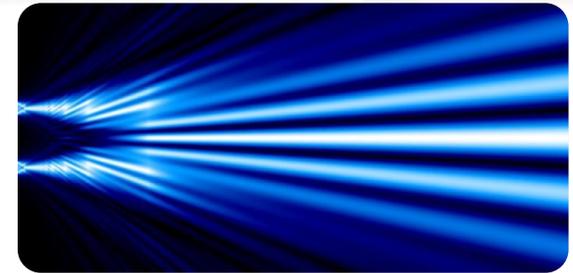


Elementi di Fisica Teorica Contemporanea

1. Teoria della Relatività
2. Meccanica quantistica
3. Particelle e campi
4. Gravità quantistica

Parte 2: Meccanica Quantistica

- Introduzione
- Crisi della Fisica Classica
- I principi della meccanica quantistica
- Equazione di Schrödinger e sistemi quantistici
- Nuovi fenomeni, sviluppi e interpretazioni

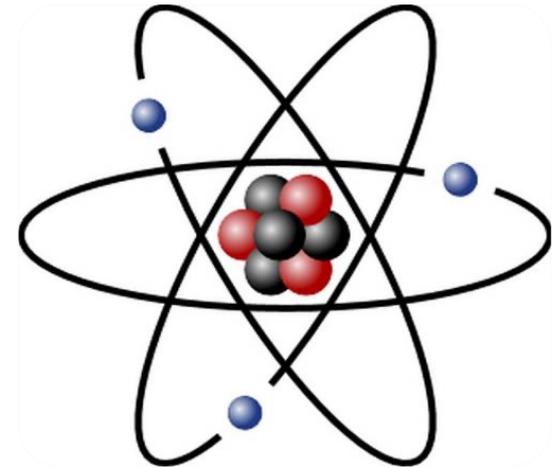


Meccanica quantistica

INTRODUZIONE

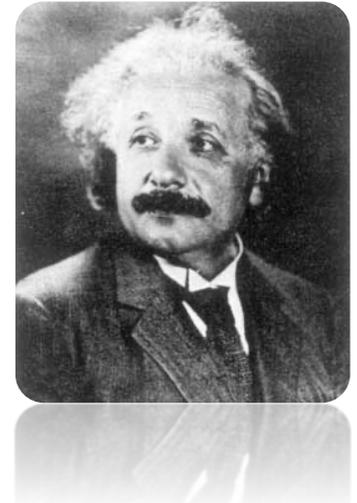


- La storia inizia **alla fine dell'800** quando, per la prima volta, i fisici riescono ad **osservare**, con i loro strumenti, **la materia alla scala dei singoli atomi**
- Nel **1897** Joseph John **Thomson** scopre che all'interno dell'atomo ci sono gli **elettroni**. Dunque **l'atomo non è indivisibile**
- Nel **1911** Ernest **Rutherford** scopre il **nucleo atomico**
- Ma studiando il comportamento degli atomi e delle particelle subatomiche arriva la sorpresa più grande



I corpi microscopici,
gli atomi, le molecole, gli elettroni,
si comportano in modo completamente
diverso da quanto previsto da
tutte le leggi fisiche sino ad allora conosciute
e da qualunque altra cosa si avesse
esperienza

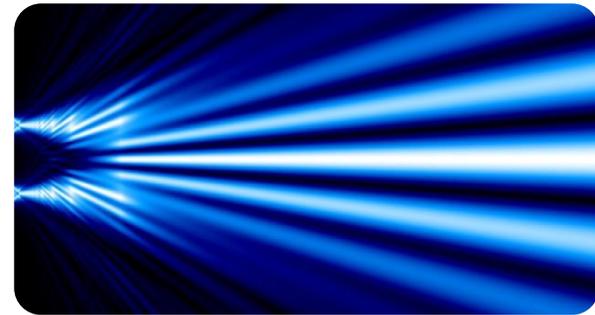
*Tutti i miei tentativi di adattare i
fondamenti teorici della fisica a
queste (nuove) acquisizioni fallirono
completamente. Era come se ci fosse
mancata la terra sotto ai piedi e non
si vedesse da nessuna parte un punto
fermo su cui poter costruire*



Albert Einstein

Difficoltà della meccanica quantistica

Ci presenta fenomeni
completamente nuovi e
diversi da quelli ai quali ci
ha abituato l'esperienza

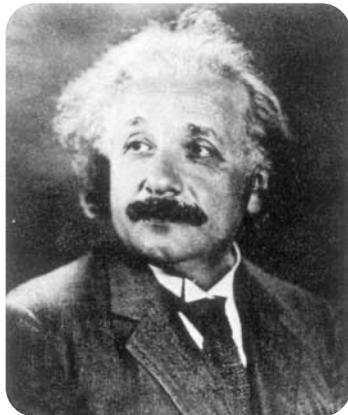


***“Chi non resta sbalordito dalla
meccanica quantistica
evidentemente non la capisce”***

Niels Bohr, 1927

Una rivoluzione scientifica

Leggi nuove ma anche di tipo nuovo, **non deterministiche** nel senso classico



“In ogni caso sono convinto che Dio non gioca a dadi col mondo”

Albert Einstein, 1926

La meccanica quantistica è la teoria meglio verificata e di maggior successo nella storia della scienza

Tra i suoi principali risultati:

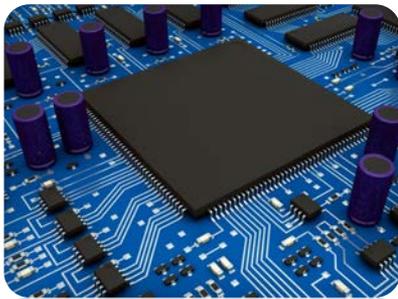
Teoria quantitativa
della materia

- Struttura atomica. Tavola periodica. Spettri atomici
- Molecole, solidi, liquidi
- Conduttori e semiconduttori
- Stati esotici: superfluidi, superconduttori, condensato di Bose-Einstein, stelle di neutroni

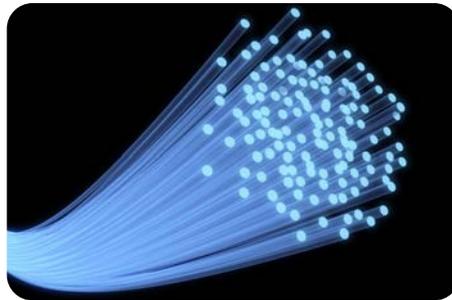
Fisica delle particelle
elementari

- Estensione alla teoria quantistica dei campi
- Antimateria
- Il Modello Standard delle particelle elementari
- Oscillazioni dei neutrini; scoperta del bosone di Higgs; ricerca di supersimmetria ...

Il suo **impatto** nella nella vita di ogni giorno è **enorme**



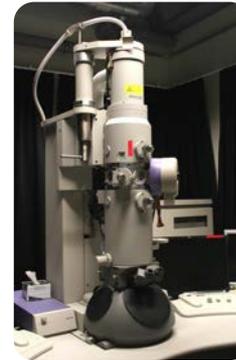
Computer e comunicazioni



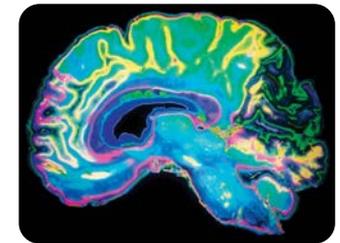
Chimica
Biologia
Medicina



Circa il 30% del PIL degli Stati Uniti è basato su invenzioni rese possibili dalla meccanica quantistica



Microscopio elettronico



Risonanza magnetica

Meccanica quantistica

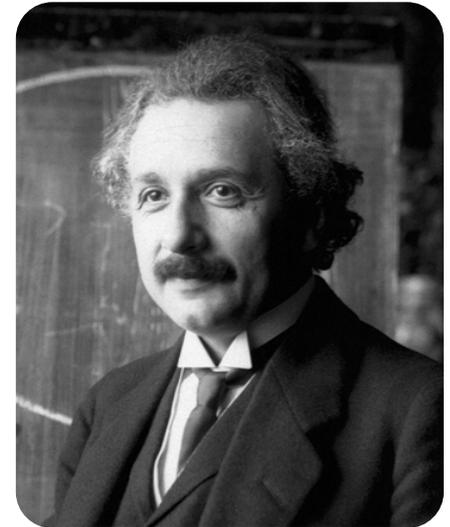
1. CRISI DELLA FISICA CLASSICA

1) Crisi della fisica classica

- La fisica classica
- Lo spettro di corpo nero
- L'effetto fotoelettrico
- L'effetto Compton
- Onde o particelle
- La struttura dell'atomo

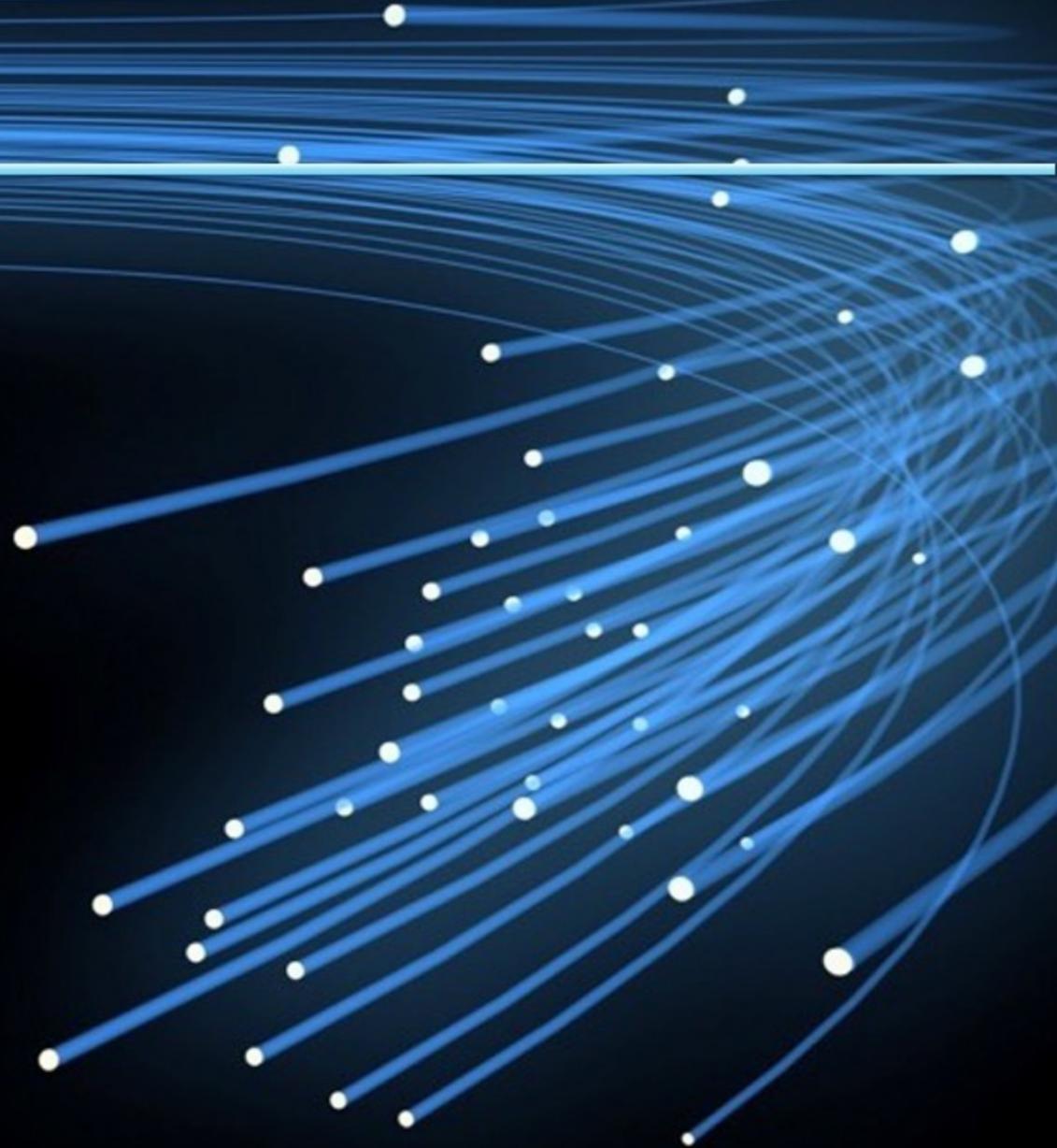


M. Planck



A. Einstein

La fisica classica



MECCANICA

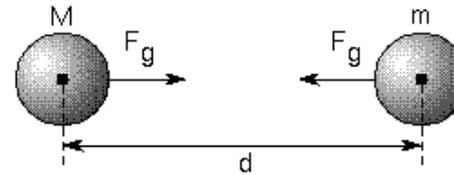


Newton 1686

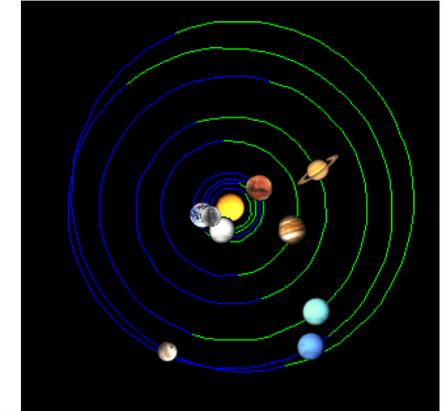
$$F = ma$$

Equazione
del moto

GRAVITAZIONE UNIVERSALE



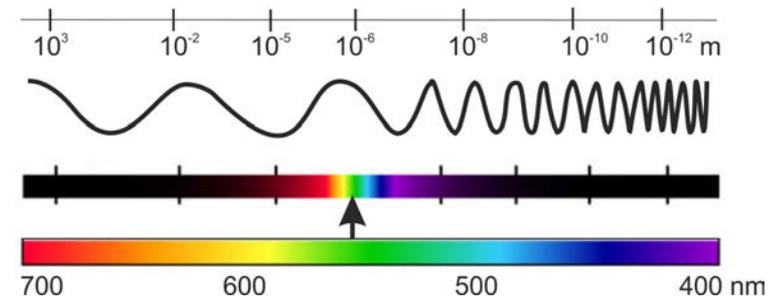
$$F_g = \frac{GMm}{d^2}$$



ELETTROMAGNETISMO



Maxwell 1865



MECCANICA

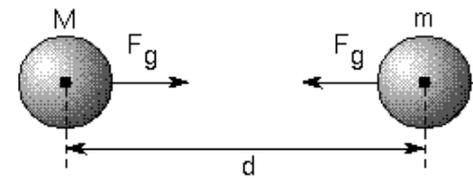


Newton 1686

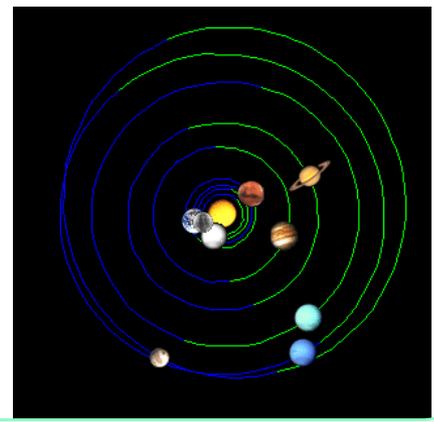
$$F = ma$$

Equazione del moto

GRAVITAZIONE UNIVERSALE



$$F_g = \frac{GMm}{d^2}$$

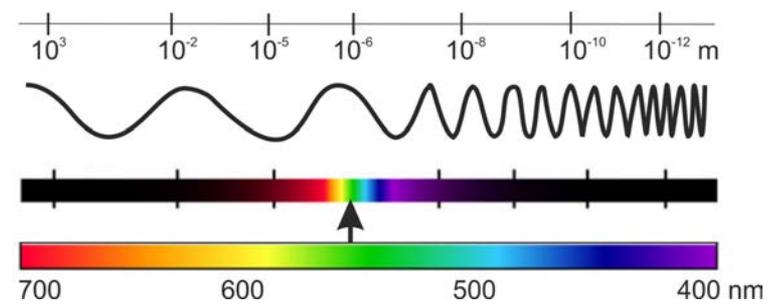


ELETTROMAGNETISMO

c = ??



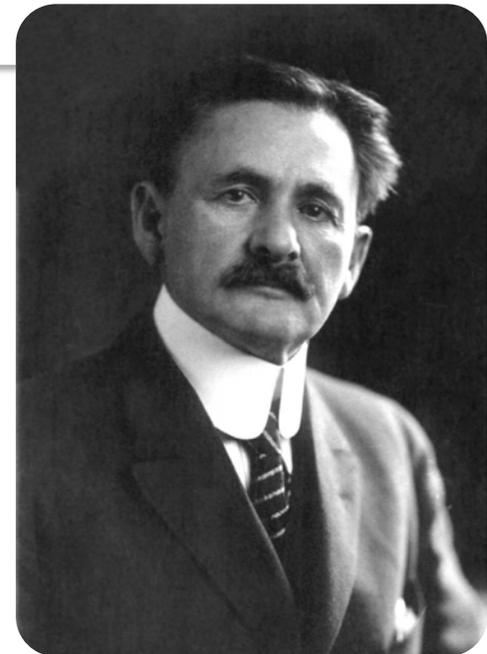
Maxwell 1865



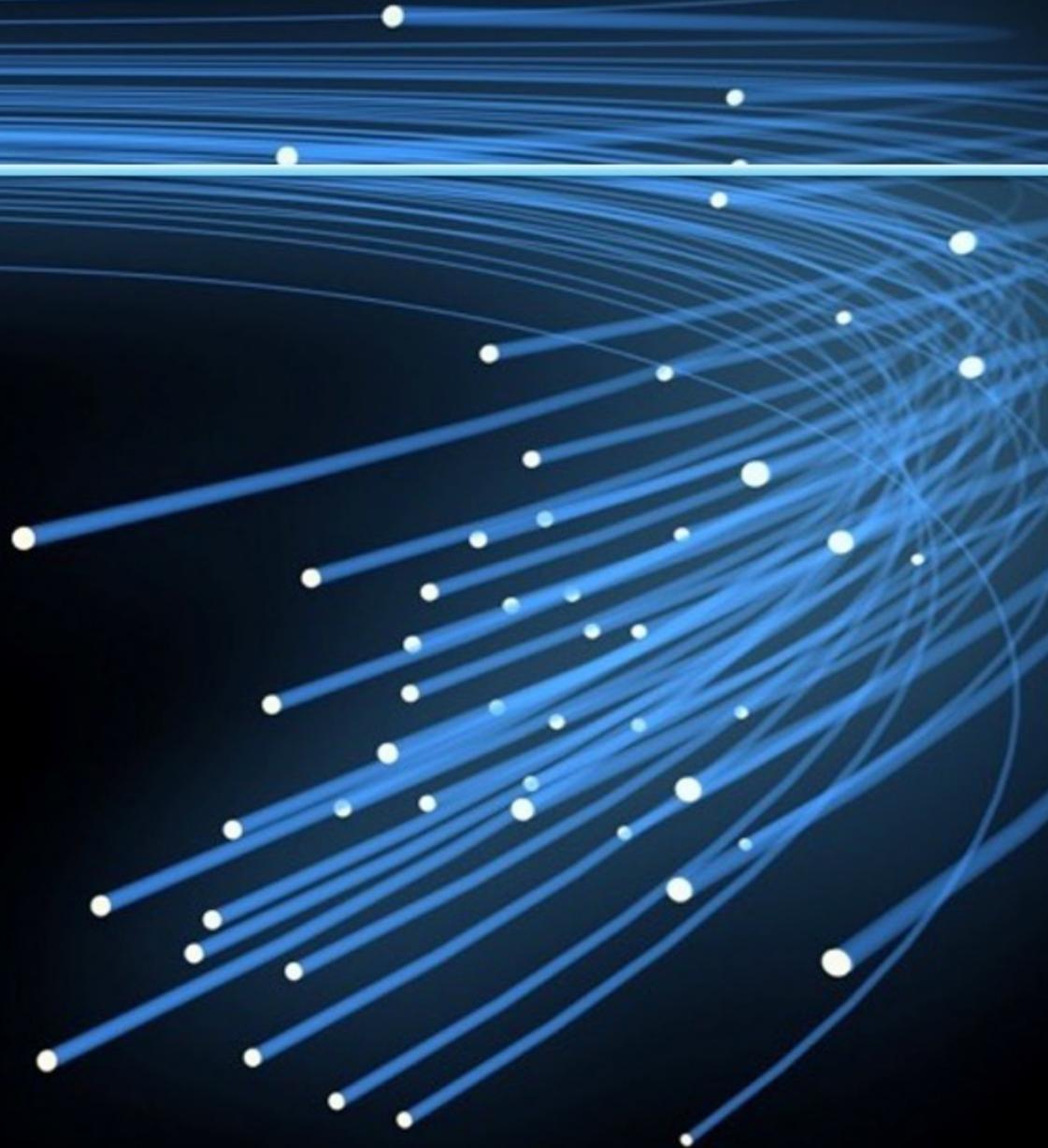
Le leggi e i fatti fondamentali delle scienze fisiche sono stati tutti scoperti e sono ora così fermamente stabiliti che la possibilità che vengano soppiantati in conseguenza di nuove scoperte è estremamente remota

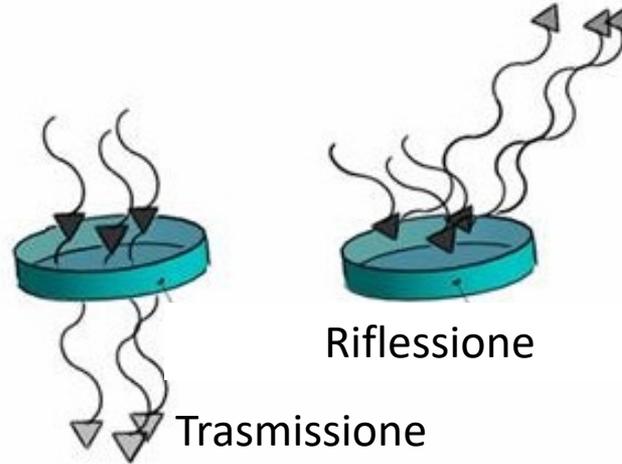
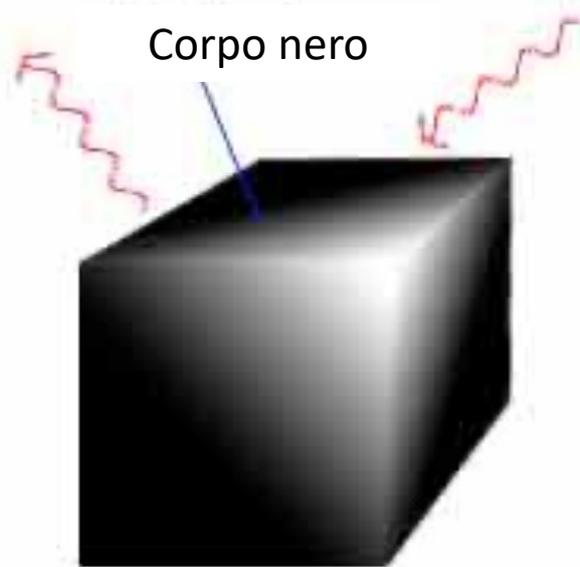
Albert Abraham Michelson, 1903

Le onde luminose e i loro usi



La spettro di corpo nero





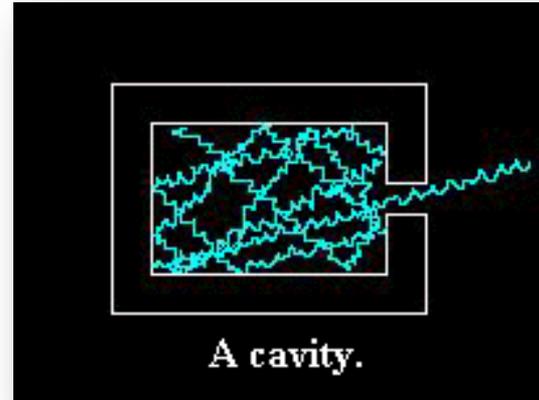
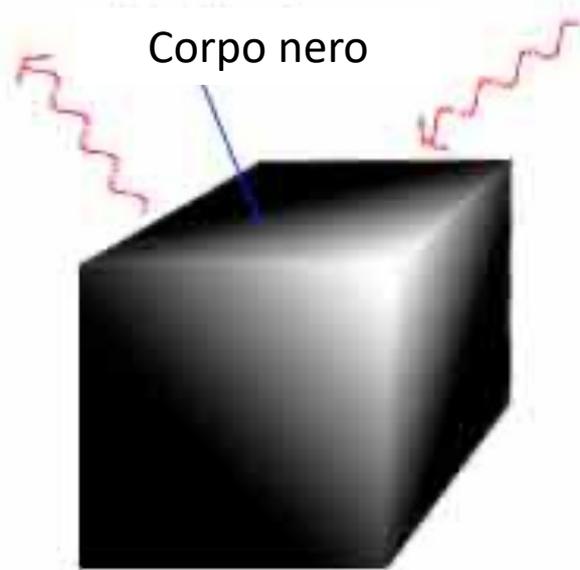
$$\frac{E(\omega, T)}{A(\omega, T)} = u(\omega, T)$$

funzione universale

Legge di Kirchhoff

Potere assorbente $A(\omega, T)$

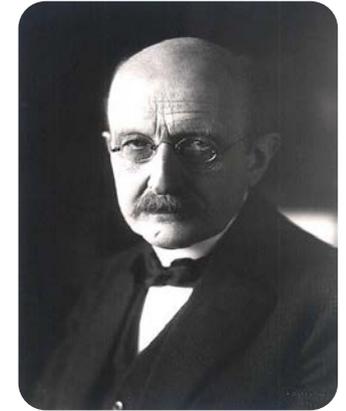
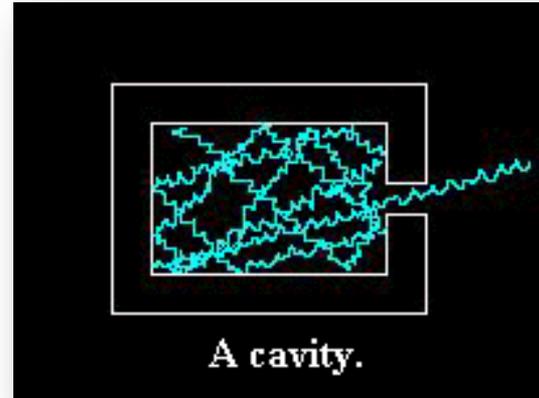
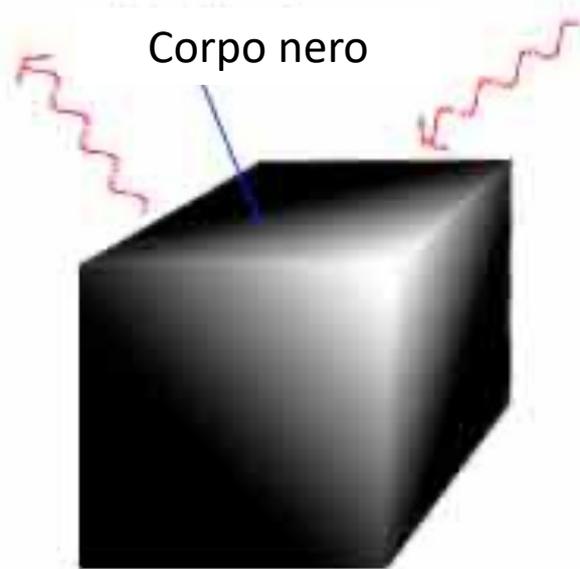
Potere emissivo $E(\omega, T)$



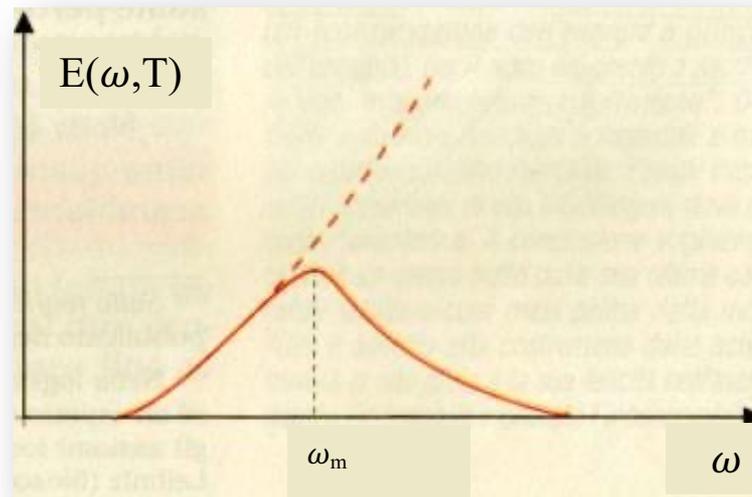
$$\frac{E(\omega, T)}{A(\omega, T)} = u(\omega, T)$$

funzione universale

Legge di Kirchhoff



Max Planck
1900

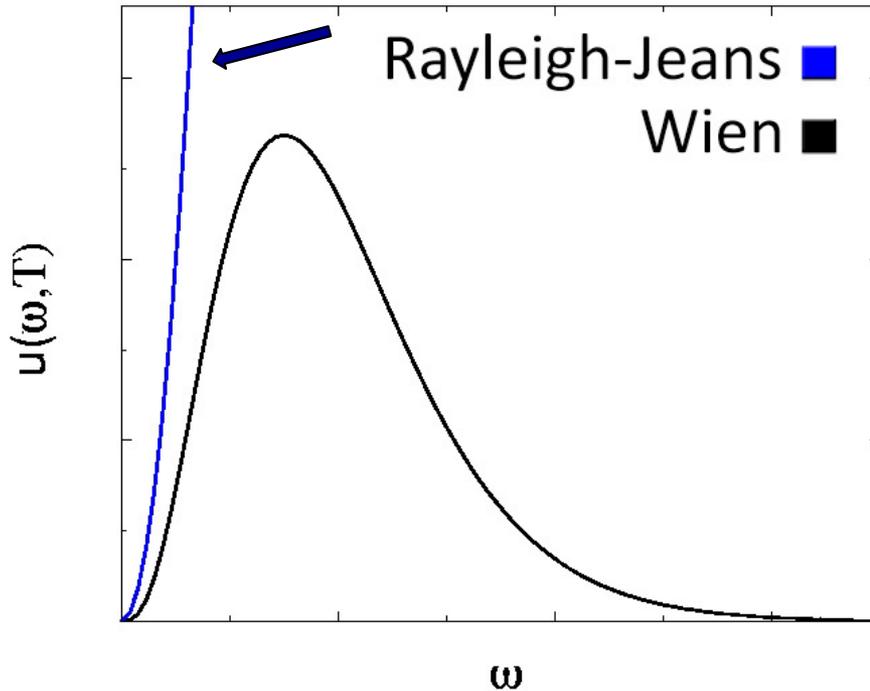


1918

$$\frac{E(\omega, T)}{A(\omega, T)} = u(\omega, T)$$

funzione universale

Legge di Kirchhoff



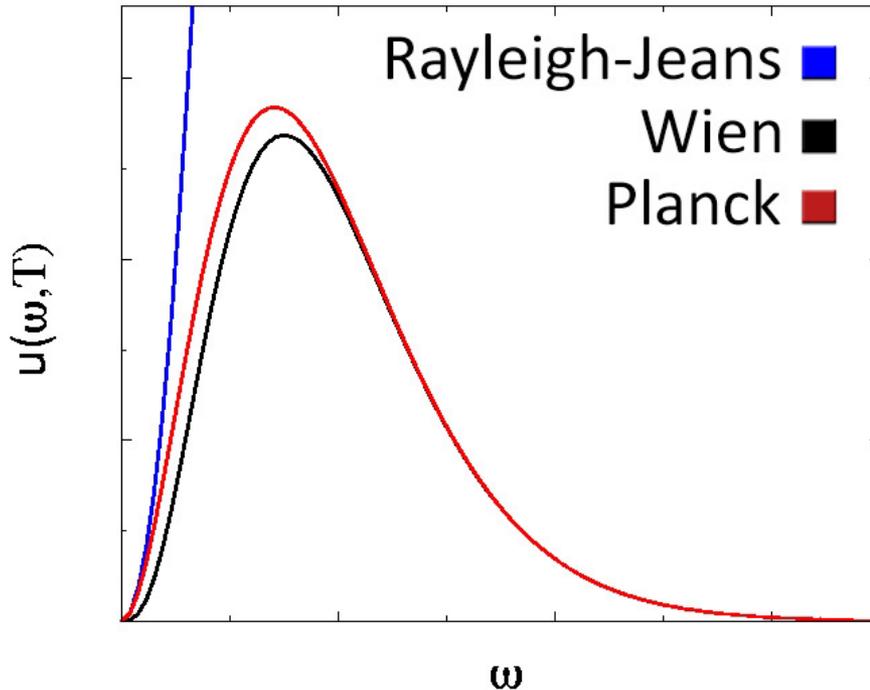
Formula di Rayleigh - Jeans

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} K_B T \quad (*)$$

Formula di Wien

$$u(\omega, T) = C \omega^3 e^{-\lambda \omega / T}$$

(*) catastrofe ultravioletta



Formula di Rayleigh - Jeans

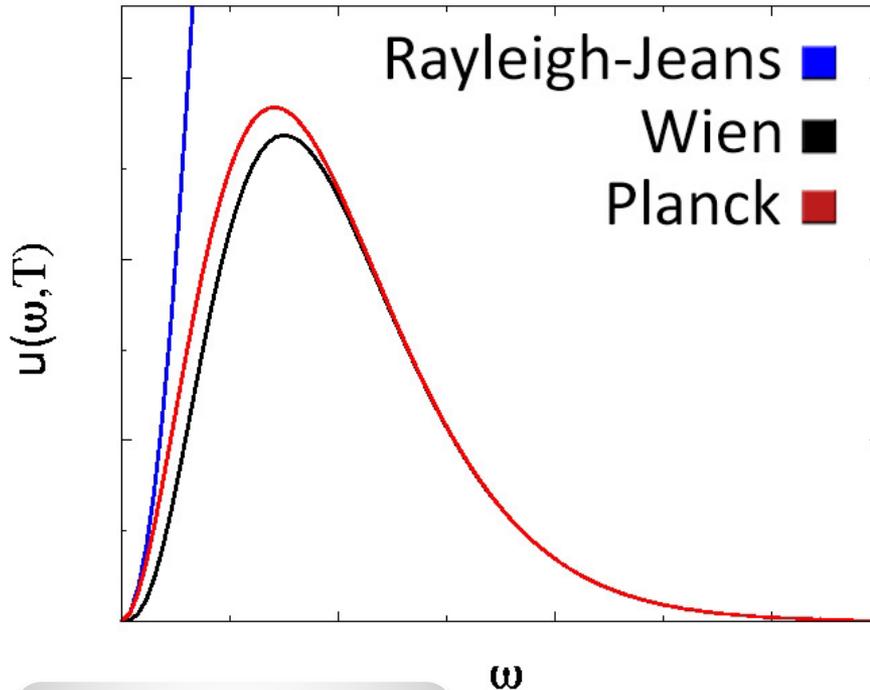
$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} K_B T$$

Formula di Wien

$$u(\omega, T) = C \omega^3 e^{-\lambda \omega / T}$$

Formula di Planck

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / (k_B T)} - 1}$$



Formula di Rayleigh - Jeans

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} K_B T$$

Formula di Wien

$$u(\omega, T) = C \omega^3 e^{-\lambda \omega / T}$$

Formula di Planck

$$E_n = n \hbar \omega \quad \text{con } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\hbar = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$$



$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / (k_B T)} - 1}$$

*Il fallimento di tutti gli sforzi per colmare il baratro lasciò ben presto pochi dubbi. **O il quanto di azione era un quantità fittizia**, e allora l'intera deduzione della legge di radiazione era principalmente illusoria e rappresentava nient'altro che un vuoto e insignificante gioco di formule, **o la derivazione della legge di radiazione si basava su un concetto fisico sensato**.*

*In questo caso, **il quanto di azione deve svolgere un ruolo fondamentale nella fisica, e qui era qualcosa di completamente nuovo, mai sentito prima, che richiedeva di rivedere profondamente tutto il nostro pensiero fisico**, giacché questo è stato costruito, dal momento dell'istituzione del calcolo infinitesimale da Leibniz e Newton, sull'accettazione della continuità di tutte le connessioni causali. **L'esperimento ha deciso per la seconda alternativa.***



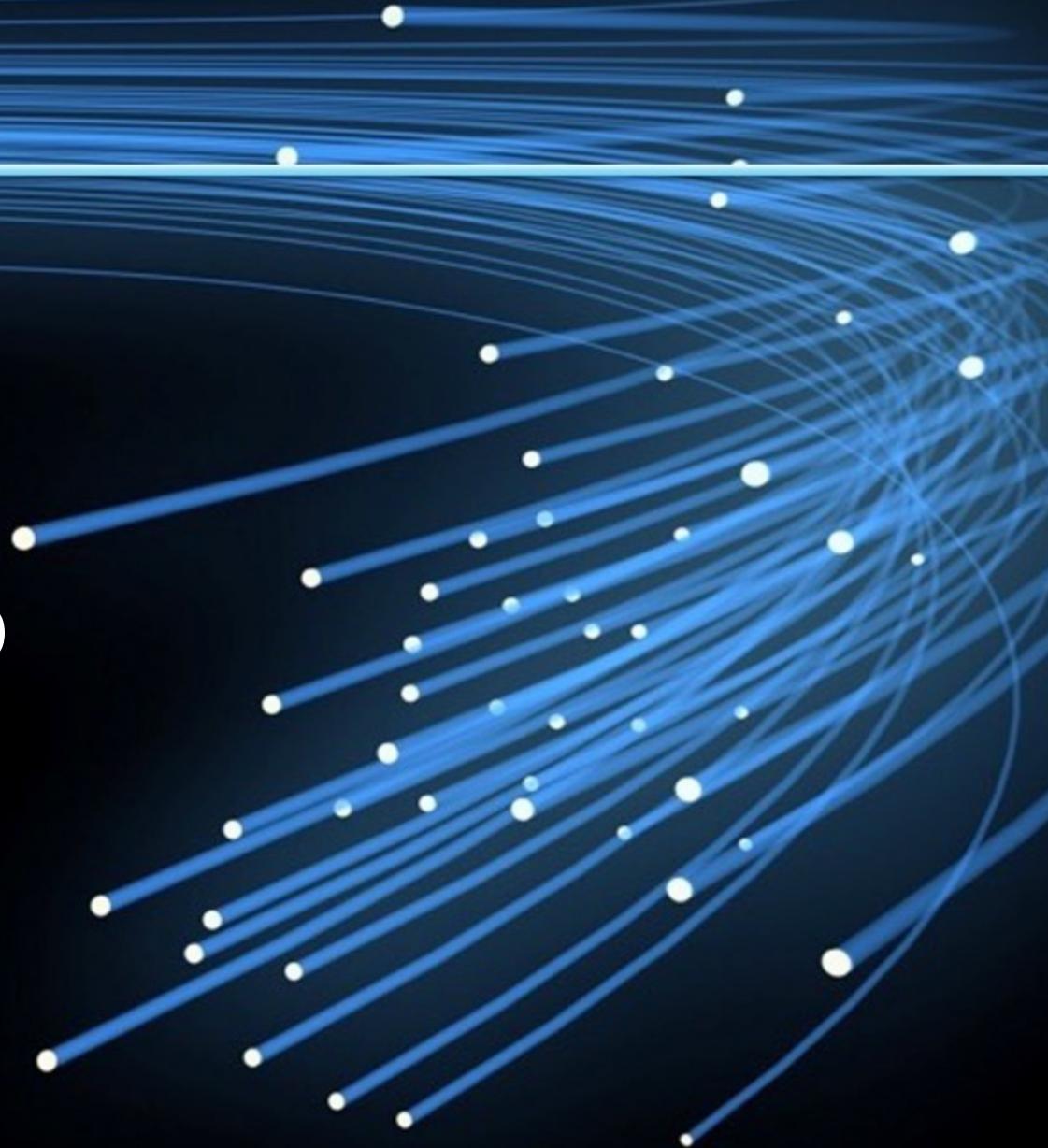
1918

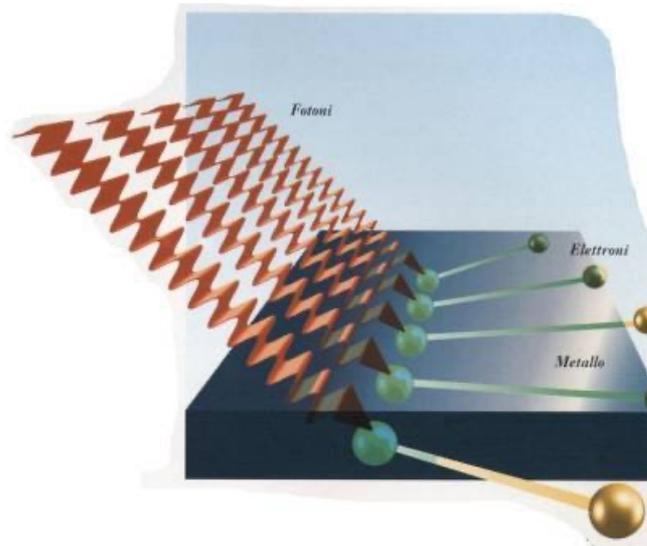
Max Planck

Nobel Lecture, Stoccolma, 2 Giugno 1920



L'effetto fotoelettrico



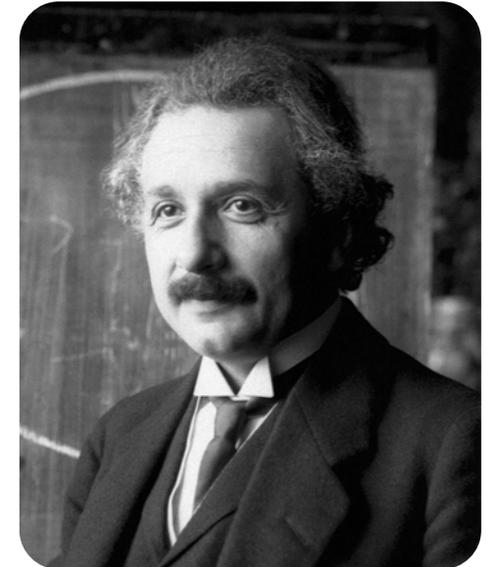


Scoperta: Hertz 1887

Interpretazione:
Einstein 1905

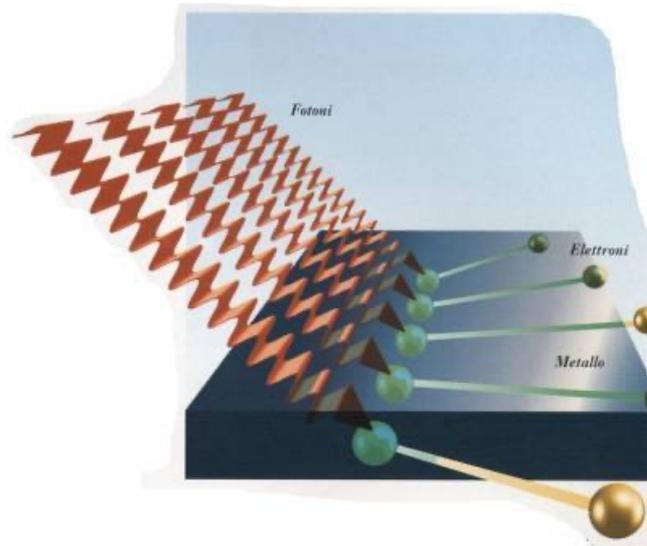


1921



Caratteristiche inspiegabili:

- Effetto a soglia sulla frequenza: $\omega > \omega_s$
- Energia degli elettroni dipendente dalla frequenza: $E_{el} \sim \omega$

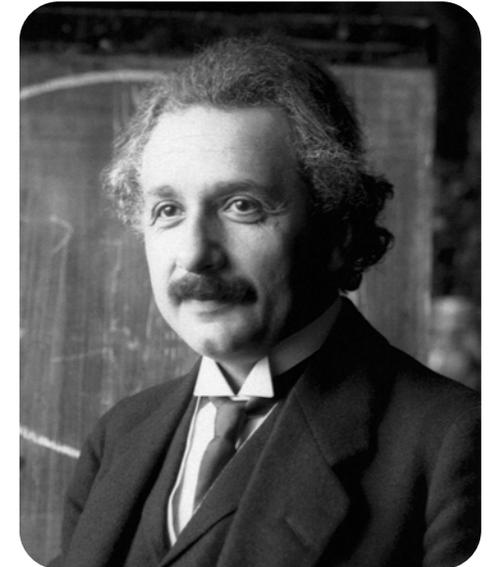


Scoperta: Hertz 1887

Interpretazione:
Einstein 1905



1921



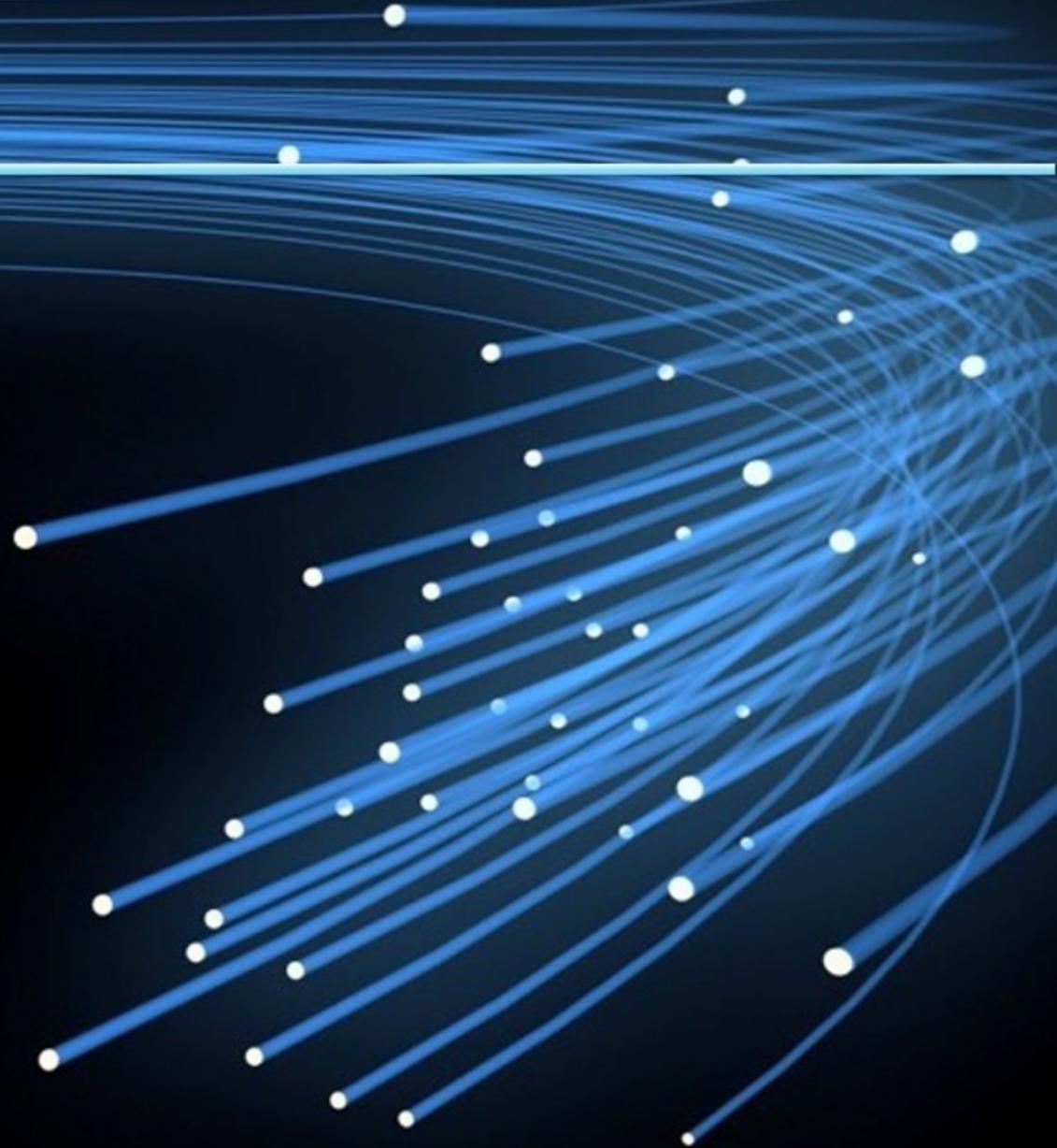
Caratteristiche inspiegabili:

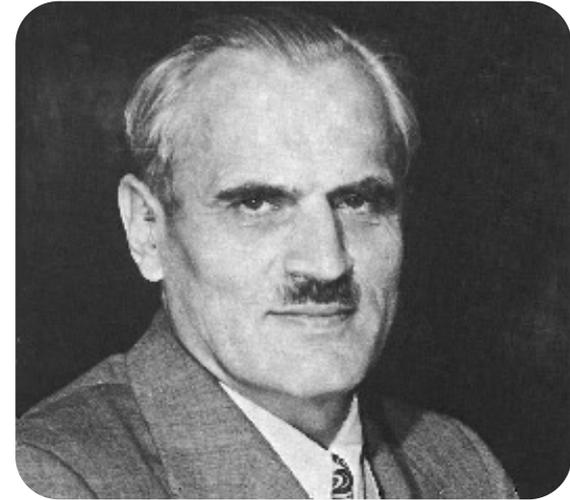
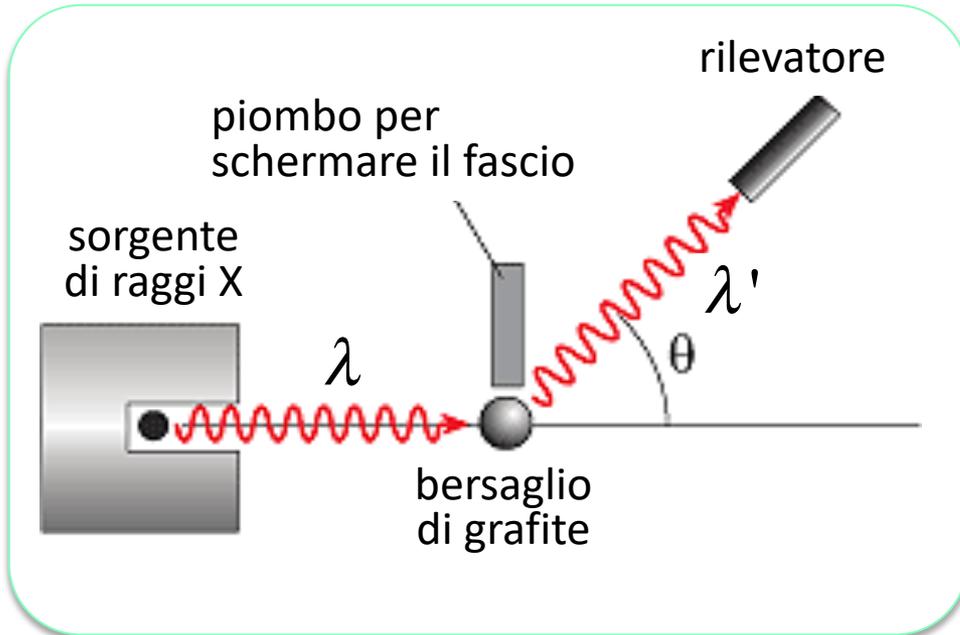
- Effetto a soglia sulla frequenza: $\omega > \omega_S$
- Energia degli elettroni dipendente dalla frequenza: $E_{el} \sim \omega$

FOTONI $E = \hbar\omega$

$$E_{el} = \hbar\omega - W$$

L'effetto Compton

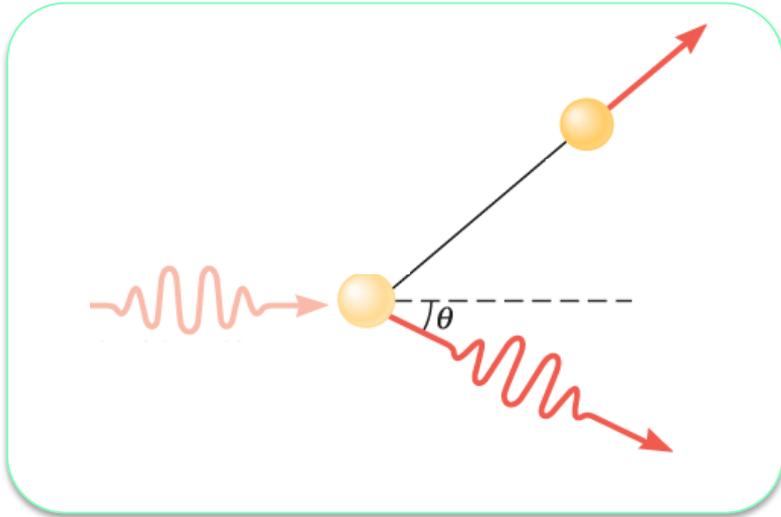




1927

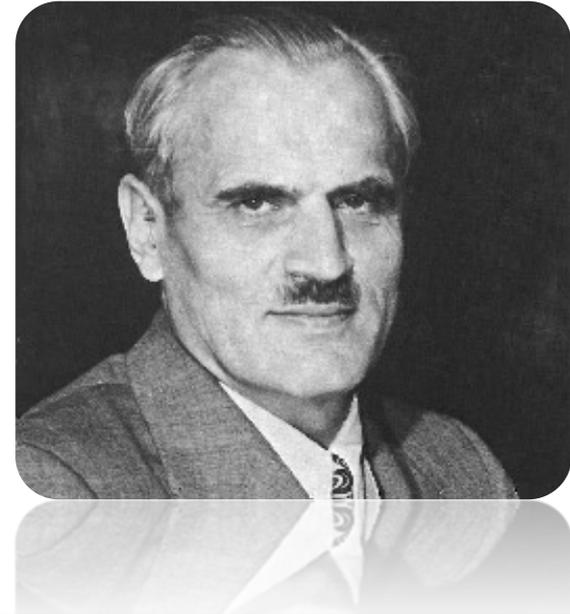
Arthur Compton 1922

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \neq 0$$



Urto tra particelle

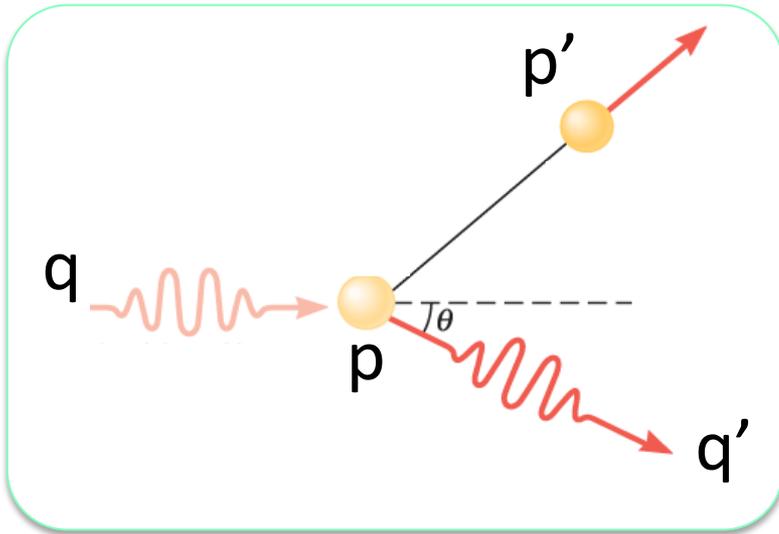
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \neq 0$$



1927

Arthur Compton 1922

Nell'urto si conservano
energia e impulso



Urto tra particelle

$$p = (mc, \vec{0}), \quad p' = \left(\frac{E'}{c}, \vec{p}' \right)$$

$$q = \left(\frac{\hbar\omega}{c}, \hbar\vec{k} \right), \quad q' = \left(\frac{\hbar\omega'}{c}, \hbar\vec{k}' \right)$$

I fotoni sono vere particelle
di massa $m=0$

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} = pc$$

$$E = \hbar\omega$$

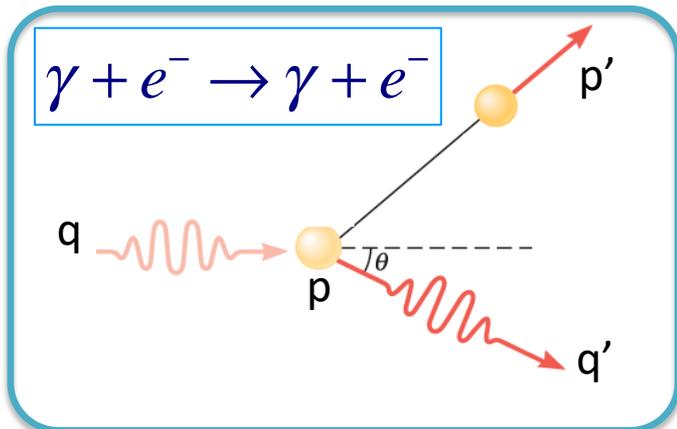
$$p = E / c = \hbar\omega / c = \hbar k$$

Conservazione del 4-impulso:

$$p + q = p' + q'$$

L'effetto Compton:

Dalla lezione di relatività



$$\frac{1}{\omega'} - \frac{1}{\omega} = \frac{\hbar}{mc^2} (1 - \cos \theta) \quad \omega = 2\pi c / \lambda$$

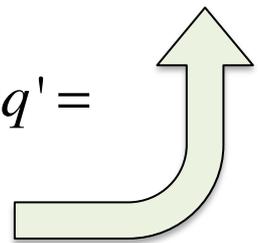
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

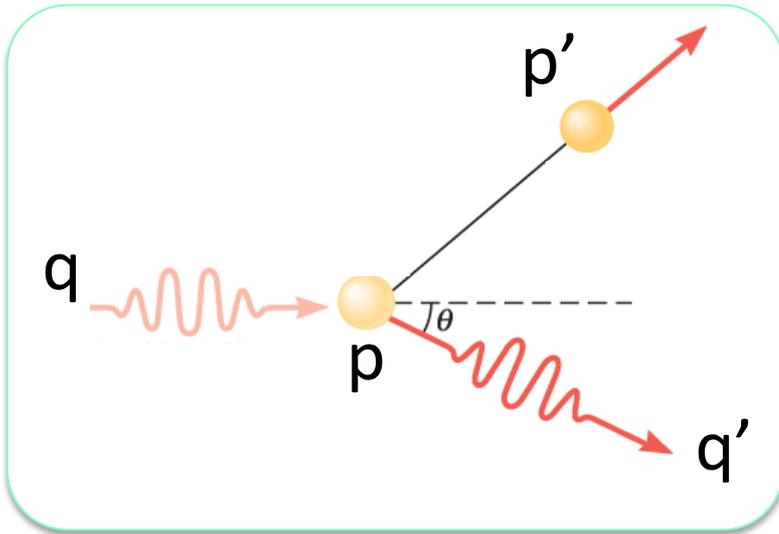
$$p + q = p' + q'$$



$$p'^2 = \cancel{m^2 c^2} = (p + q - q')^2 = p^2 + q^2 + q'^2 + 2pq - 2pq' - 2qq' =$$

$$= \cancel{m^2 c^2} + 2m\hbar\omega - 2m\hbar\omega' - 2\frac{\hbar^2 \omega \omega'}{c^2} (1 - \cos \theta)$$





Urto tra particelle

I fotoni sono vere particelle
di massa $m=0$

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} = pc$$

$$E = \hbar\omega$$

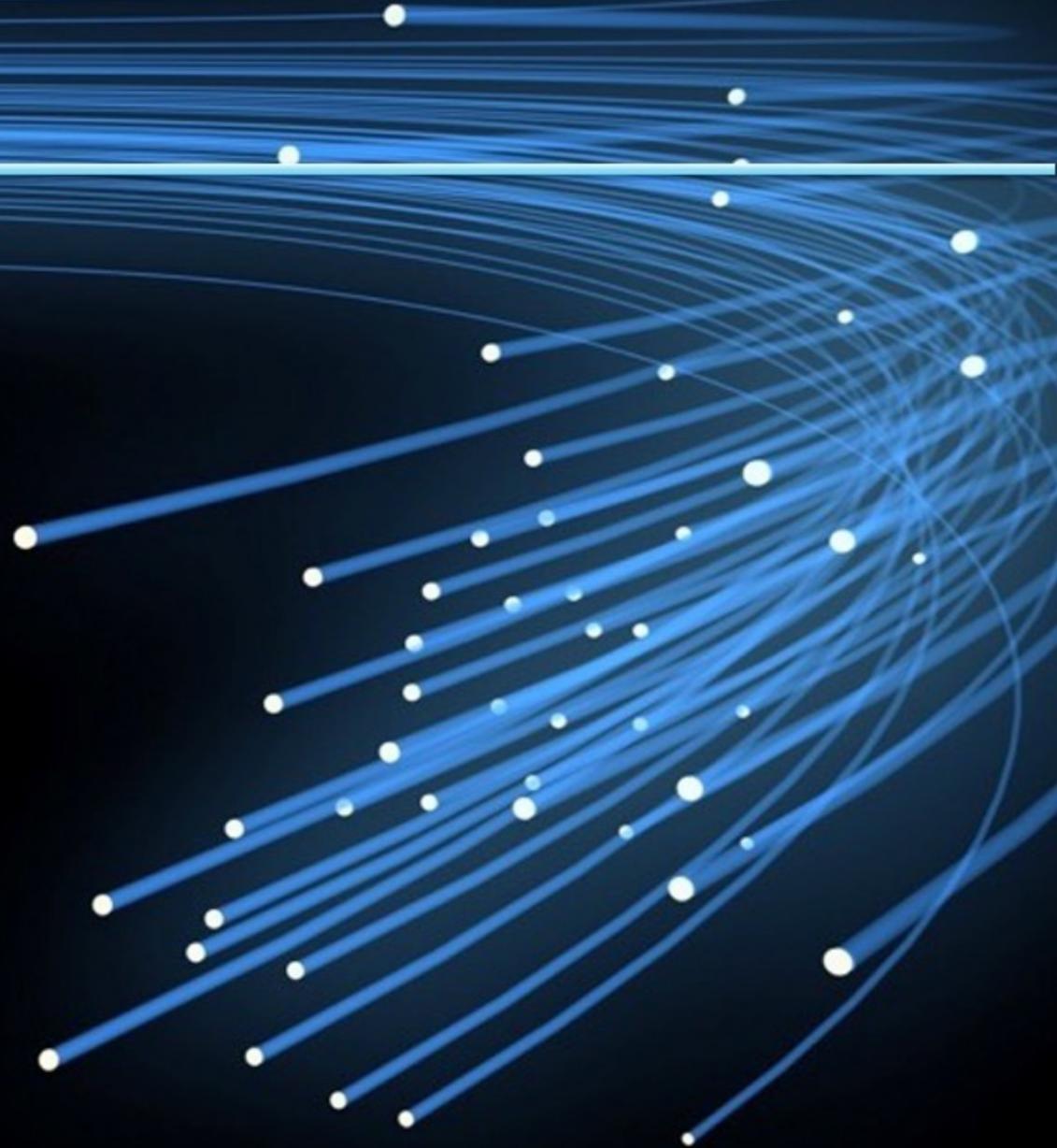
$$p = E / c = \hbar\omega / c = \hbar k$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta)$$

Conservazione del 4-impulso:

$$\leftarrow p + q = p' + q'$$

Onde o particelle

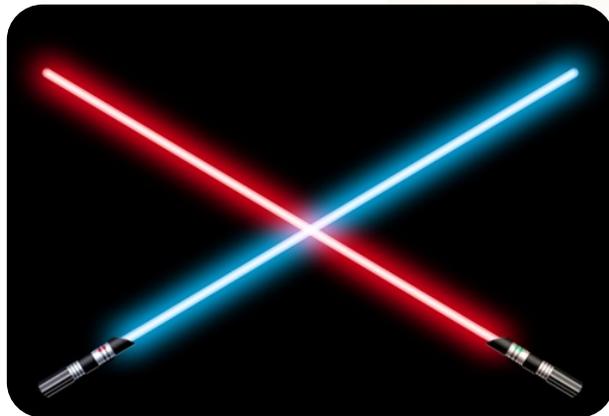
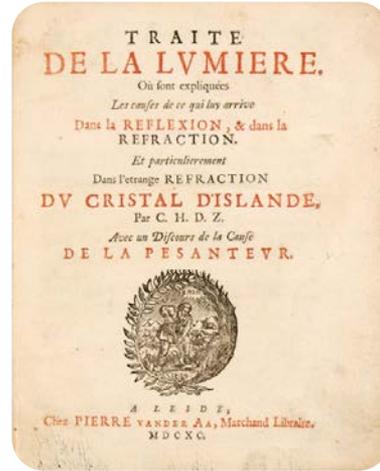


LA LUCE: ONDE O PARTICELLE ?

Onde

Christiaan
Huygens

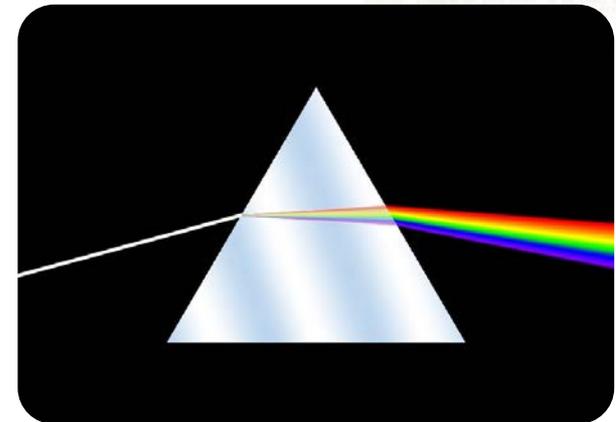
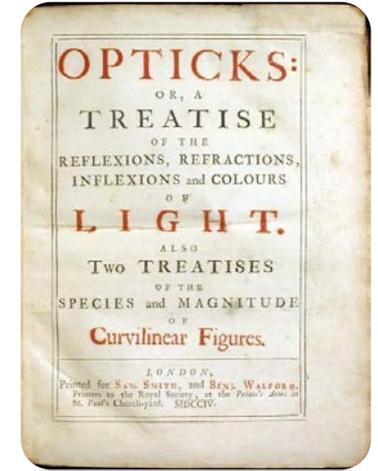
1690



Particelle

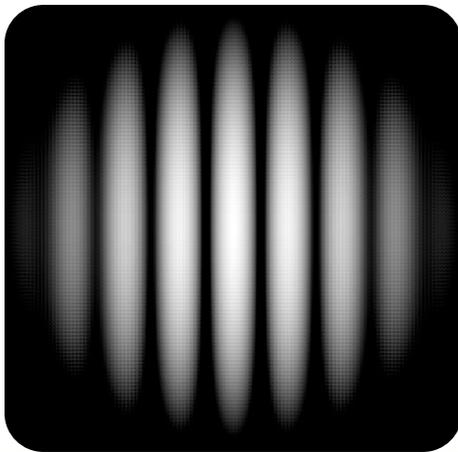
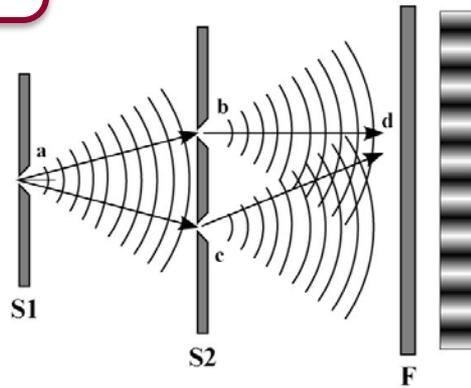
Isaac
Newton

1704



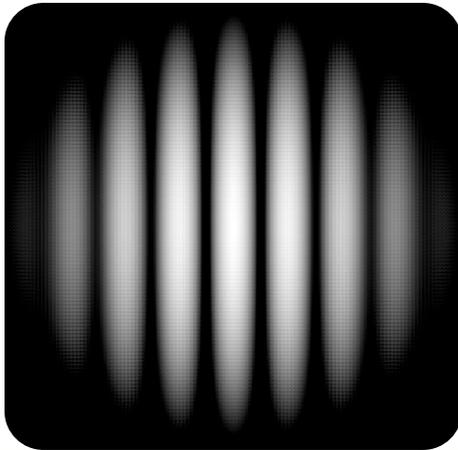
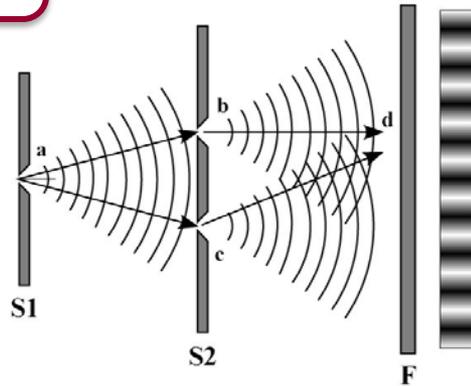
Onde !

Thomas
Young
1804



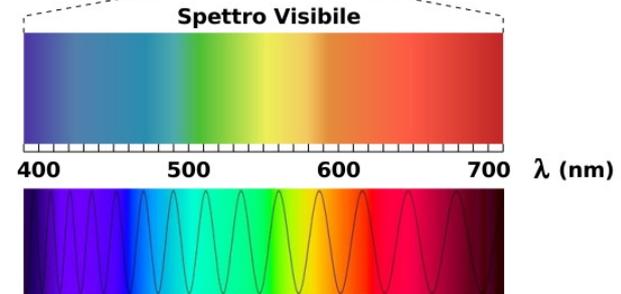
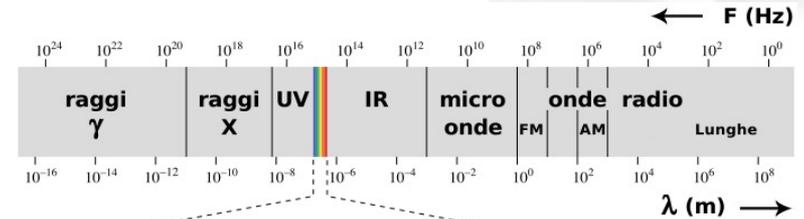
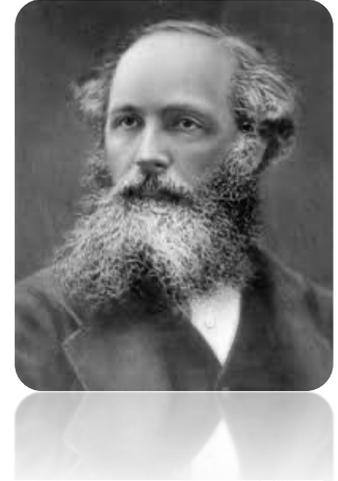
Onde !

Thomas
Young
1804



Onde !!

James Clerk
Maxwell
1865



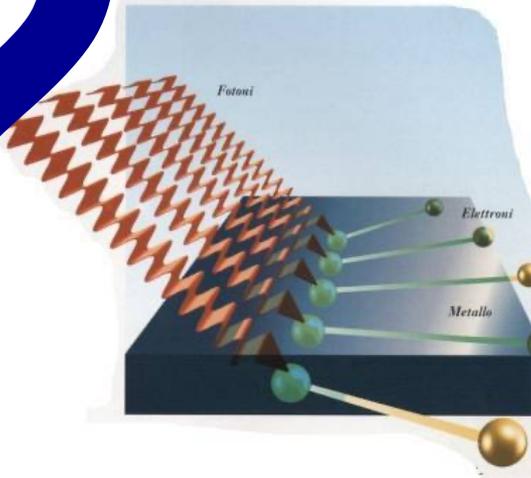
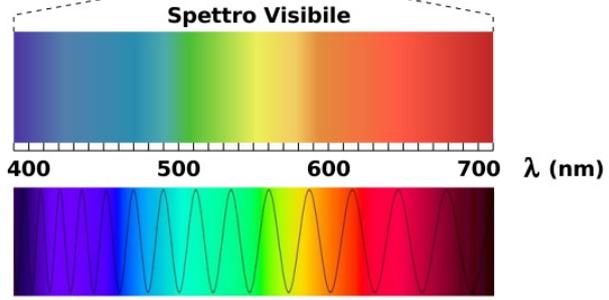
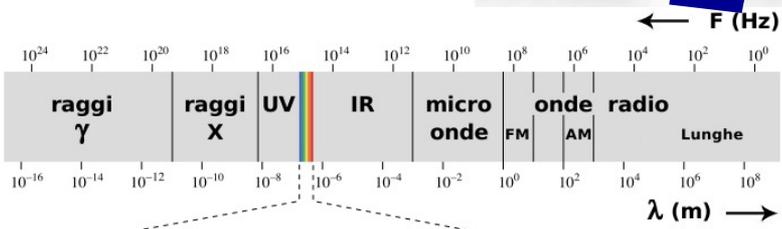
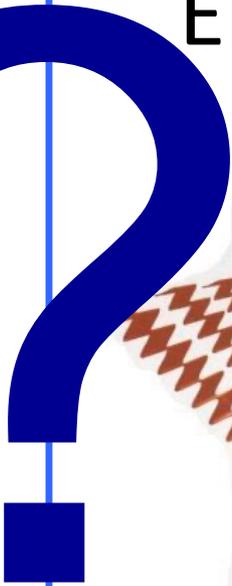
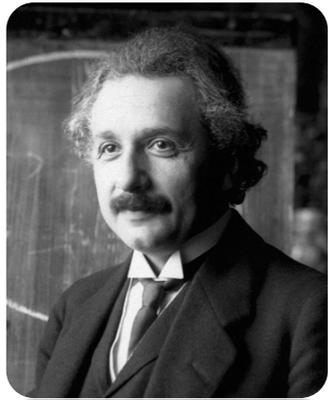
Onde

James Clerk Maxwell
1865



Particelle

Albert Einstein
1905



FOTONI
 $E = \hbar\omega$

Anche le particelle sono onde



Fotoni

$$p = h/\lambda$$



$$\lambda = h/p$$

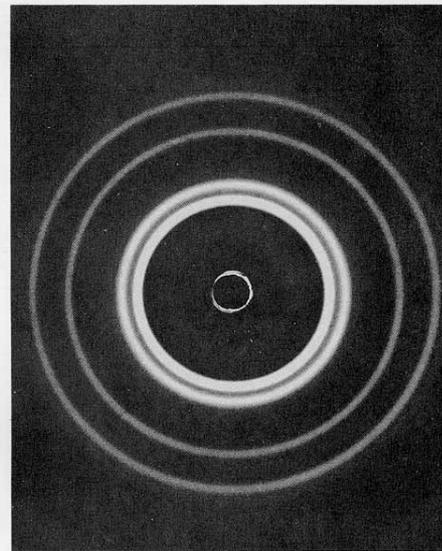
Elettroni

Louis De Broglie 1923

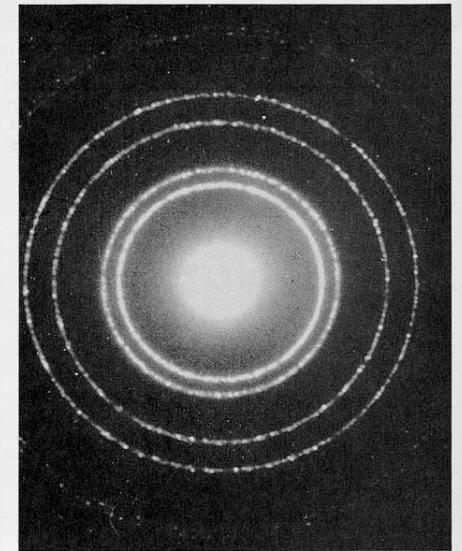


1929

Raggi X



Elettroni

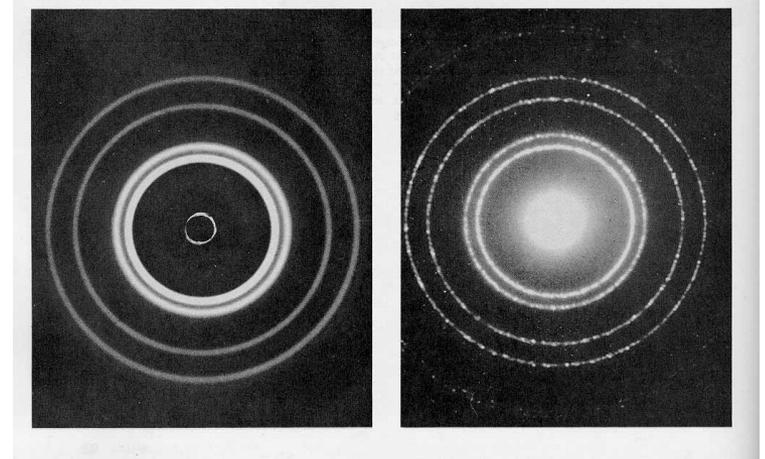
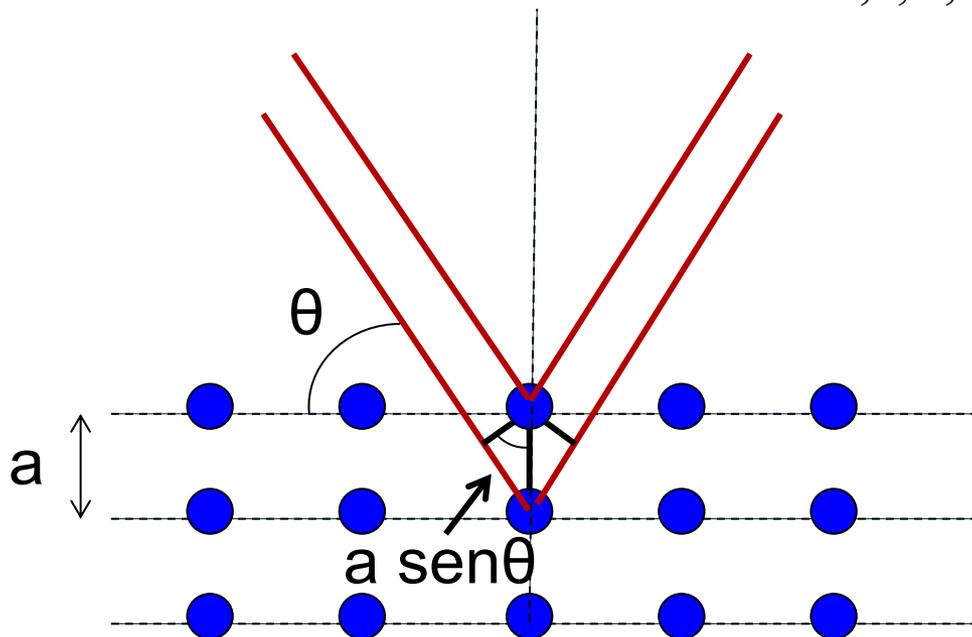


Davisson e Germer 1927

Condizione per i massimi di interferenza:

$$\delta = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} 2a \sin\theta = 2\pi n \quad \longrightarrow \quad 2a \sin\theta = n\lambda$$

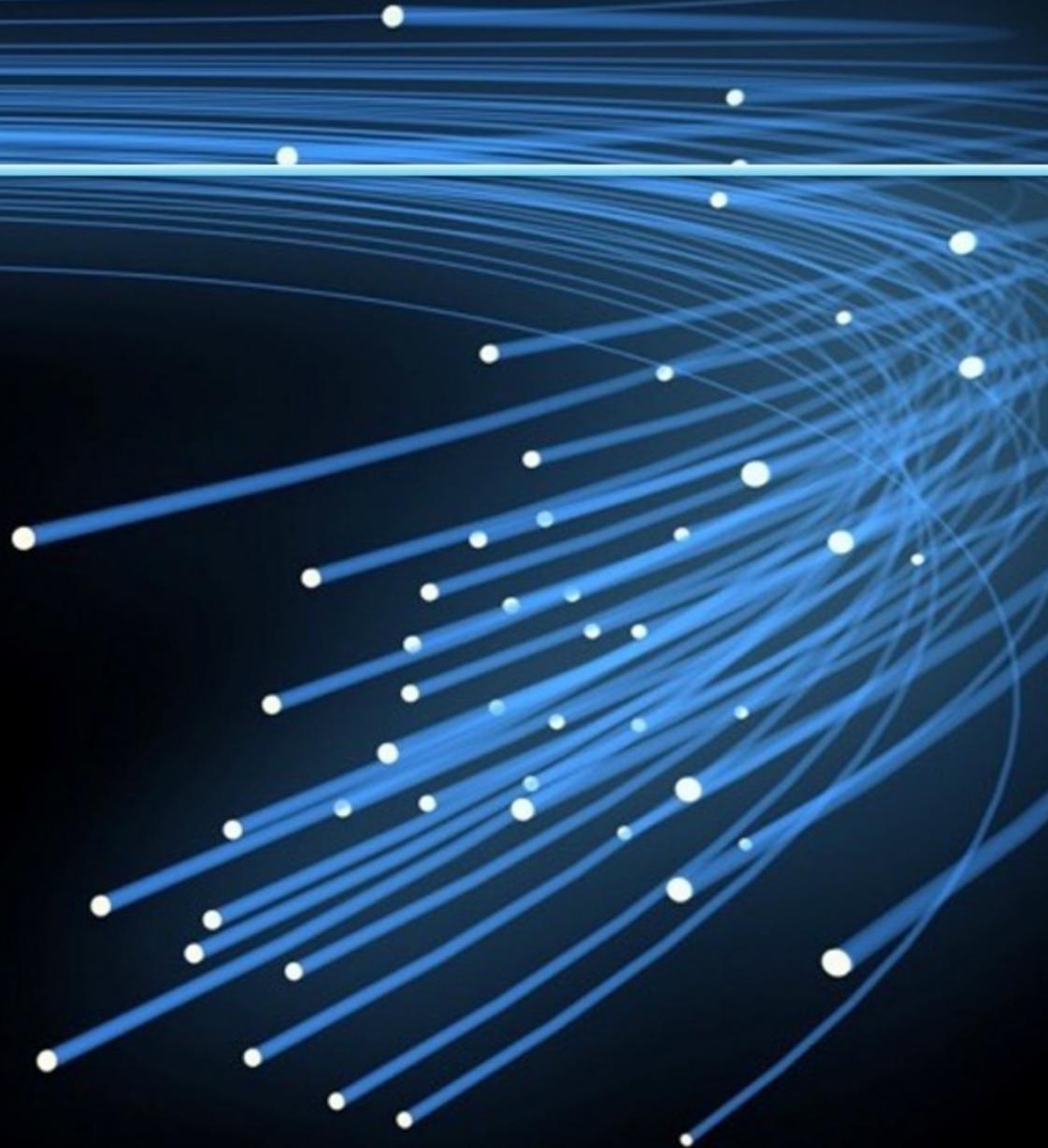
$n = 0, 1, 2, \dots$



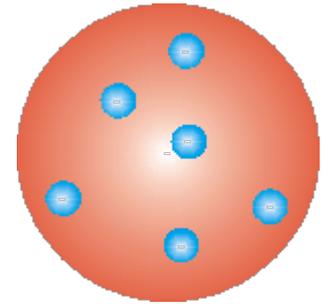
$$p = h/\lambda$$

$$\lambda = h/p$$

La struttura dell'atomo

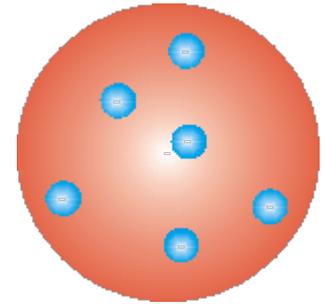


- Alla fine del 1800 l'ipotesi atomica (Dalton 1808) è largamente accettata. Ma l'atomo è considerato "indivisibile".
- 1897: Thomson scopre l'elettrone (carica negativa, massa \ll massa atomica)

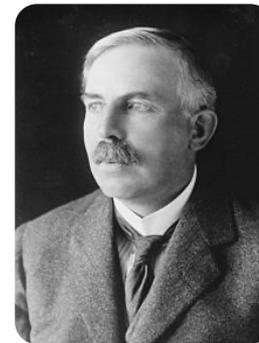


Modello a
"panettone"

- Alla fine del 1800 l'ipotesi atomica (Dalton 1808) è largamente accettata. Ma l'atomo è considerato "indivisibile".
- 1897: Thomson scopre l'elettrone (carica negativa, massa \ll massa atomica)
- 1909: Esperimento di Rutherford + Geiger e Marsden

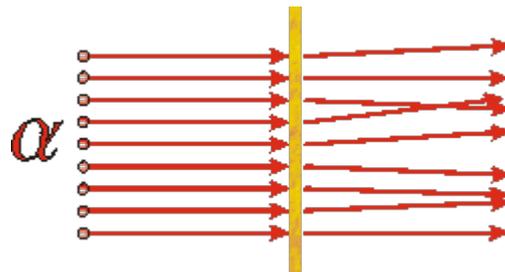


Modello a "panettone"

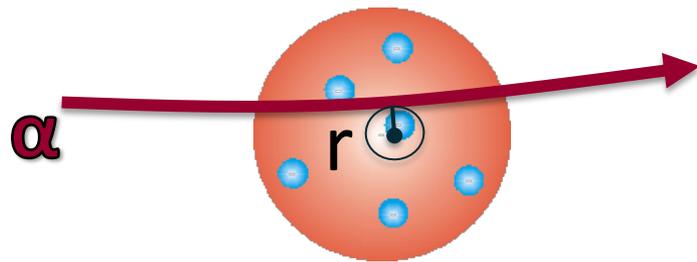
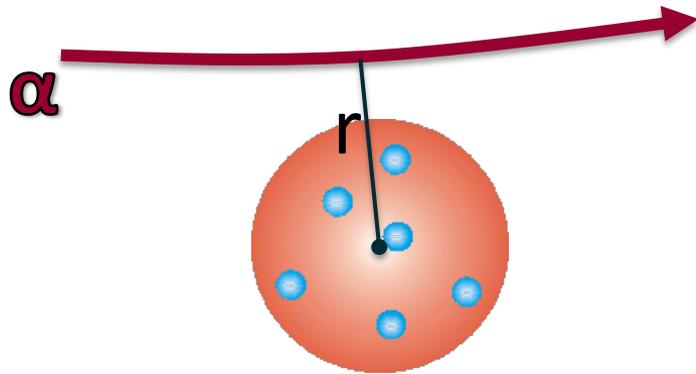


Ernest Rutherford

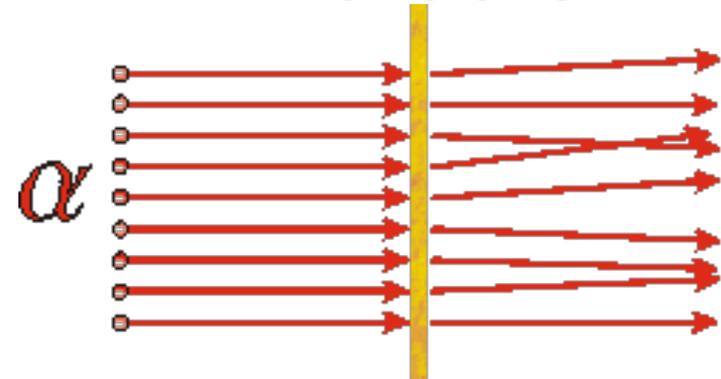
Previsione



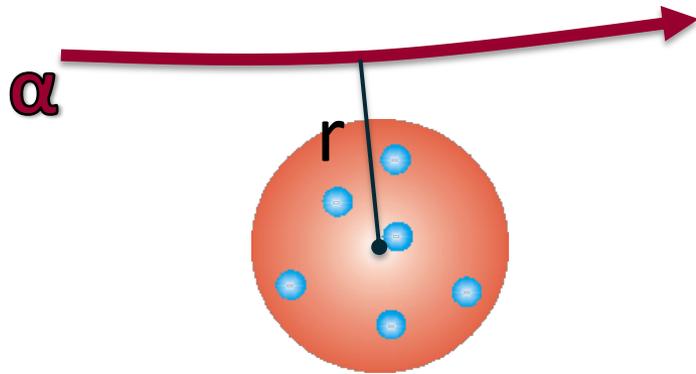
LA STRUTTURA DELL'ATOMO



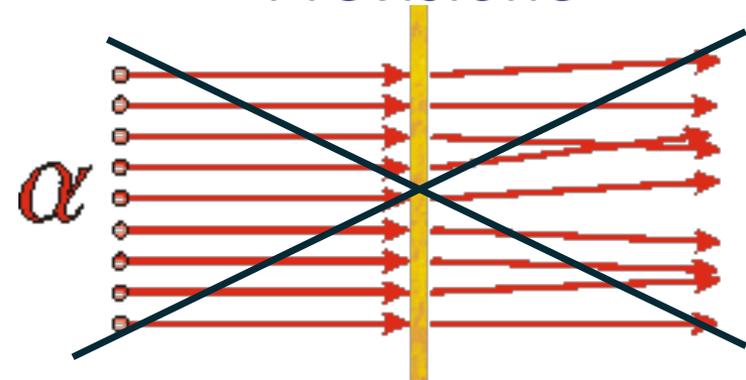
Previsione



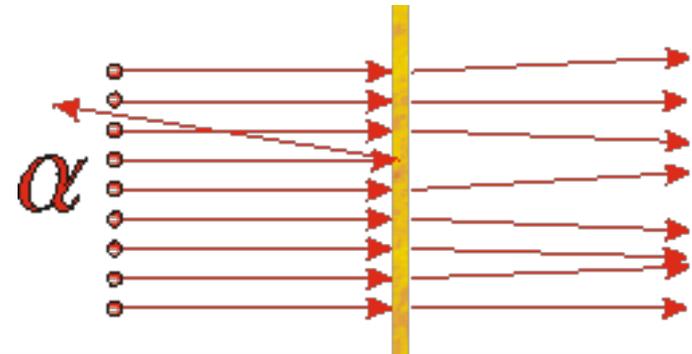
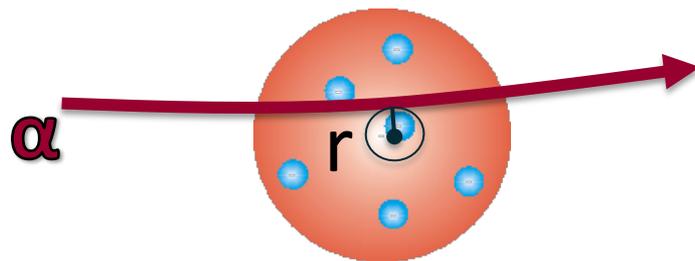
LA STRUTTURA DELL'ATOMO



Previsione



Risultato

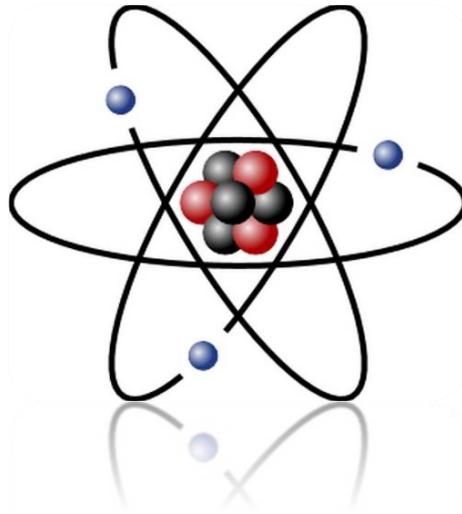


Il modello di Thomson è SBAGLIATO!!

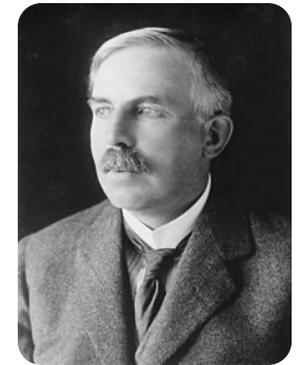
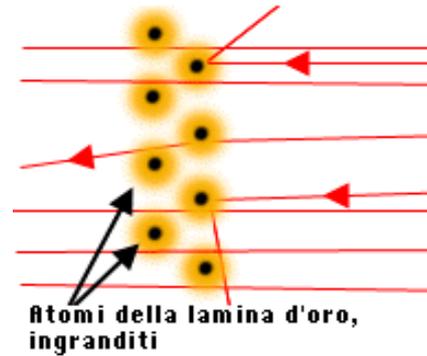
RUTHERFORD: MODELLO "PLANETARIO"

$$F_{el} = \frac{Qq}{r^2}$$

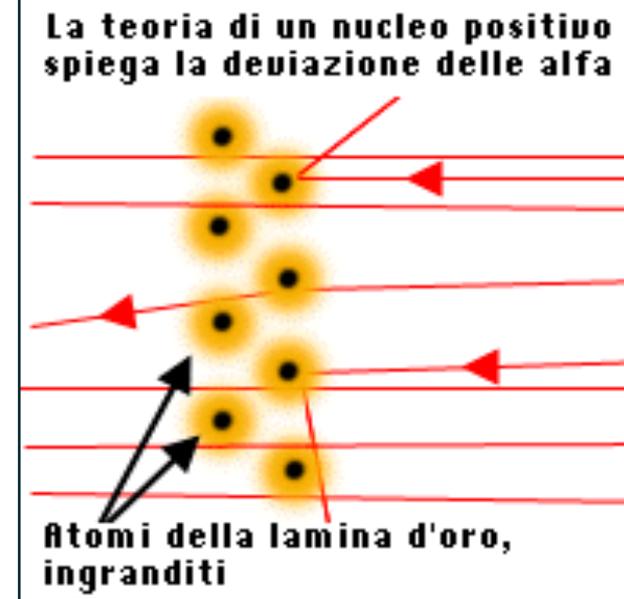
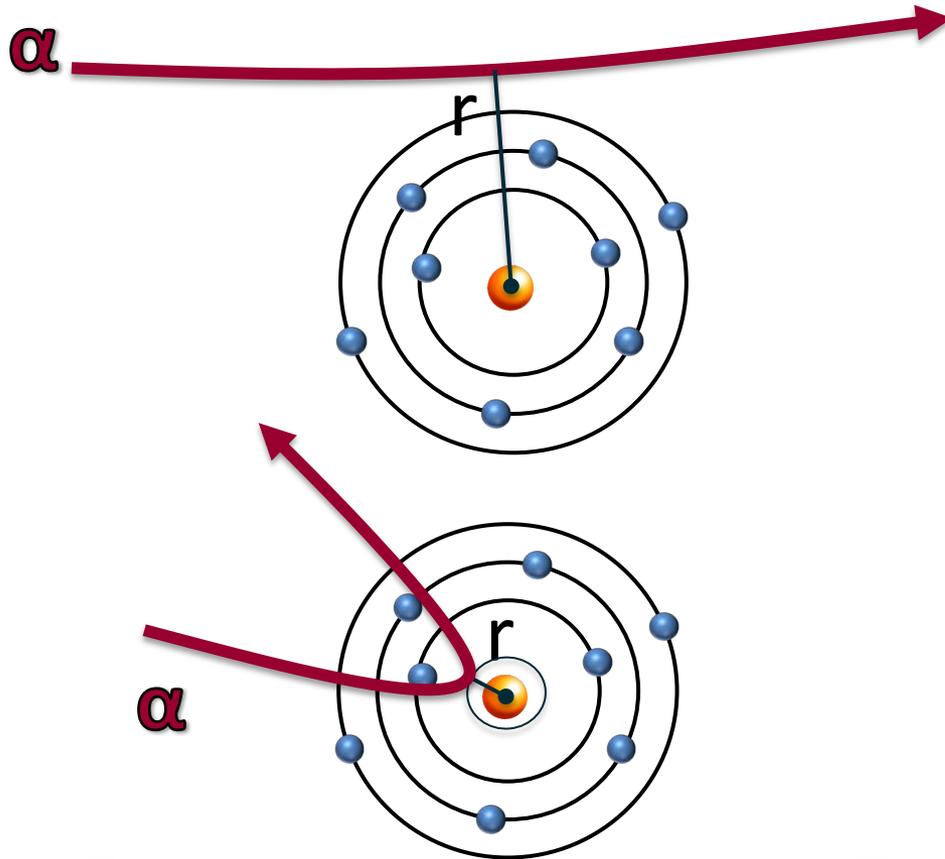
$$F_{gr} = G \frac{Mm}{r^2}$$



La teoria di un nucleo positivo spiega la deviazione delle alfa



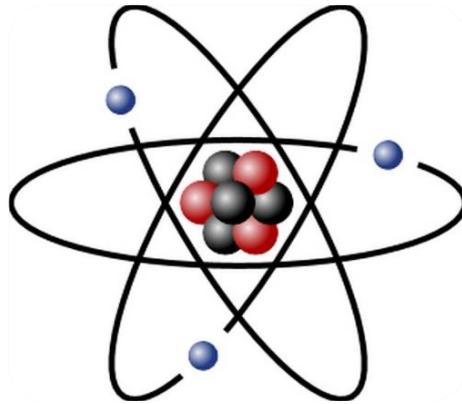
RUTHERFORD: MODELLO "PLANETARIO"



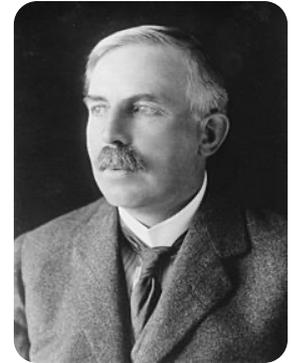
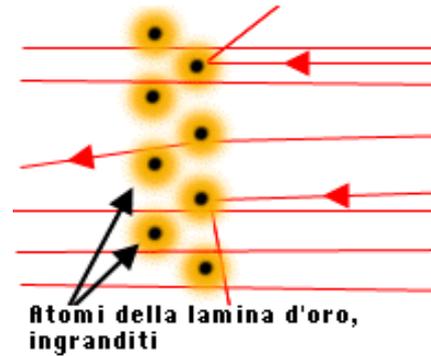
RUTHERFORD: MODELLO "PLANETARIO"

$$F_{el} = \frac{Qq}{r^2}$$

$$F_{gr} = G \frac{Mm}{r^2}$$



La teoria di un nucleo positivo spiega la deviazione delle alfa



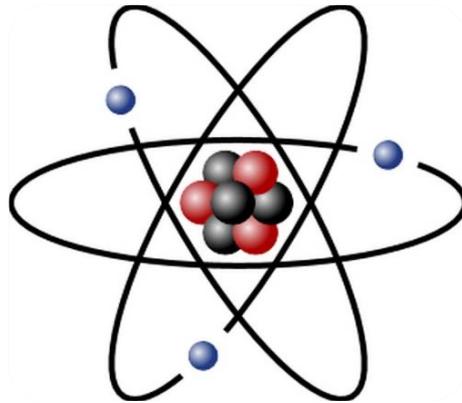
PROBLEMI CON LA FISICA CLASSICA

1) Gli atomi sono INSTABILI

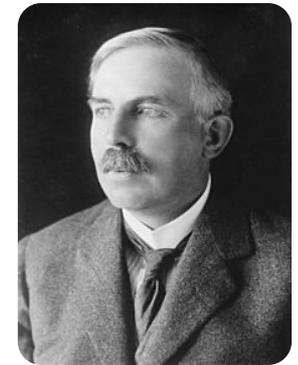
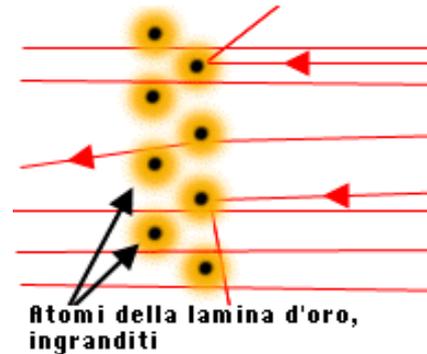
RUTHERFORD: MODELLO "PLANETARIO"

$$F_{el} = \frac{Qq}{r^2}$$

$$F_{gr} = G \frac{Mm}{r^2}$$



La teoria di un nucleo positivo spiega la deviazione delle alfa



PROBLEMI CON LA FISICA CLASSICA

1) Gli atomi sono **INSTABILI**



Per l'atomo di H e gli atomi idrogenoidi

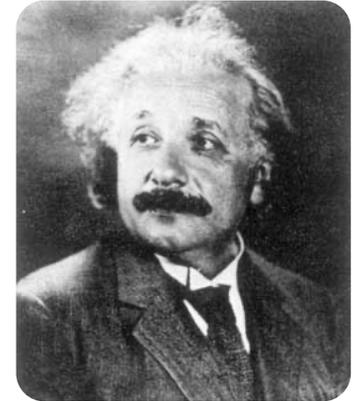
2) Gli **SPETTRI ATOMICI**
sono **INCOMPRESIBILI**

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

n, m interi

Equazione
di Rydberg

*Tutti i miei tentativi di adattare i fondamenti teorici della fisica a queste (nuove) acquisizioni fallirono completamente. Era come se ci fosse **mancata la terra sotto ai piedi** e non si vedesse **da nessuna parte un punto fermo** su cui poter costruire*



Albert Einstein

*La **violenta reazione** ai recenti sviluppi della fisica moderna può essere compresa soltanto se ci si rende conto che questa volta hanno cominciato **a cedere i fondamenti stessi della fisica**; e che questo movimento ha prodotto la sensazione che sarebbe stata **tagliata la base su cui poggiava la scienza***



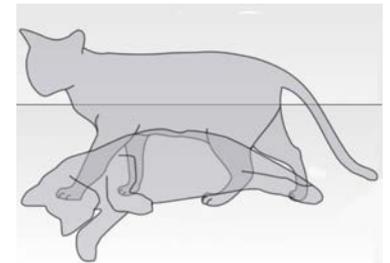
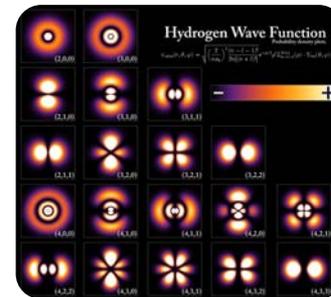
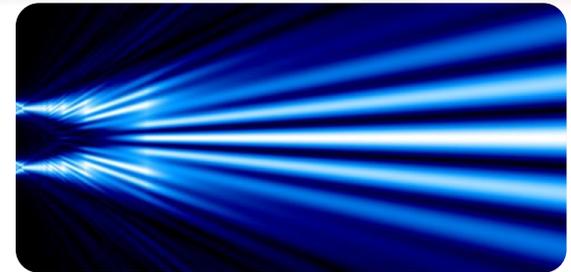
Werner Heisenberg

Elementi di Fisica Teorica Contemporanea

1. Teoria della Relatività
2. Meccanica quantistica
3. Particelle e campi
4. Gravità quantistica

Sommario

- ✓ ■ Introduzione
- ✓ ■ Crisi della Fisica Classica
- I principi della meccanica quantistica
- Equazione di Schrödinger e sistemi quantistici
- Nuovi fenomeni, sviluppi e interpretazioni

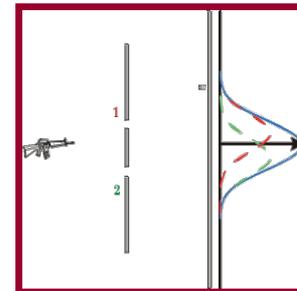


Meccanica quantistica

2. I PRINCIPI DELLA MECCANICA QUANTISTICA

2) I principi della meccanica quantistica

- Esperimenti di interferenza con pallottole, onde ed elettroni
- Il principio di indeterminazione
- Il principio di sovrapposizione



Gli oggetti microscopici si
comportano in modo strano
ma uguale per tutti.

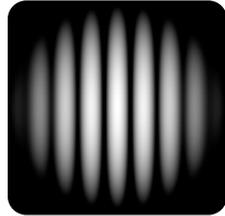
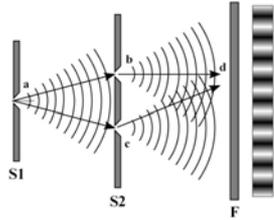
Sono tutti

“onde-particelle”

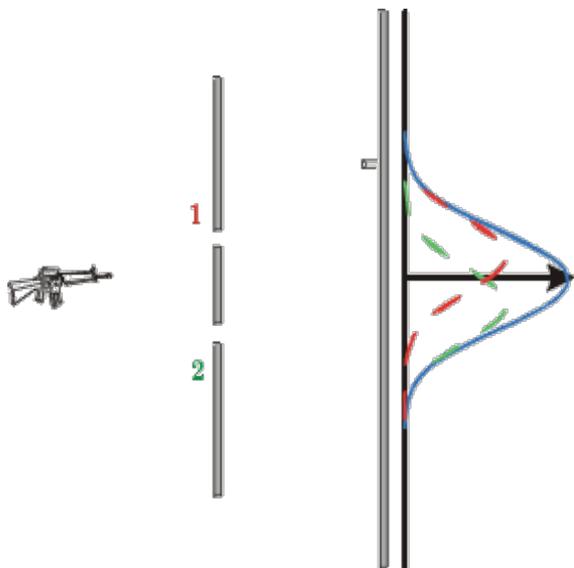
Esperimenti di interferenza con pallottole, onde, elettroni



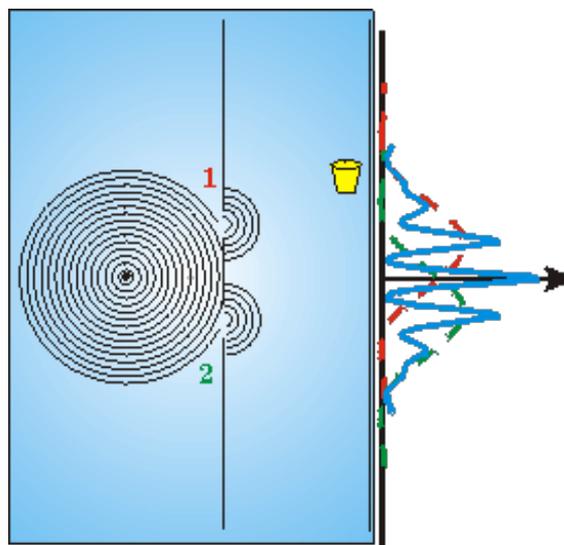
Esperienza
di Young



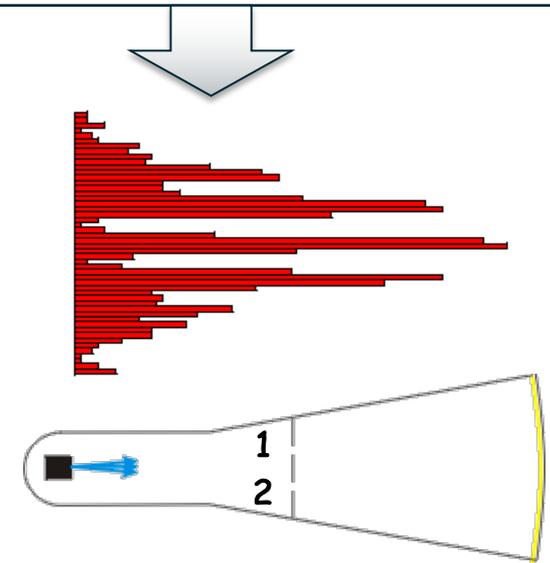
Qui parliamo di elettroni ma
potremmo anche parlare di
fotoni, o di qualunque altra
particella microscopica



1) Pallottole



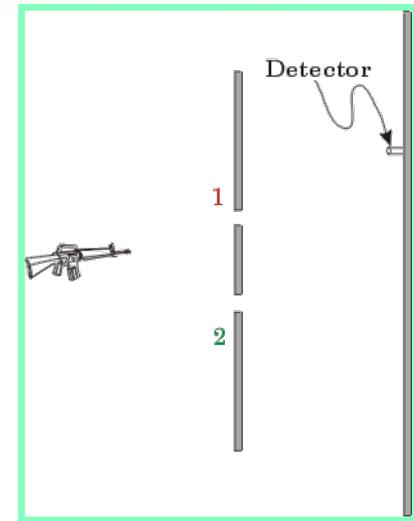
2) Onde d'acqua



3) Elettroni

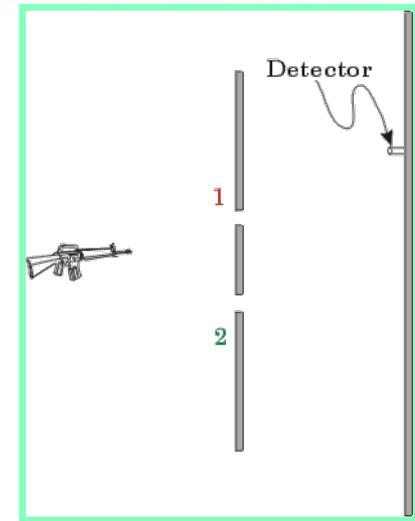
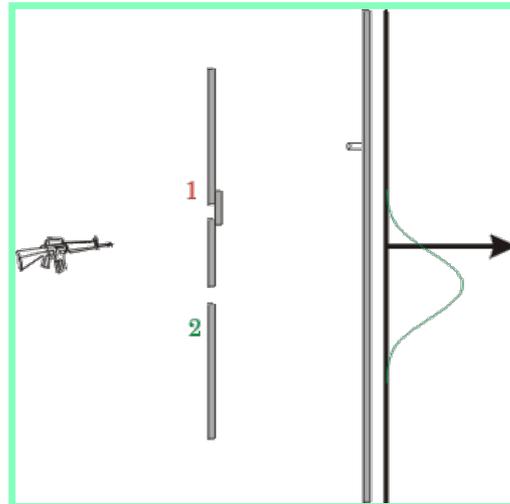
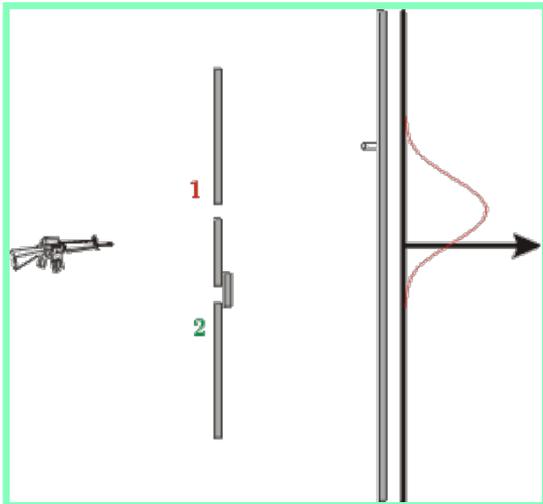
1) Pallottole

- Le pallottole arrivano sempre a blocchi, identici e distinti



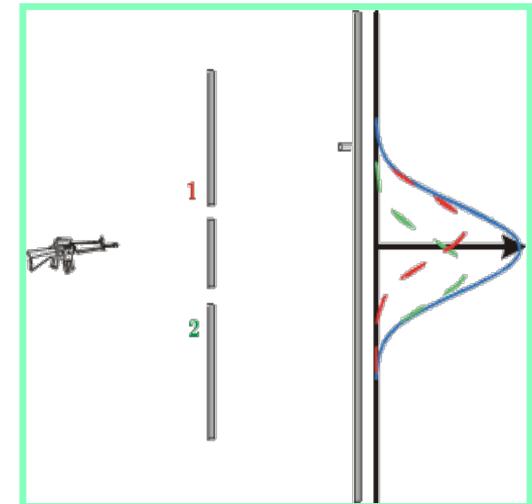
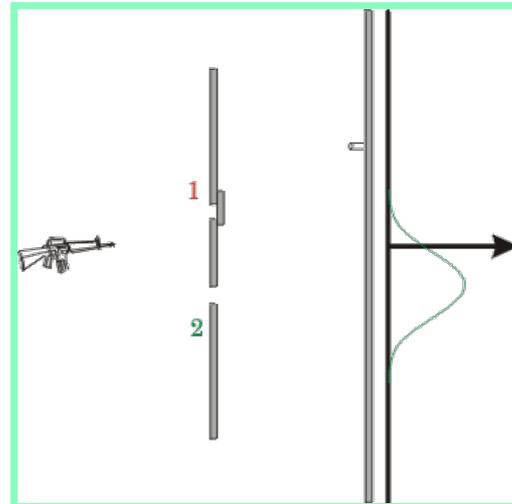
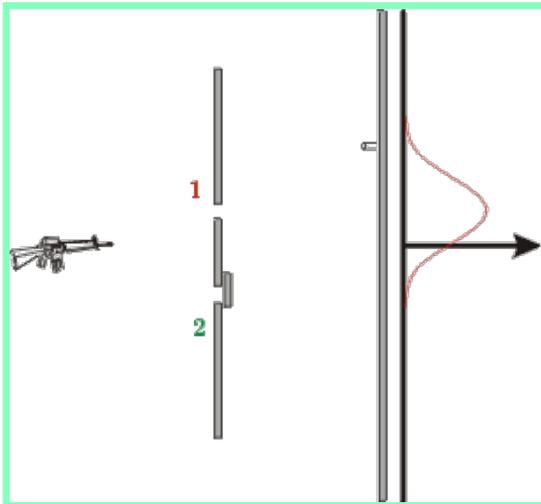
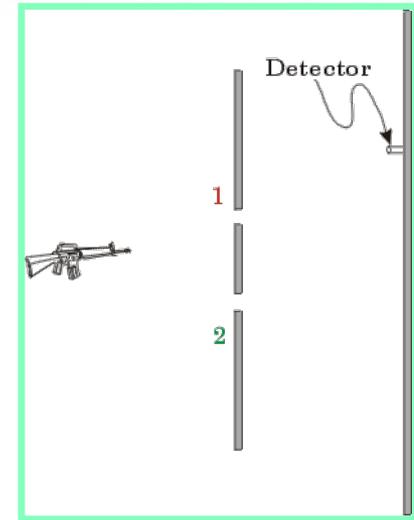
1) Pallottole

- Le pallottole arrivano sempre a blocchi, identici e distinti



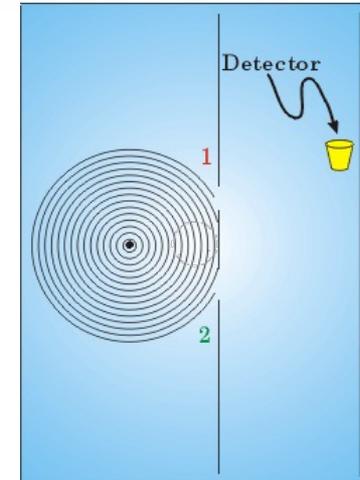
1) Pallottole

- Le pallottole arrivano sempre a blocchi, identici e distinti
- $N_{12} = N_1 + N_2 \rightarrow$ Non si ha interferenza



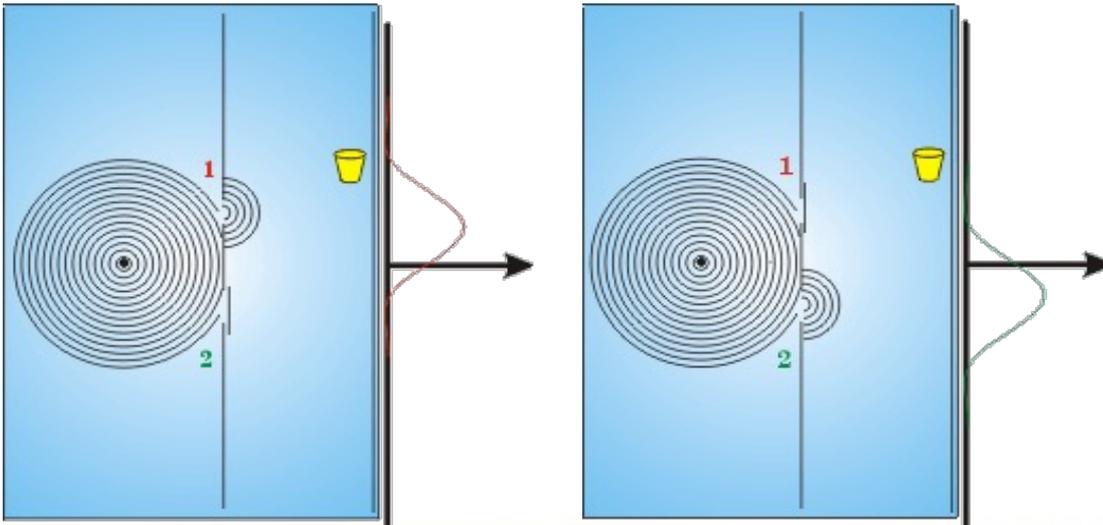
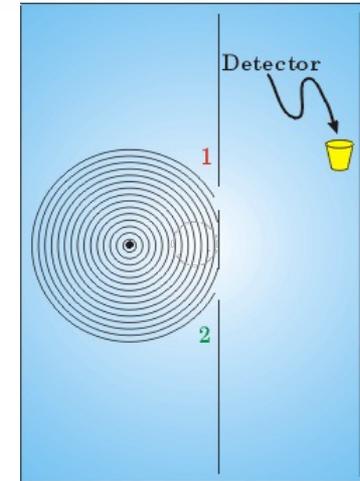
2) Onde d'acqua

- L' intensità può assumere qualsiasi valore;
non possiede una struttura a "blocchi"



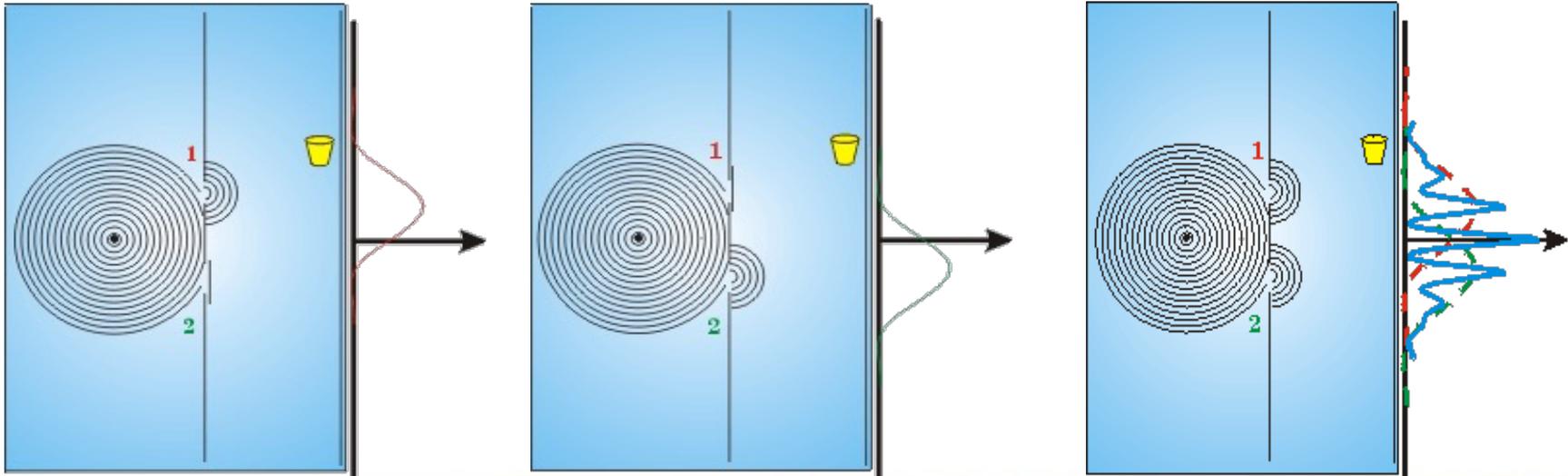
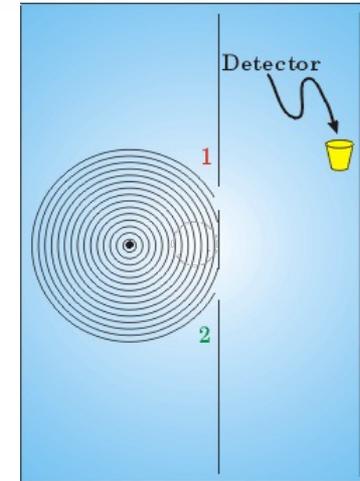
2) Onde d'acqua

- L' intensità può assumere qualsiasi valore; non possiede una struttura a "blocchi"

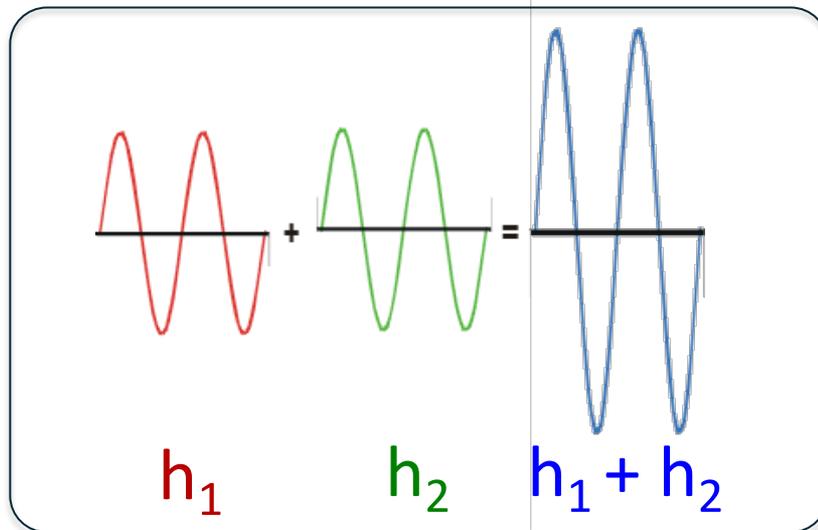


2) Onde d'acqua

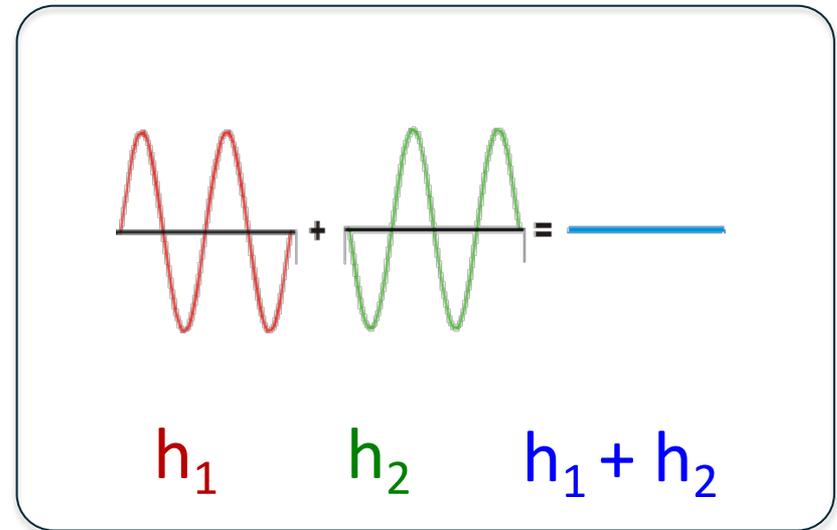
- L' intensità può assumere qualsiasi valore; non possiede una struttura a "blocchi"
- $I_{12} \neq I_1 + I_2 \rightarrow$ Si ha interferenza



Interferenza costruttiva



Interferenza distruttiva

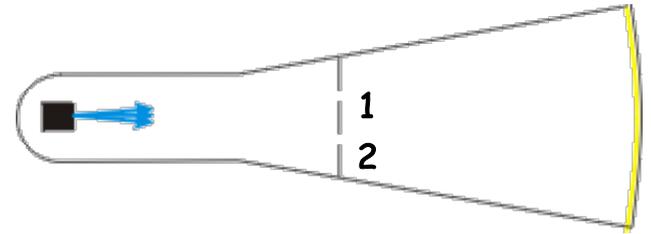


$$I_{12} = |h_1 + h_2|^2 = |h_1|^2 + |h_2|^2 + 2 |h_1| |h_2| \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

$$(h_1 = |h_1| e^{i\theta_1}, \quad h_2 = |h_2| e^{i\theta_2})$$

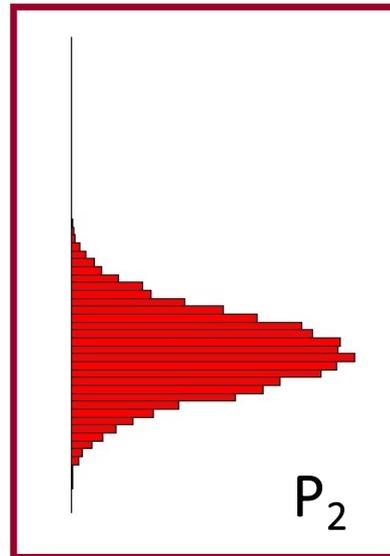
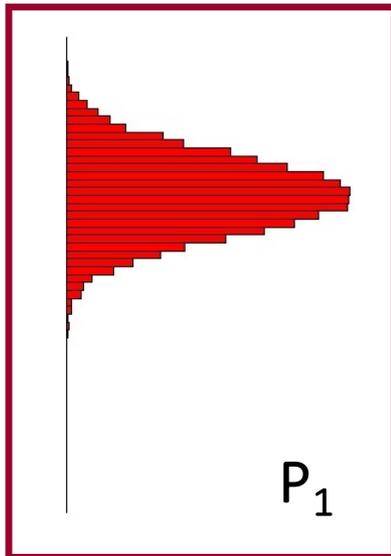
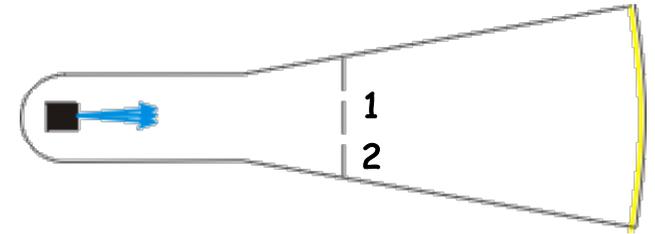
3) Elettroni

- Gli elettroni arrivano sempre in granuli, tutti identici tra loro



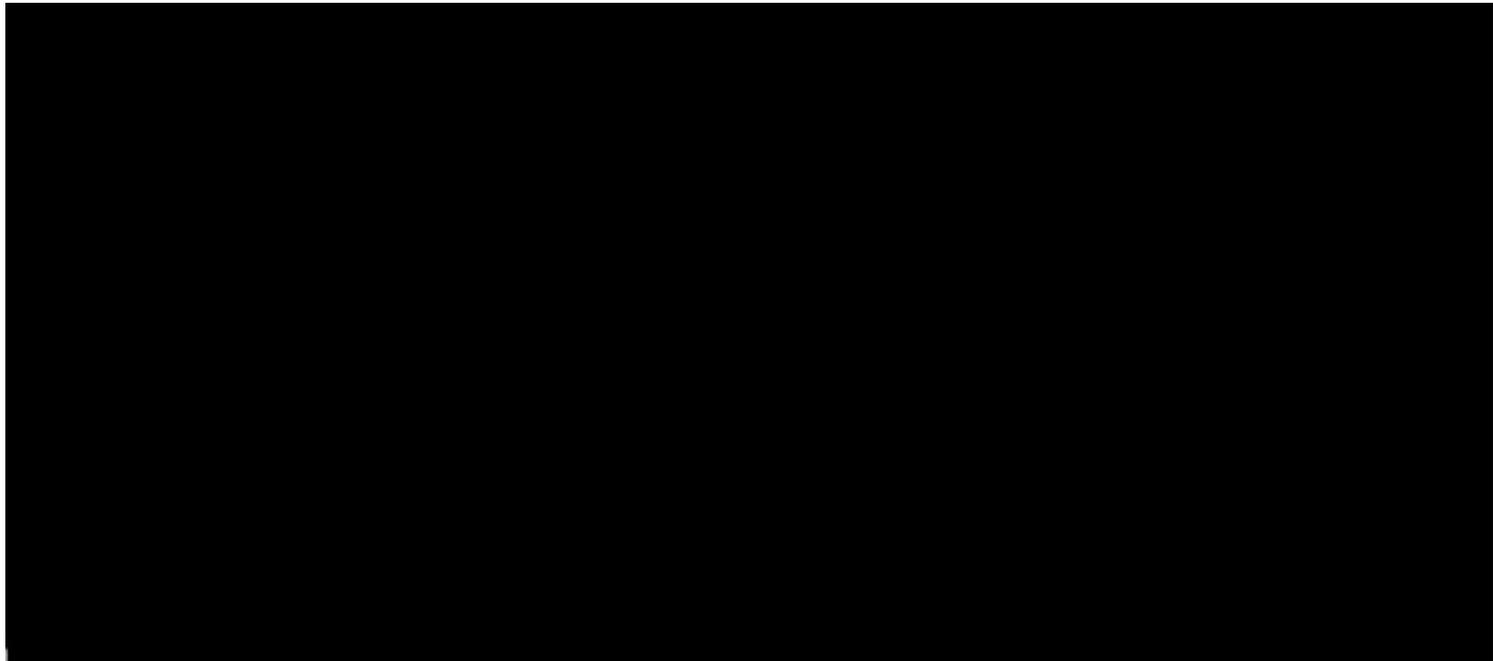
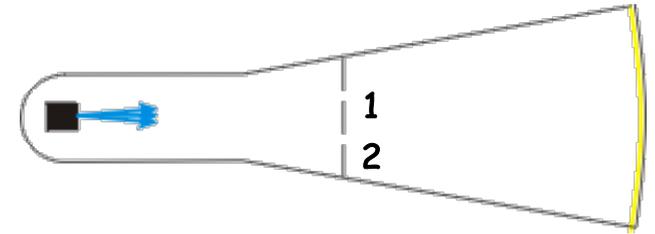
3) Elettroni

- Gli elettroni arrivano sempre in granuli, tutti identici tra loro



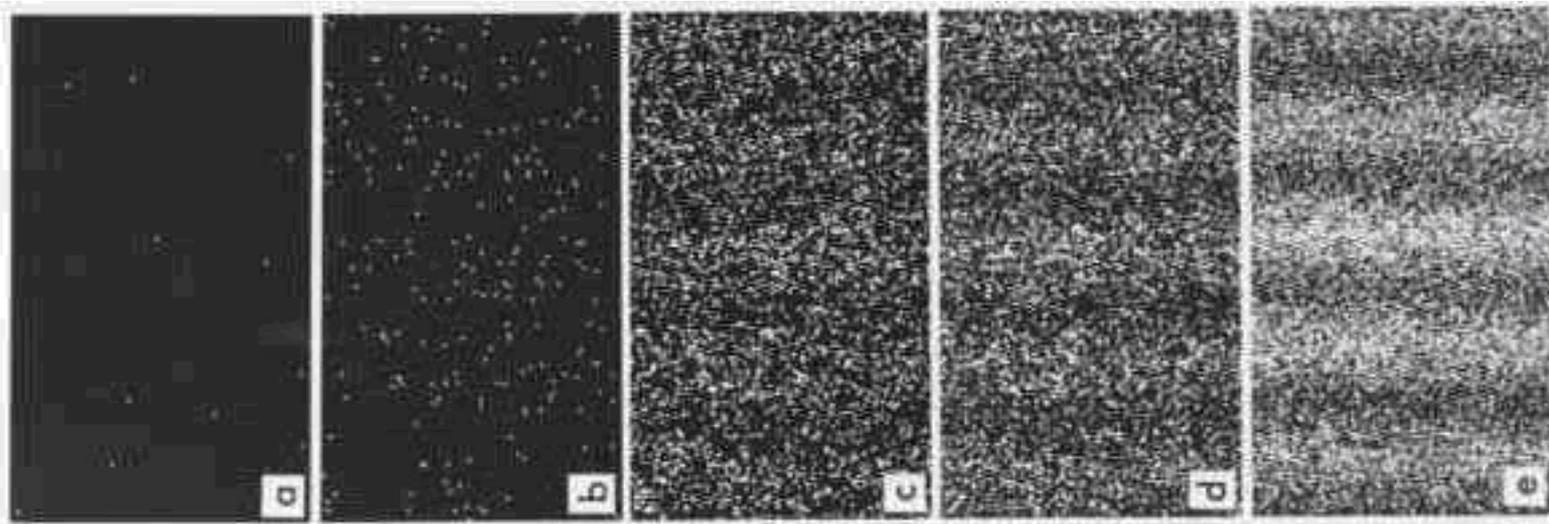
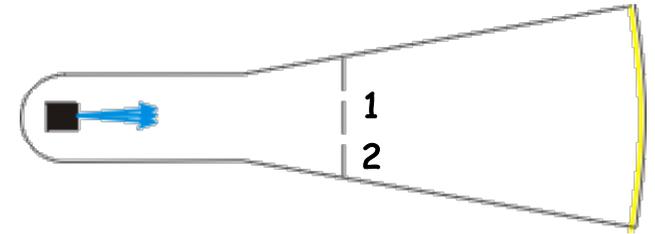
3) Elettroni

- Gli elettroni arrivano sempre in granuli, tutti identici tra loro



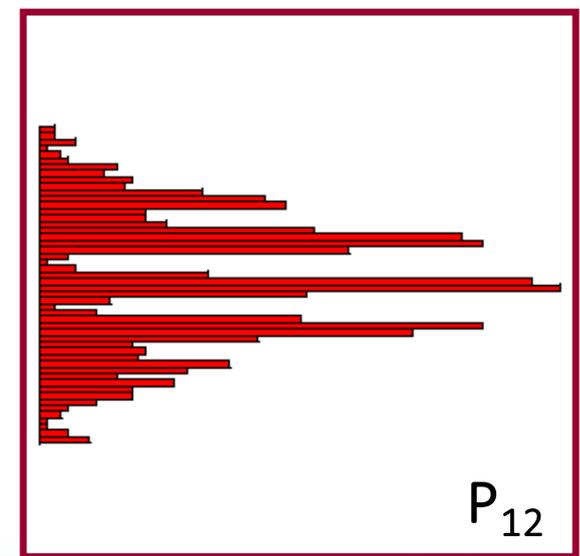
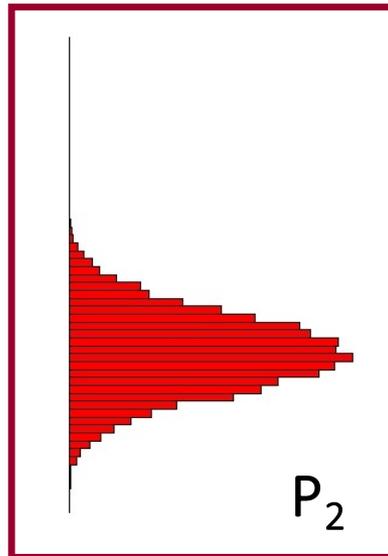
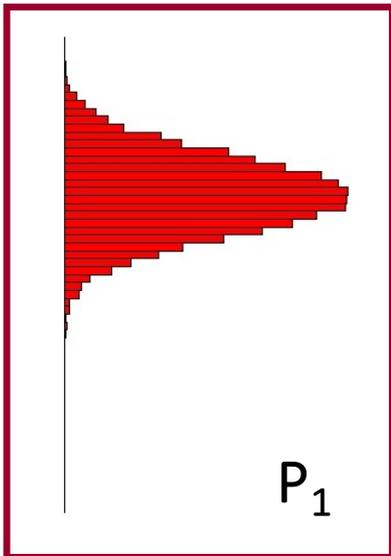
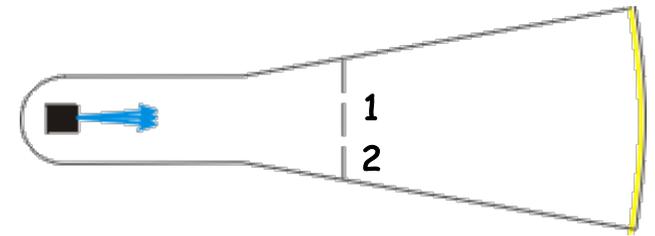
3) Elettroni

- Gli elettroni arrivano sempre in granuli, tutti identici tra loro
- $P_{12} \neq P_1 + P_2 \rightarrow$ Si ha interferenza

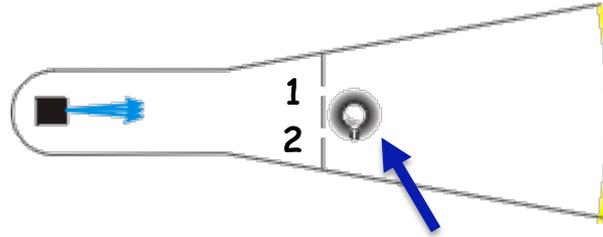


3) Elettroni

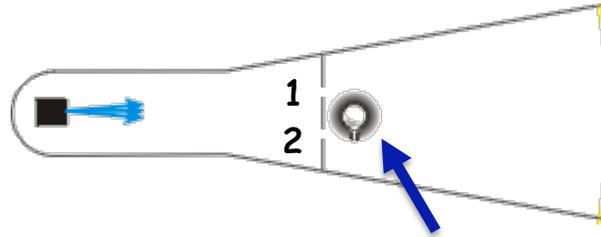
- Gli elettroni arrivano sempre in granuli, tutti identici tra loro
- $P_{12} \neq P_1 + P_2 \rightarrow$ Si ha interferenza



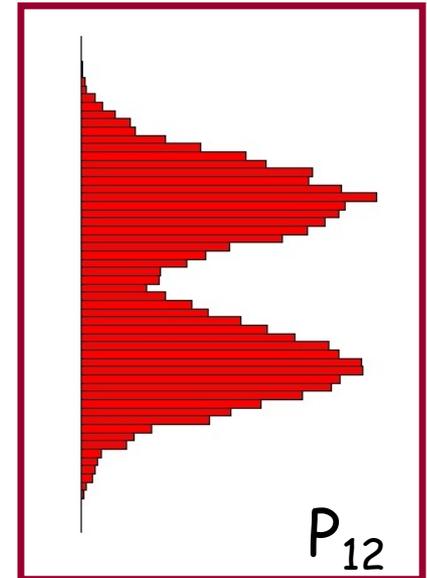
3) Elettroni
osservazione



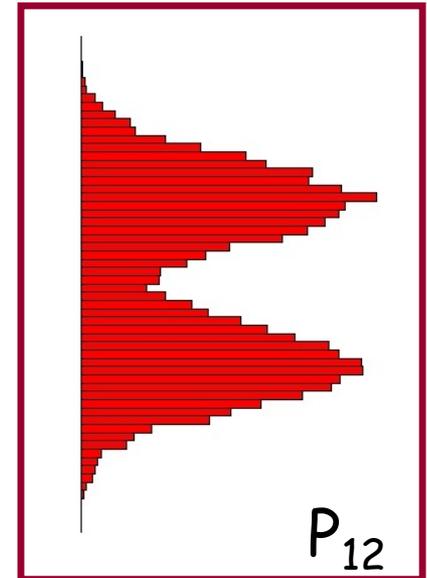
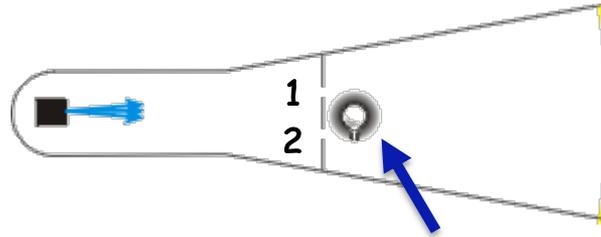
3) Elettroni osservazione



- Gli elettroni osservati risultano essere passati o dal foro 1 oppure dal foro 2
- $P_{12} = P_1 + P_2 \rightarrow$ NON si ha interferenza



3) Elettroni osservazione



- Gli elettroni osservati risultano essere passati o dal foro 1 oppure dal foro 2
- $P_{12} = P_1 + P_2 \rightarrow$ NON si ha interferenza

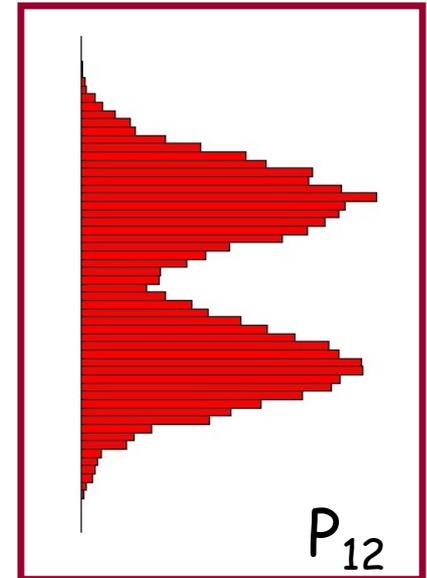
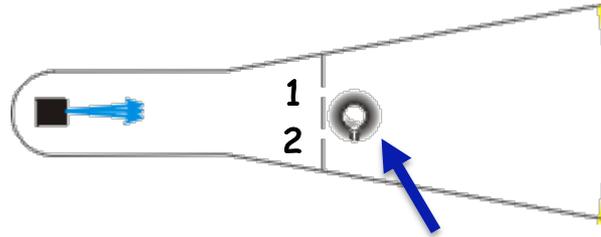
E' possibile "migliorare" l'esperimento ?

Diminuire l'intensità
della luce?



Ridurre la frequenza
della luce?

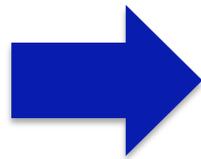
3) Elettroni osservazione



- Gli elettroni osservati risultano essere passati o dal foro 1 oppure dal foro 2
- $P_{12} = P_1 + P_2 \rightarrow$ NON si ha interferenza

E' possibile "migliorare" l'esperimento ?

NO



PRINCIPIO DI
INDETERMINAZIONE

Il principio di indeterminazione

PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

W. Heisenberg
1927

Dall'esperimento di interferenza impariamo che l'elettrone non segue una traiettoria. Posizione e velocità, o impulso, non sono simultaneamente determinati

PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

W. Heisenberg
1927

Nell'esperimento di interferenza **non si può misurare la posizione dell'elettrone senza alterarne lo stato**. Andare a vedere dove passa l'elettrone vuol dire determinarne più precisamente la posizione e dunque modificarne lo stato, per posizione e impulso.

PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE

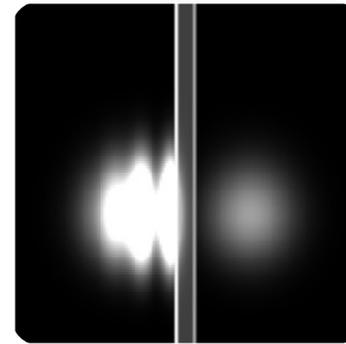
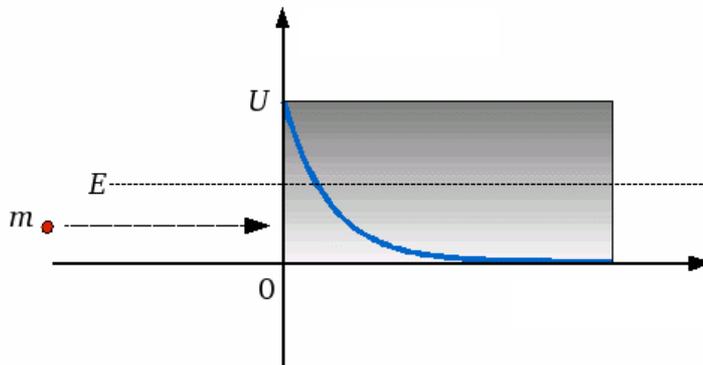
$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

W. Heisenberg
1927

Il principio non esprime un limite legato alla misura,
ma ad una proprietà intrinseca dei sistemi fisici

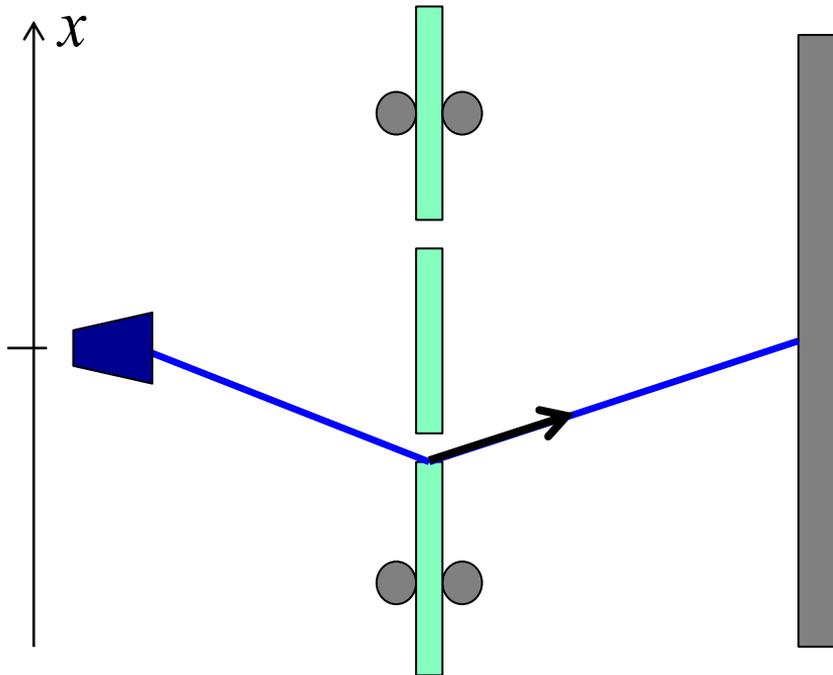
$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Oscillatore
armonico



Effetto
tunnel

Proposta di Einstein a Bohr



Lo schermo con le due fenditure è libero di scorrere senza attrito

EINSTEIN:

Poiché il comportamento dell'elettrone non può essere modificato dal moto libero dello schermo, possiamo determinare attraverso quale fenditura è passato l'elettrone senza distruggere la figura di interferenza

BOHR:

No. La figura di interferenza scompare per effetto del **principio di indeterminazione** applicato allo schermo

La sovrapposizione quantistica



I risultati dell'esperimento delle due fenditure risultano incomprensibili, ma la descrizione matematica è molto semplice: è la stessa delle onde classiche

Onde classiche

$$I = |h|^2$$

h: Ampiezza dell'onda

I: Intensità

$$I_{12} = |h_1 + h_2|^2$$

Elettroni

$$P = |\varphi|^2$$

φ : Ampiezza di probabilità

P: Probabilità

$$P_{12} = |\varphi_1 + \varphi_2|^2$$

I risultati dell'esperimento delle due fenditure risultano incomprensibili, ma la descrizione matematica è molto semplice: è la stessa delle onde classiche

Onde classiche

$$I = |h|^2$$

h: Ampiezza dell'onda

I: Intensità

$$I_{12} = |h_1 + h_2|^2$$

Elettroni

$$P = |\varphi|^2$$

φ : Ampiezza di probabilità

P: Probabilità

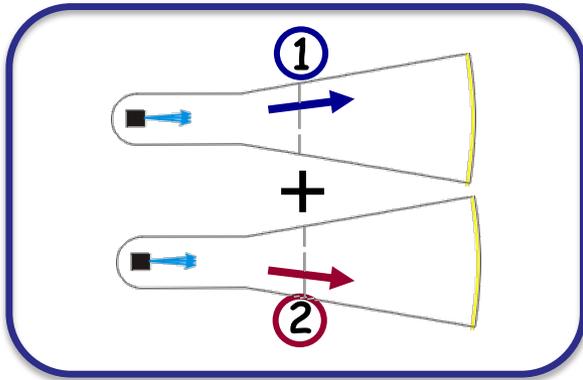
$$P_{12} = |\varphi_1 + \varphi_2|^2$$

Ma se si osservano gli elettroni:



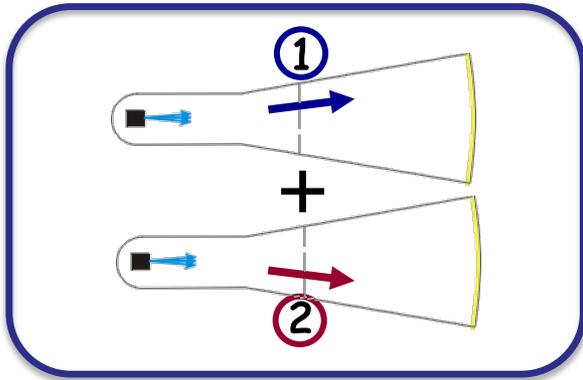
$$P_{12} = P_1 + P_2$$

$$\psi = \psi_1 + \psi_2$$

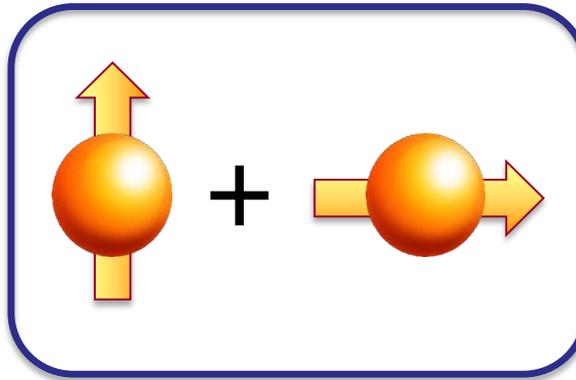


Elettrone nel
passaggio tra
due fenditure

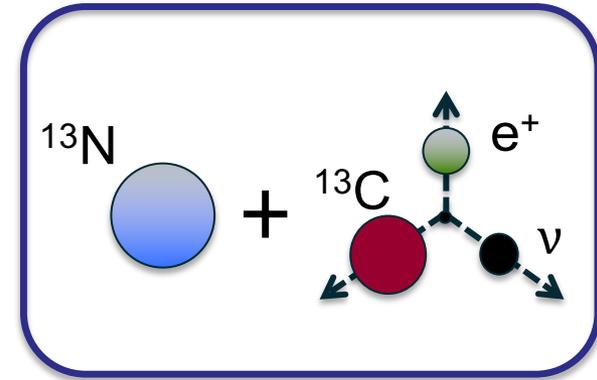
$$\psi = \psi_1 + \psi_2$$



Elettrone nel
passaggio tra
due fenditure

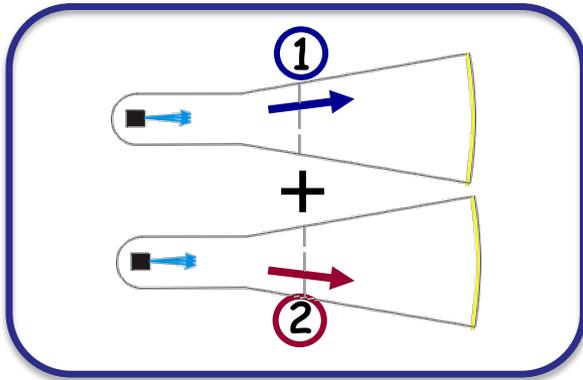


Fotone in stati
con opposta
polarizzazione

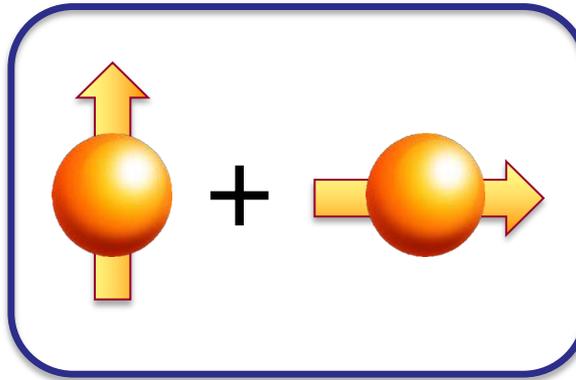


Atomo decaduto
e non decaduto

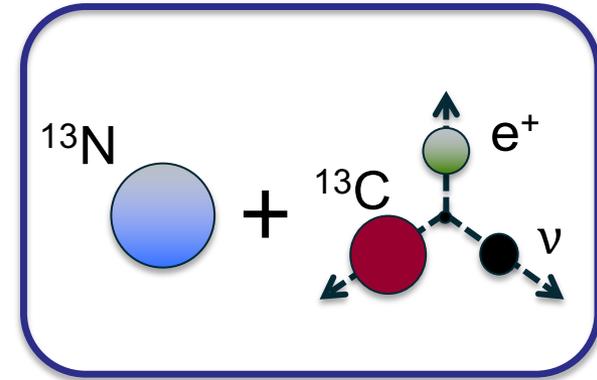
$$\psi = \psi_1 + \psi_2$$



Elettrone nel
passaggio tra
due fenditure



Fotone in stati
con opposta
polarizzazione



Atomo decaduto
e non decaduto

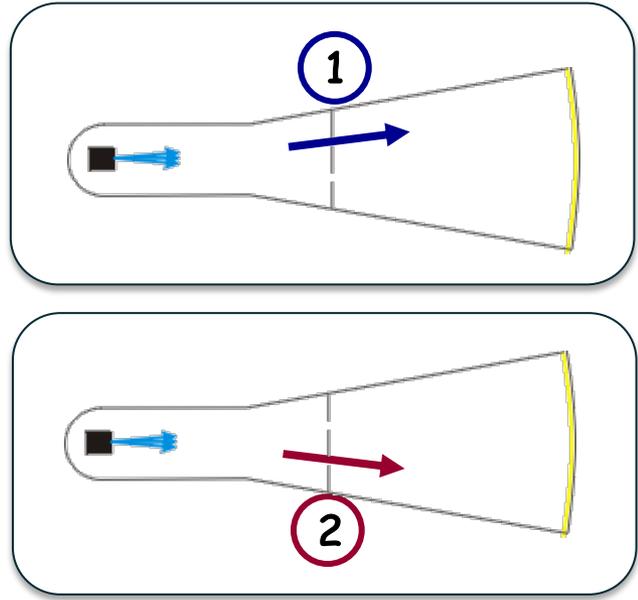
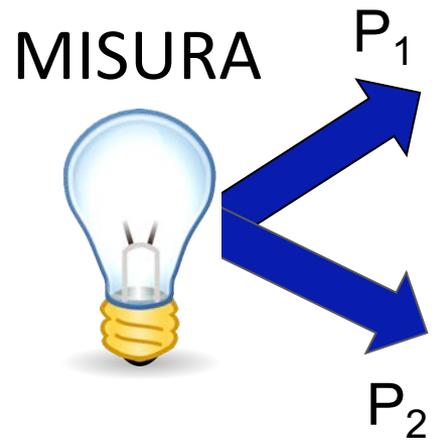
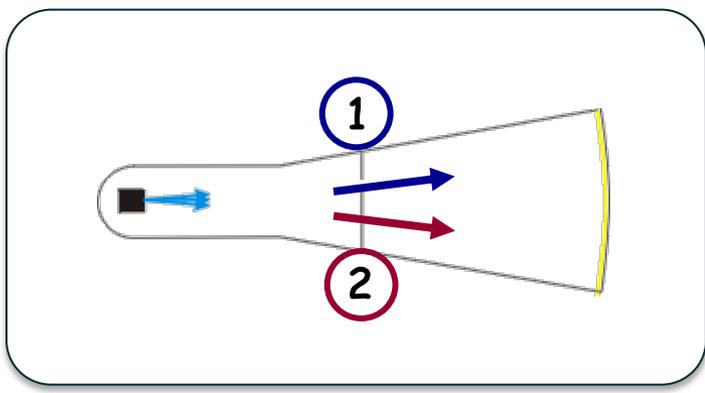
La sovrapposizione implica che **le proprietà fisiche non sono reali, non pre-esistono alla misura**



“L'impero delle luci”
di René Magritte:
una sovrapposizione
di giorno e notte

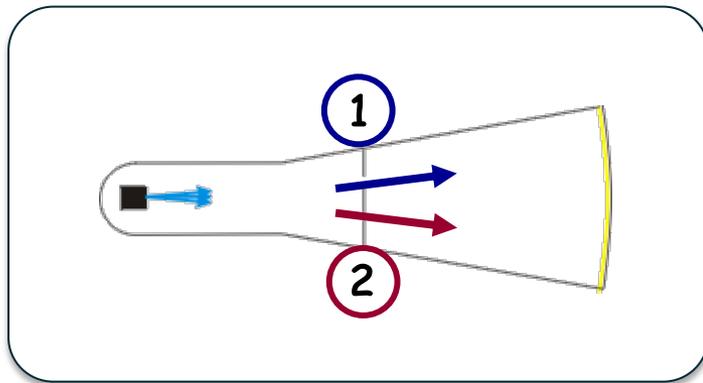
Le proprietà fisiche delle particelle si manifestano solo a seguito della misura

~~$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$~~



L'osservazione degli elettroni
elimina la sovrapposizione e
provoca la scomparsa della figura
di interferenza

~~$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$~~

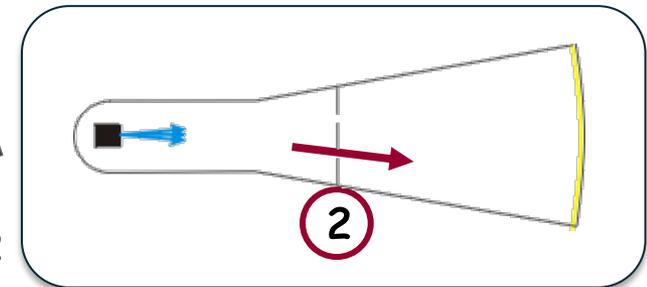
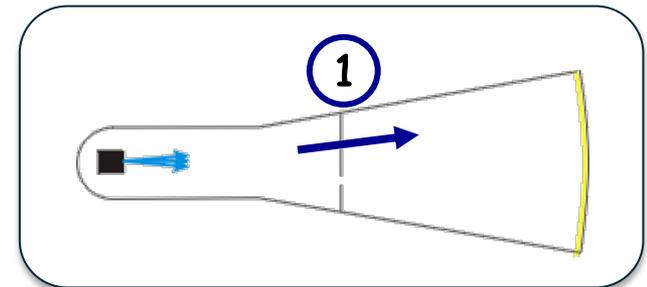


MISURA



P_1

P_2

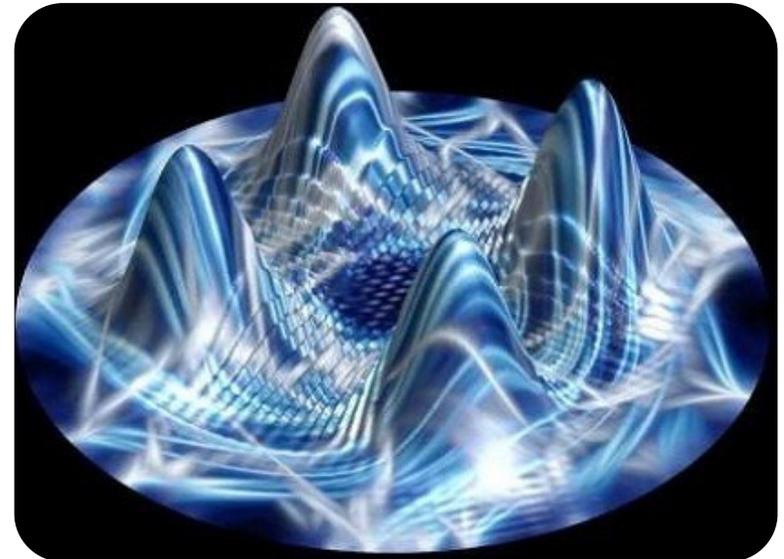


Meccanica quantistica

3. EQUAZIONE DI SCHRÖDINGER E SISTEMI QUANTISTICI

3) EQUAZIONE DI SCHRÖDINGER E SISTEMI QUANTISTICI

- L'equazione di Schrodinger
- La particella libera
- La barriera di potenziale e l'effetto tunnel
- L'oscillatore armonico



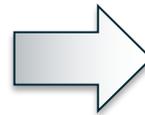
L'equazione di Schrödinger



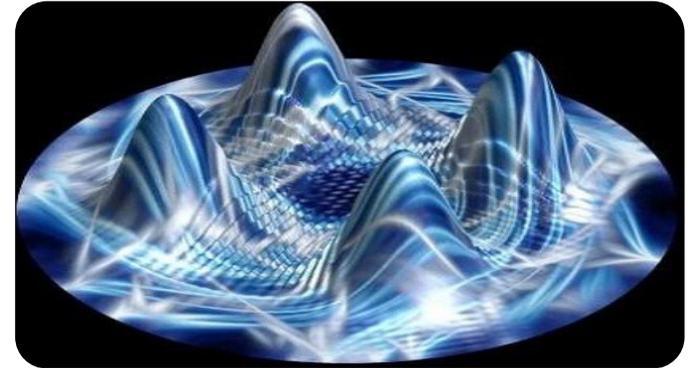
Evento



Probabilità



Ampiezza di
probabilità



“Dualismo” onda-particella
(particella libera ↔ onda piana)

Funzione d'onda $\psi(x,t)$

Gli esperimenti di interferenza con elettroni indicano che la funzione d'onda per una particella libera è un'onda piana

$$\psi(x,t) = A \exp[-i(\omega t - kx)] = A \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - px)\right]$$

$E = \hbar\omega$, $p = \hbar k$



Erwin
Schrödinger
1926

Gli esperimenti di interferenza con elettroni indicano che la funzione d'onda per una particella libera è un'onda piana

$$\psi(x,t) = A \exp[-i(\omega t - kx)] = A \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - px)\right]$$

$$E = \hbar\omega \quad , \quad p = \hbar k$$

$$\rightarrow E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad , \quad p = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$



Erwin
Schrödinger
1926

Gli esperimenti di interferenza con elettroni indicano che la funzione d'onda per una particella libera è un'onda piana

$$\psi(x,t) = A \exp[-i(\omega t - kx)] = A \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - px)\right]$$

$$E = \hbar\omega \quad , \quad p = \hbar k$$

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad , \quad p = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

Per una particella libera non relativistica

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

L'onda piana è la soluzione



Erwin Schrödinger
1926

Per una particella libera non relativistica

$$E = \frac{p^2}{2m}$$



$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

In generale, per una particella in un campo di forze esterne

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$



$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi$$

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad p = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

Equazione di Schrödinger
dipendente dal tempo



Erwin
Schrödinger
1926



1933

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

➔ La dipendenza dal tempo delle funzioni d'onda degli stati con energia determinata è

$$\psi(x, t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} Et\right) \varphi(x)$$

come per l'onda piana di particella libera.

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

➔ La dipendenza dal tempo delle funzioni d'onda degli stati con energia determinata è

$$\psi(x, t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} Et\right) \varphi(x)$$

come per l'onda piana di particella libera.

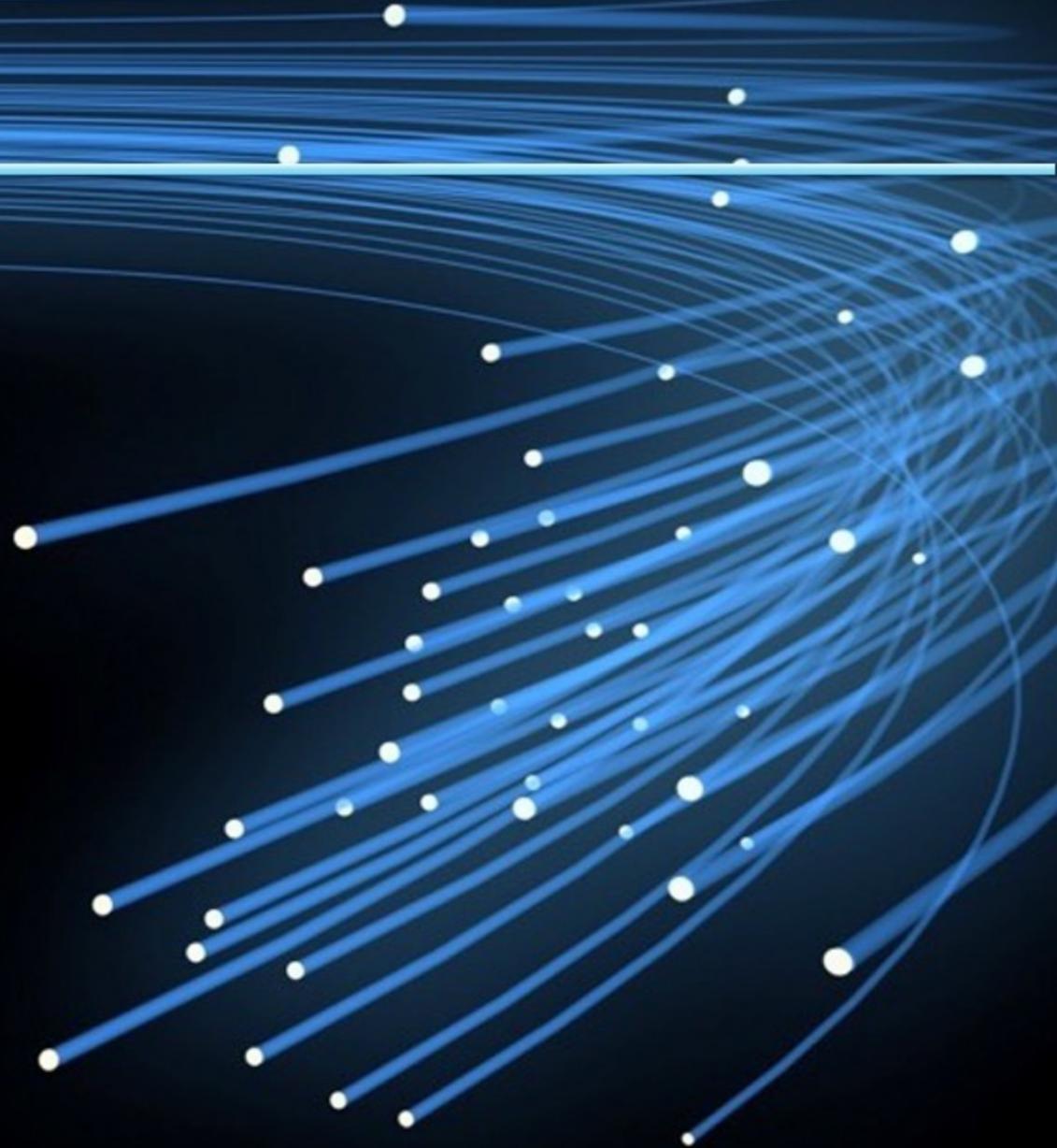
Sostituendo nell'equazione di Schrödinger dipendente dal tempo

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right) \psi \quad \longrightarrow \quad E e^{-\frac{i}{\hbar} Et} \varphi(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right) e^{-\frac{i}{\hbar} Et} \varphi(x)$$

$$H\varphi \equiv \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right) \varphi = E\varphi$$

Equazione di Schrödinger
 indipendente dal tempo

La particella libera

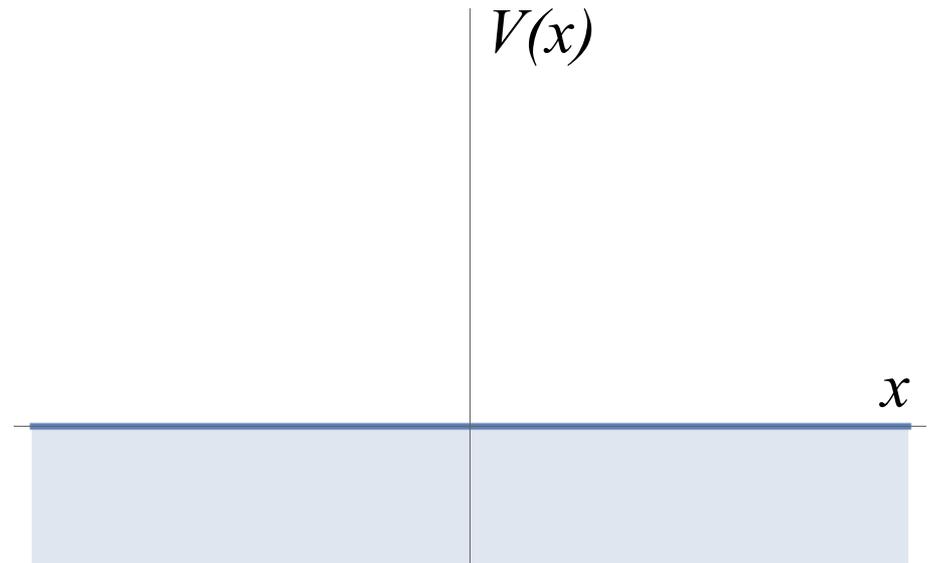


$$V(x) = 0$$

Equazione di Schrödinger
(indipendente dal tempo)

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \cancel{V(x)} \psi \right) = E \psi$$

$$\rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi \equiv -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi$$

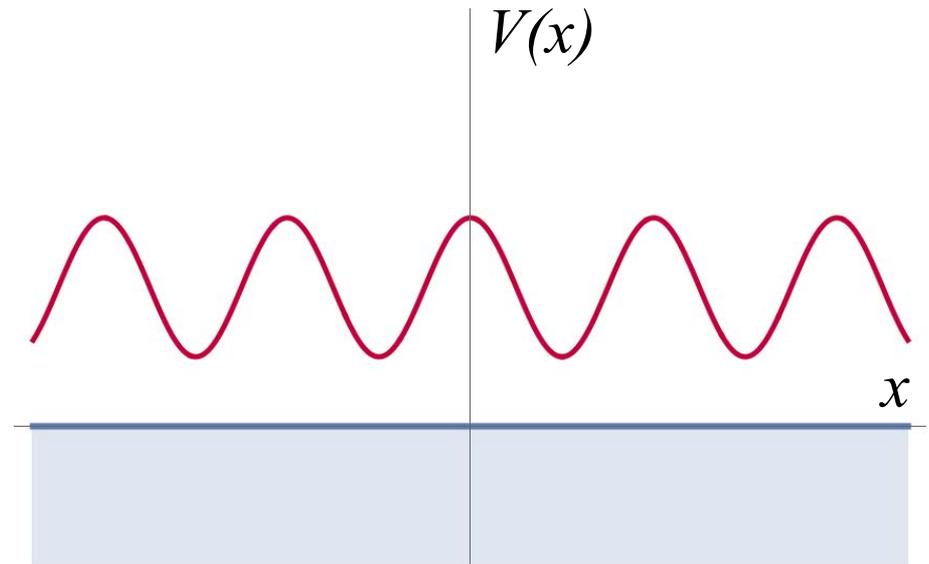


$$V(x) = 0$$

Equazione di Schrödinger
(indipendente dal tempo)

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \cancel{V(x)} \psi \right) = E \psi$$

$$\rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi \equiv -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi$$



$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} p x\right)$$

$$V(x) = 0$$

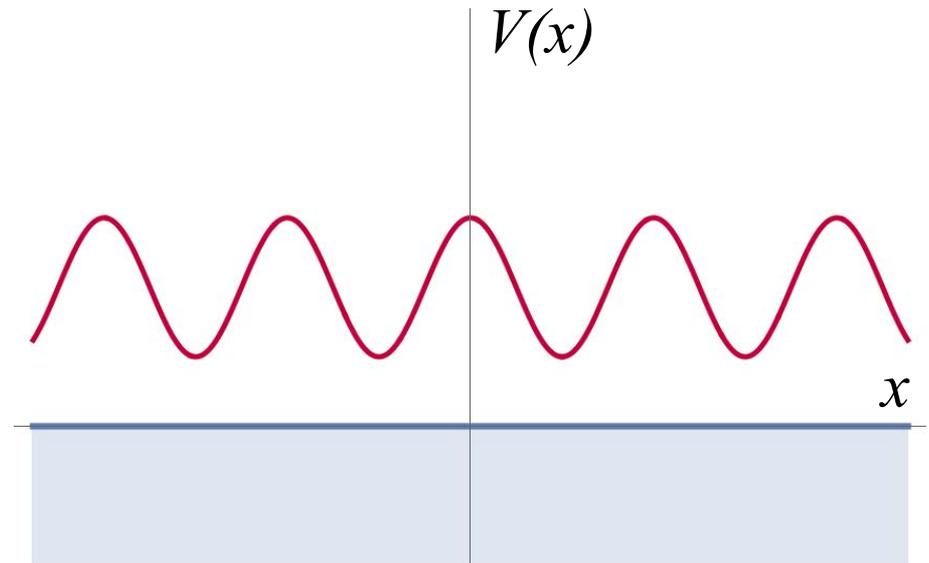
La soluzione dell'equazione di Schrödinger è un'onda piana con

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p}{\hbar} = \frac{2\pi p}{h}$$



$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Relazione di
De Broglie



$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} p x\right)$$

$$V(x) = 0$$

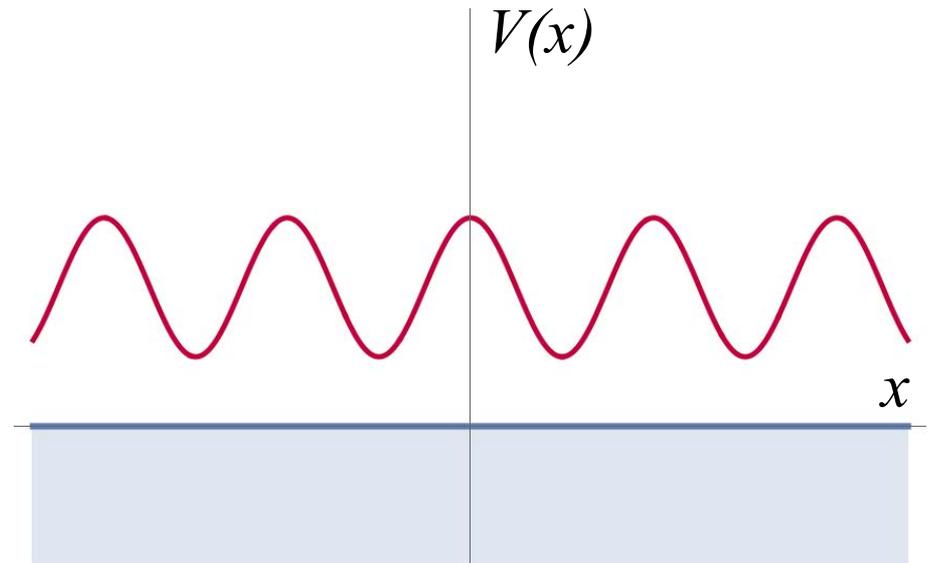
La particella in questo stato ha energia e impulso determinati

$$\Delta E = 0 \quad \Delta p = 0$$

La posizione deve essere allora completamente indeterminata

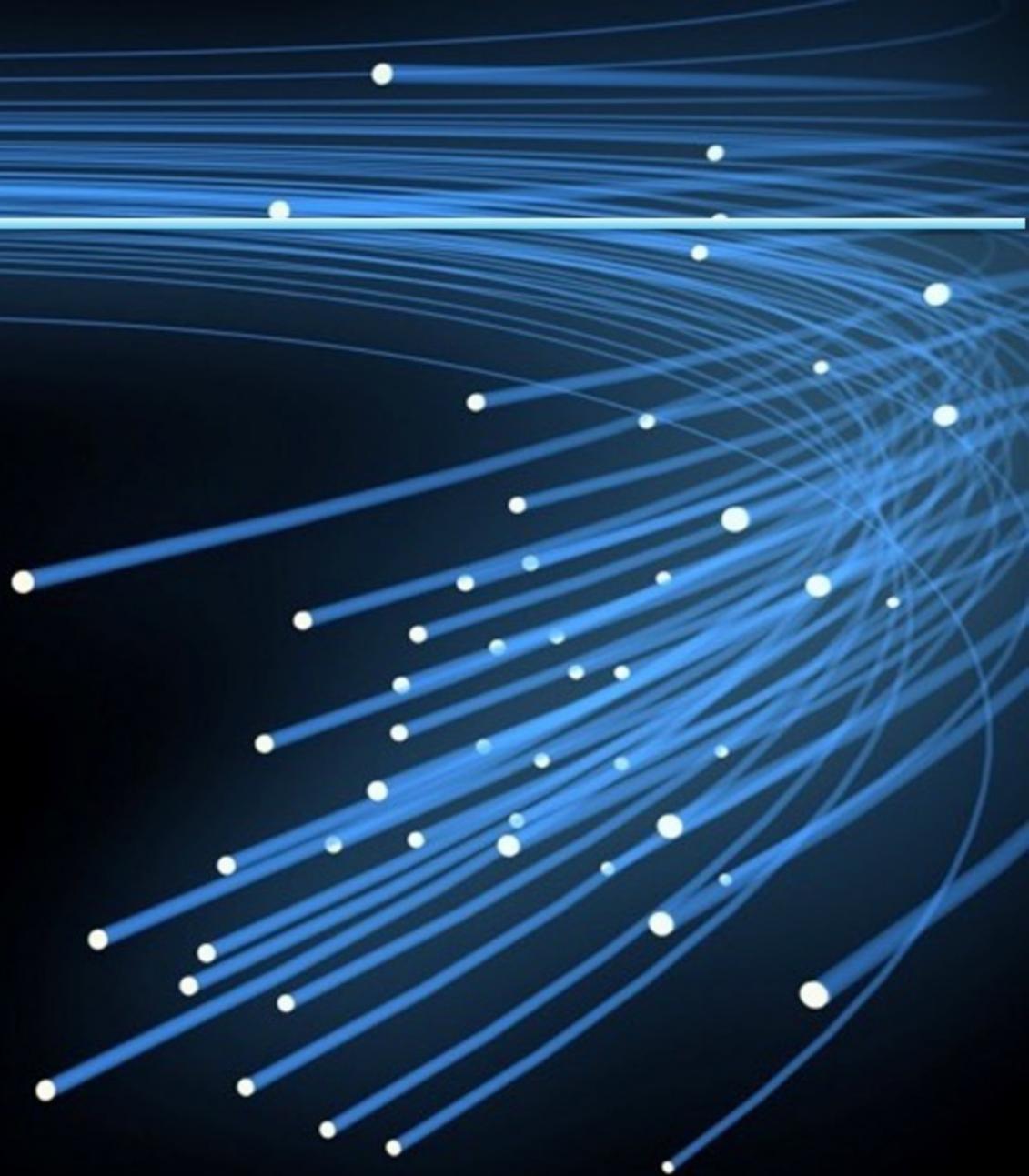
$$\Delta x = \infty \quad \longleftrightarrow \quad |\psi(x)|^2 = \frac{1}{2\pi}$$

costante indipendente da x

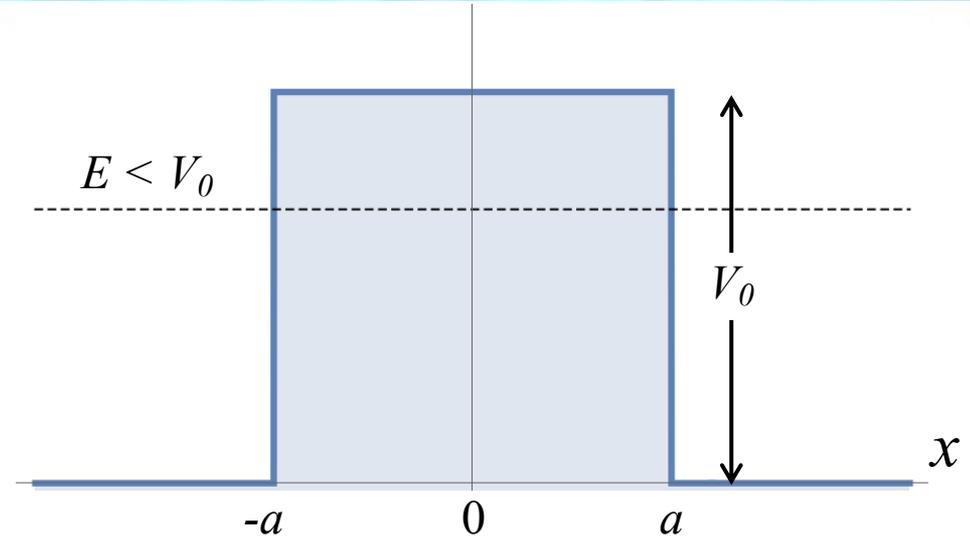


$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} p x\right)$$

La barriera di potenziale e l'effetto tunnel



$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| \geq a \\ V_0 & |x| \leq a \end{cases}$$



Prima e dopo la barriera:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} E \psi \equiv -k^2\psi$$

Nella regione della barriera:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E) \psi \equiv +\lambda^2\psi$$

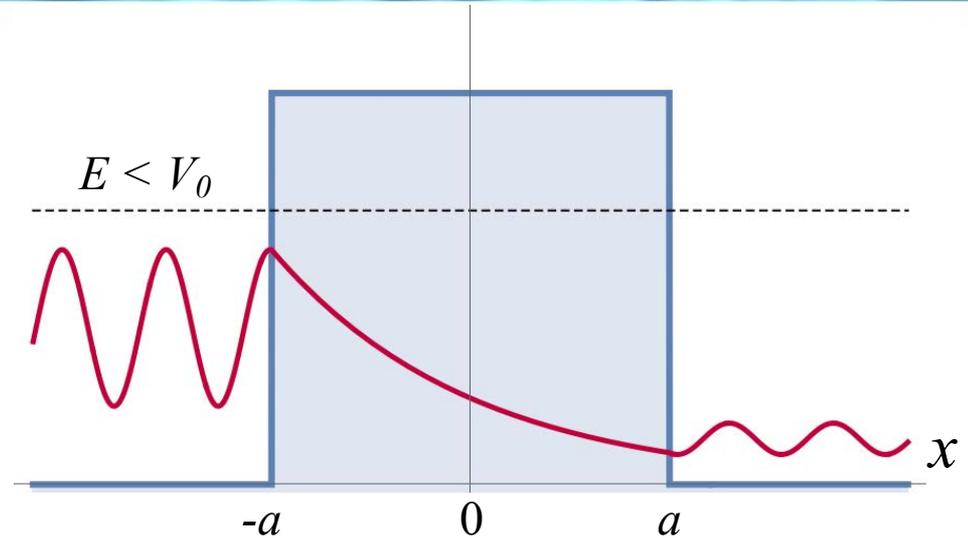
$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| \geq a \\ V_0 & |x| \leq a \end{cases}$$

Prima e dopo la barriera:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} E \psi \equiv -k^2\psi$$

Nella regione della barriera:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E) \psi \equiv +\lambda^2\psi$$



onda incidente

onda riflessa

$$\begin{cases} \psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x < -a \\ \psi(x) = Ce^{\lambda x} + De^{-\lambda x} & |x| < a \\ \psi(x) = Fe^{ikx} & x > a \end{cases}$$

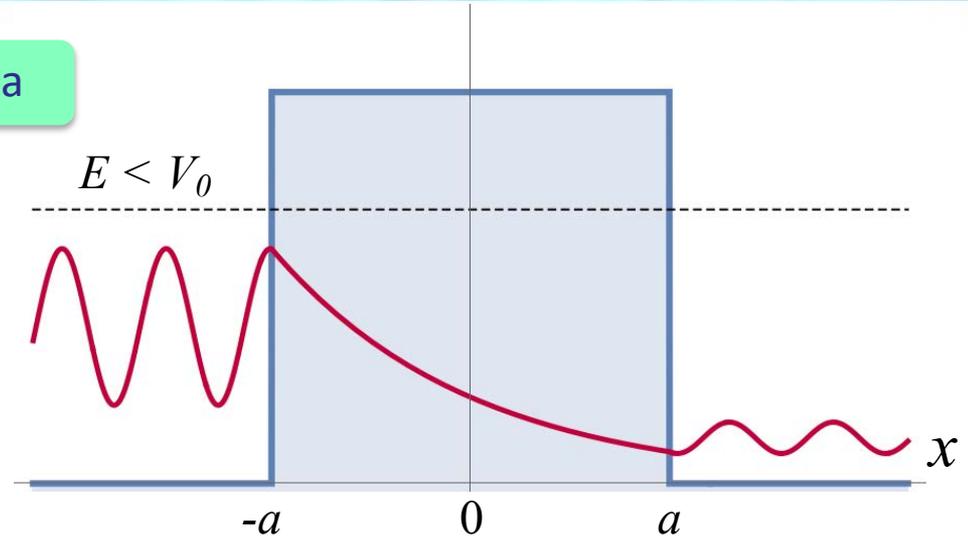
onda trasmessa

onda incidente

onda riflessa

$$\begin{cases} \psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \\ \psi(x) = Ce^{\lambda x} + De^{-\lambda x} \\ \psi(x) = Fe^{ikx} \end{cases}$$

onda trasmessa

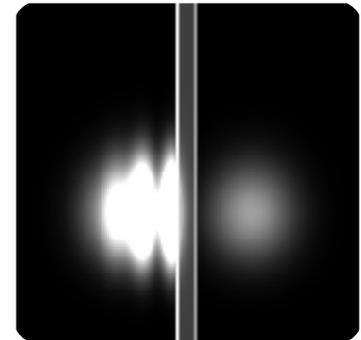


Coefficiente di
trasmissione

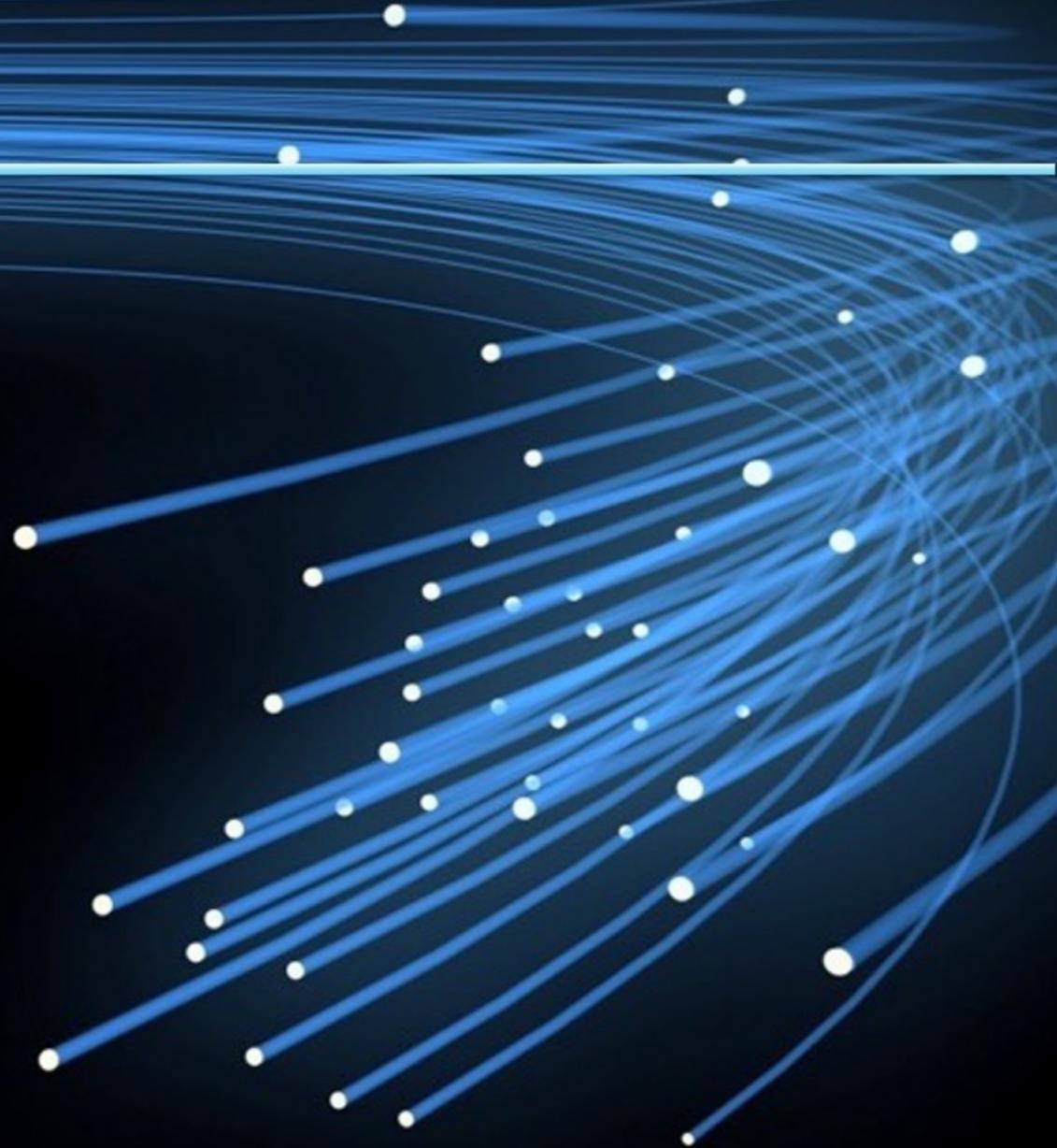
$$T \approx \exp \left[-2 \int_{\text{barriera}} dx \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V(x) - E)} \right]$$

$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2}$$

Approssimazione WKB
(Wentzel - Kramers - Brillouin)

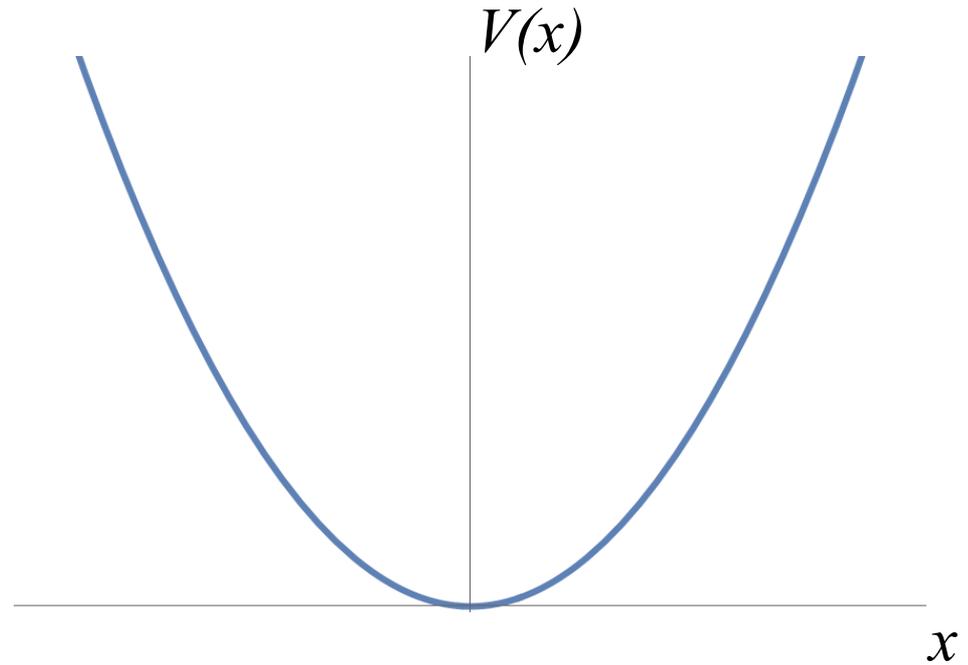


L'oscillatore armonico



$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

Qualunque sistema che compie **piccole oscillazioni attorno a un punto di equilibrio** è descritto, in prima approssimazione da un **potenziale armonico**:



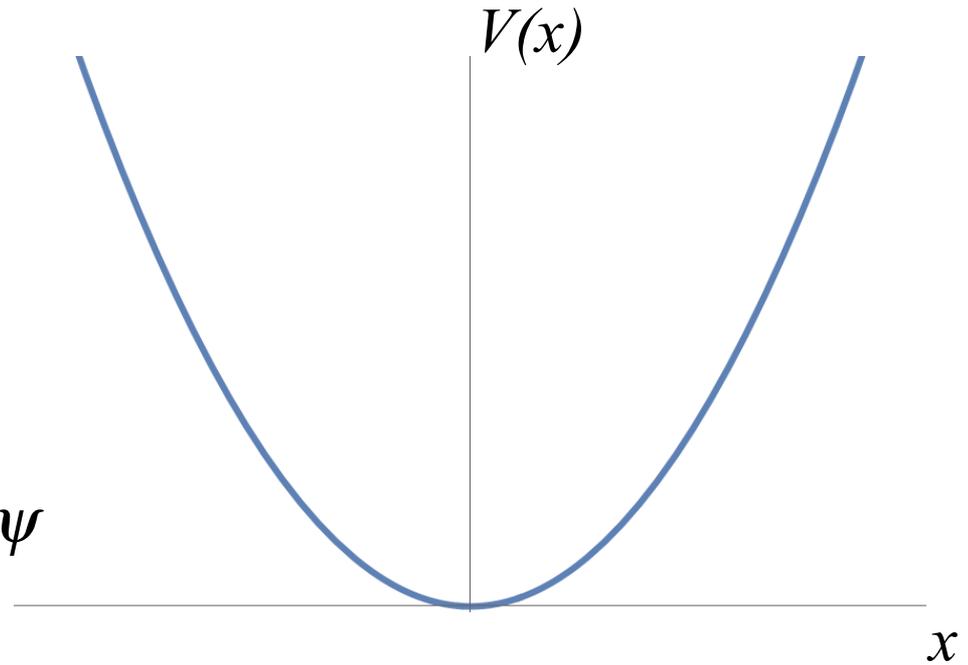
$$V(x) \approx V(x_0) + V'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2} V''(x_0)(x - x_0)^2 + \dots$$

Esempi: molecole biatomiche, solidi, ...

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

Equazione di Schrödinger

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \right) \psi = E \psi$$



Condizioni al contorno:

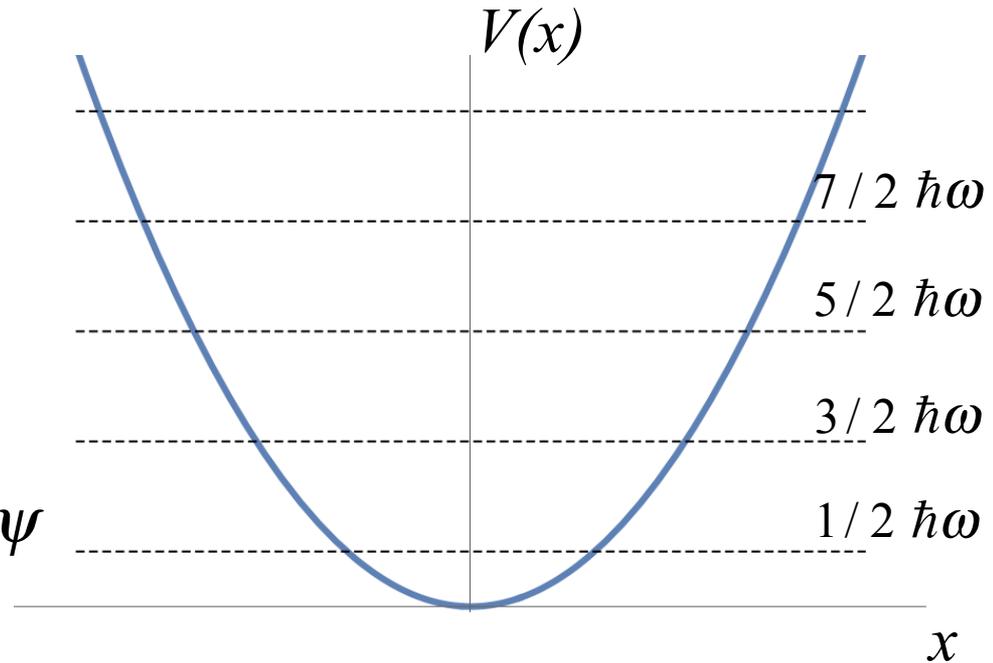
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} V(x) = +\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \psi_n(x) = 0$$

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

Equazione di Schrödinger

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \right) \psi = E \psi$$



Condizioni al contorno:

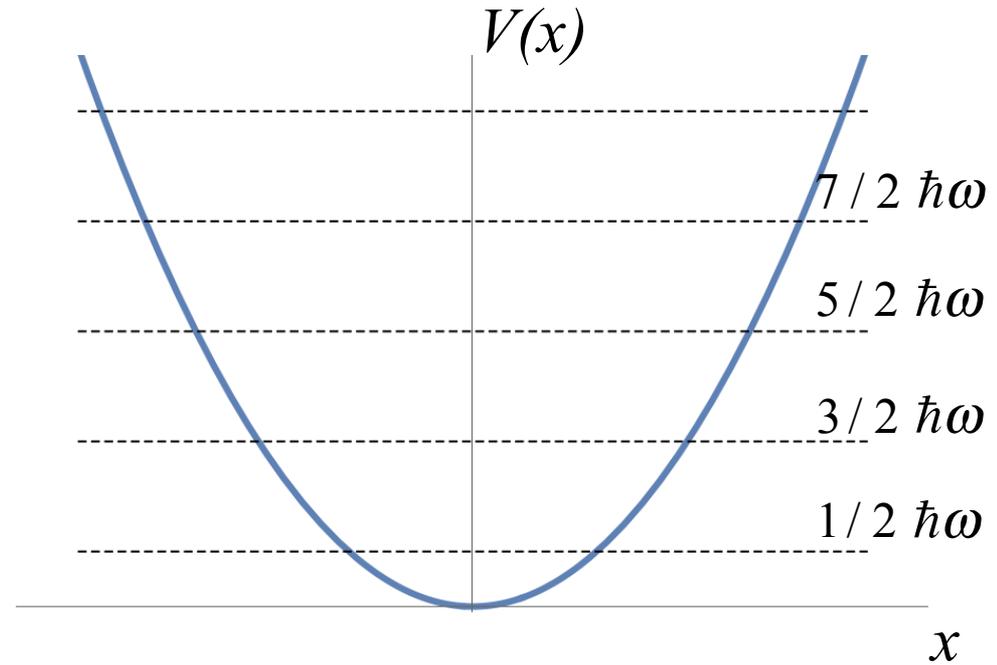
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} V(x) = +\infty \quad \text{Spettro discreto}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \psi_n(x) = 0$$

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$



$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega$$

Principio di
indeterminazione

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

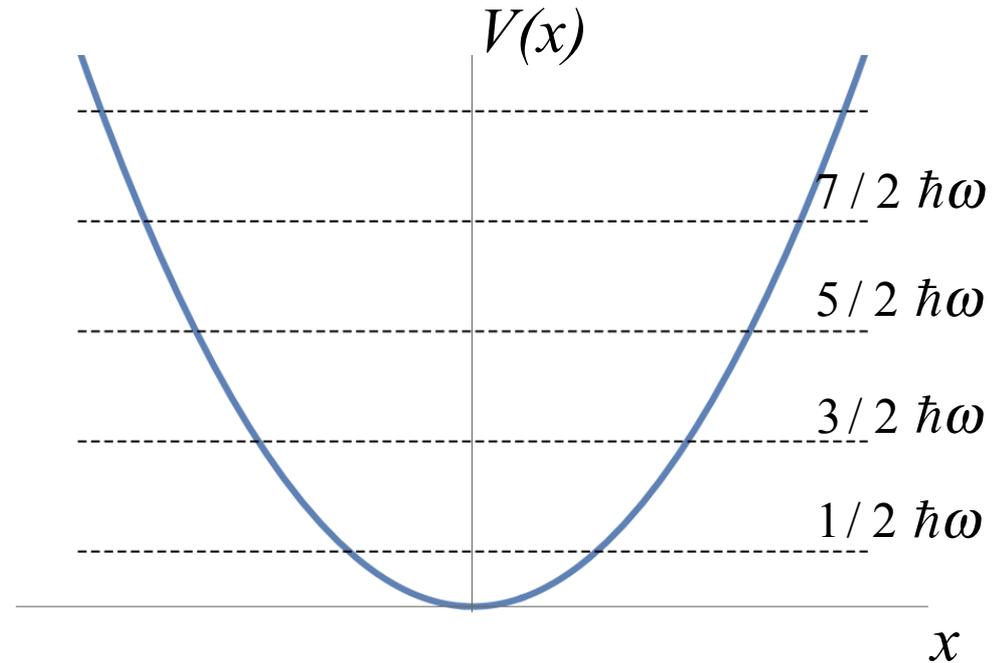
$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

Le oscillazioni proprie del campo elettromagnetico sono i **fotoni**

$$E_n = n \hbar \omega + \frac{1}{2} \hbar \omega$$

 stato con n fotoni

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega \quad \text{energia del vuoto}$$



$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

Le funzioni d'onda

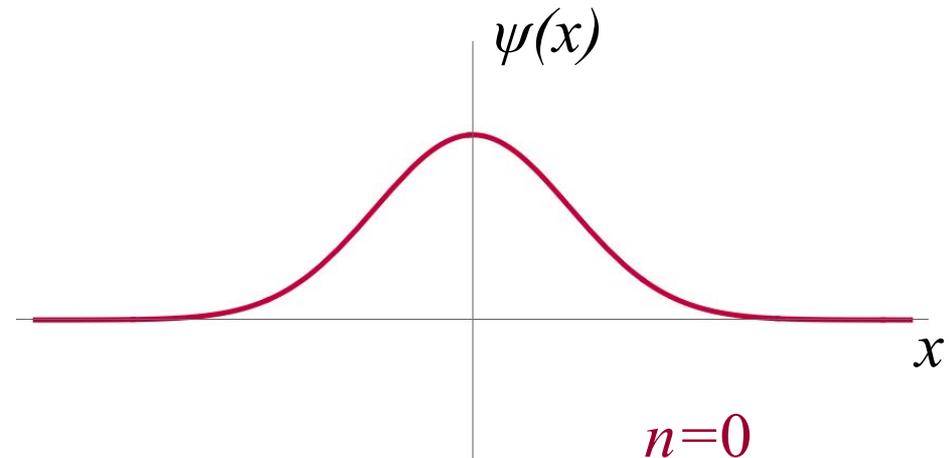
$$\psi_n(x) = A_n H_n(x / x_0) e^{-x^2 / (2x_0^2)}$$

$$x_0 = \sqrt{\hbar / (m\omega)}$$

$$H_0(\xi) = 1, \quad H_1(\xi) = 2\xi, \quad H_2(\xi) = 4\xi^2 - 2, \quad \dots$$

Polinomi di Hermite

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

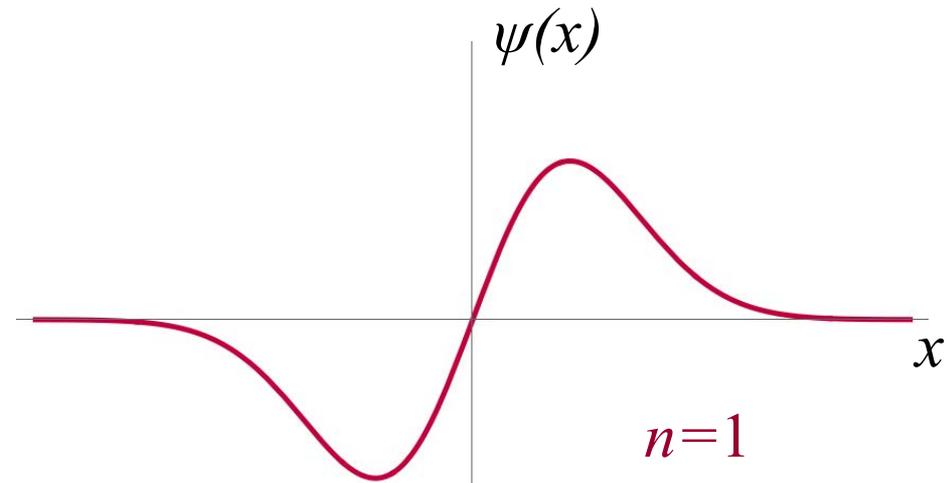


$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

Le funzioni d'onda

$$\psi_n(x) = A_n H_n(x / x_0) e^{-x^2 / (2x_0^2)}$$

$$x_0 = \sqrt{\hbar / (m\omega)}$$



$$H_0(\xi) = 1, \quad H_1(\xi) = 2\xi, \quad H_2(\xi) = 4\xi^2 - 2, \quad \dots$$

Polinomi di Hermite

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

Le funzioni d'onda

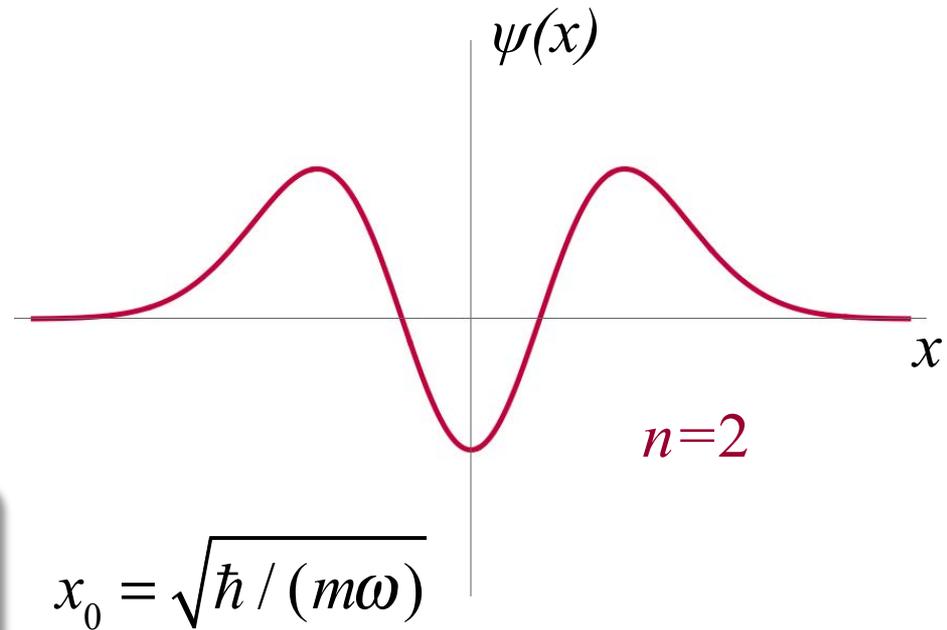
$$\psi_n(x) = A_n H_n(x / x_0) e^{-x^2 / (2x_0^2)}$$

$$x_0 = \sqrt{\hbar / (m\omega)}$$

$$H_0(\xi) = 1, H_1(\xi) = 2\xi, H_2(\xi) = 4\xi^2 - 2, \dots$$

Polinomi di Hermite

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

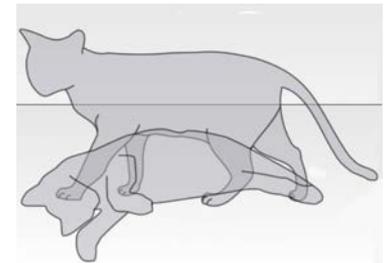
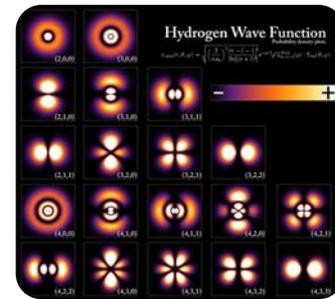
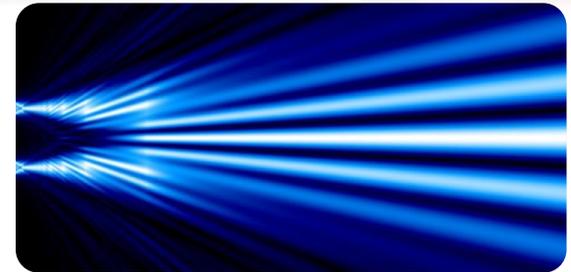


Elementi di Fisica Teorica Contemporanea

1. Teoria della Relatività
2. Meccanica quantistica
3. Particelle e campi
4. Gravità quantistica

Sommario

- ✓ ■ Introduzione
- ✓ ■ Crisi della Fisica Classica
- ✓ ■ I principi della meccanica quantistica
- ✓ ■ Equazione di Schrödinger e sistemi quantistici
- Nuovi fenomeni, sviluppi e interpretazioni

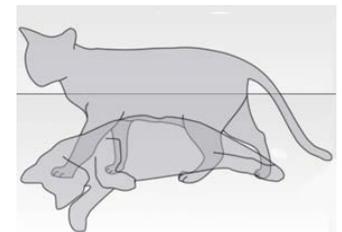
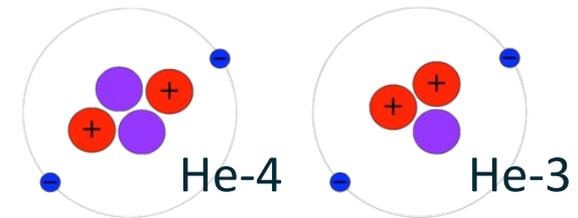
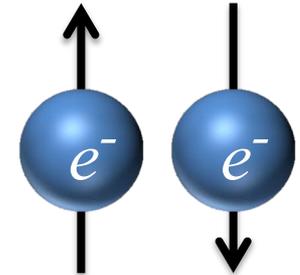


Meccanica quantistica

4. NUOVI FENOMENI, SVILUPPI E INTERPRETAZIONI

4) Nuovi fenomeni, sviluppi e interpretazioni

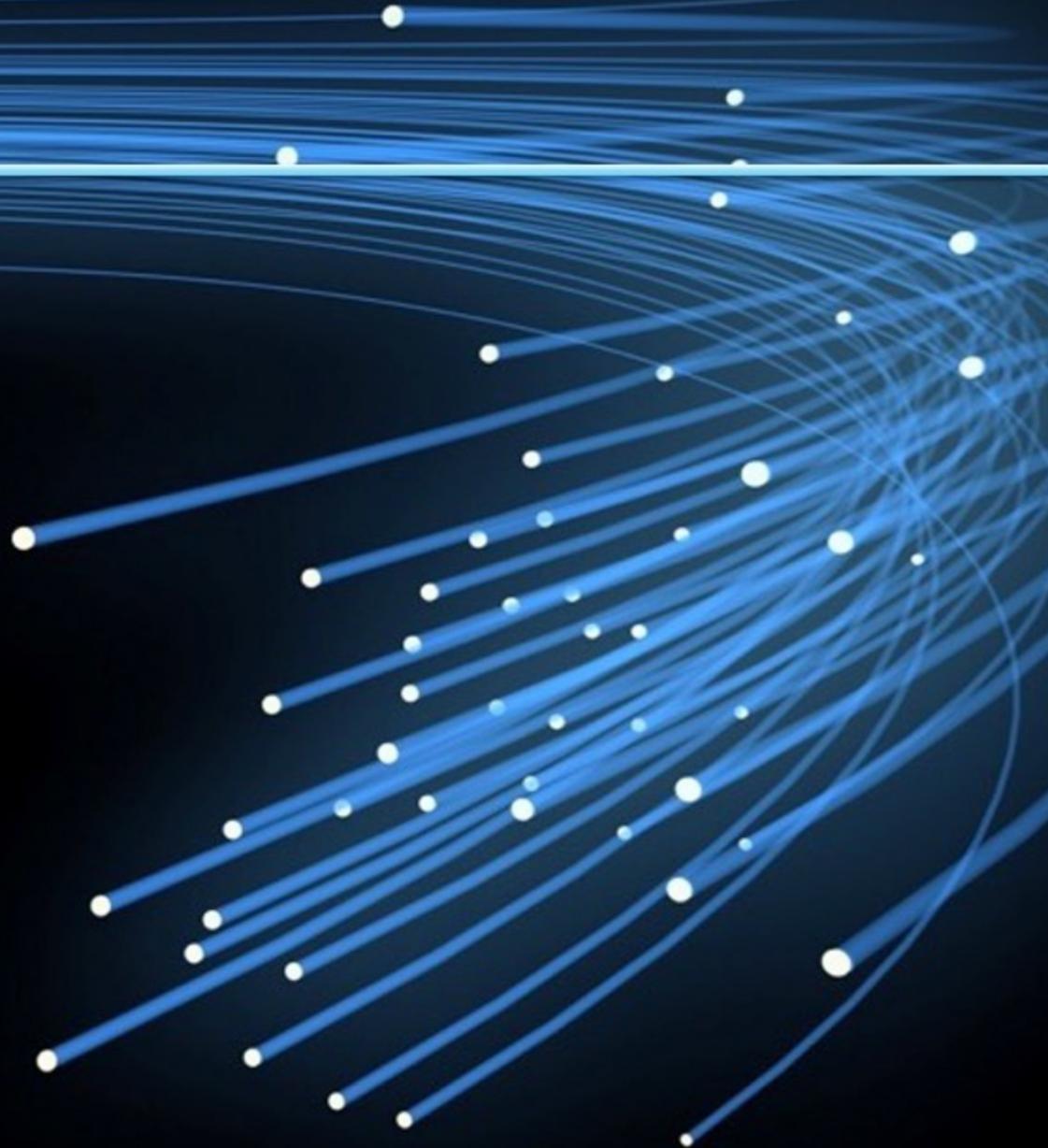
- 1
 - Spin
 - Particelle identiche
 - Il principio di esclusione di Pauli
- 2
 - Probabilità e variabili nascoste
 - Il ruolo della misura
 - Gli stati entangled
 - Le disuguaglianze di Bell
- 3
 - Difficoltà interpretative della meccanica quantistica
 - Conclusioni



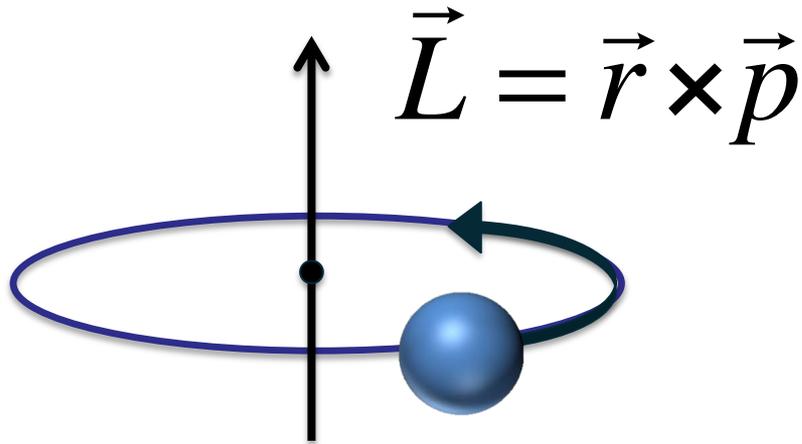
PARTE 1

- Spin
- Particelle identiche
- Il principio di esclusione di Pauli

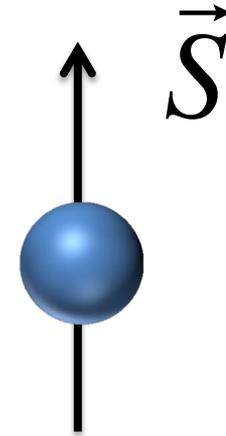
Spin



Nella meccanica quantistica il momento angolare ha due componenti



Momento angolare ORBITALE



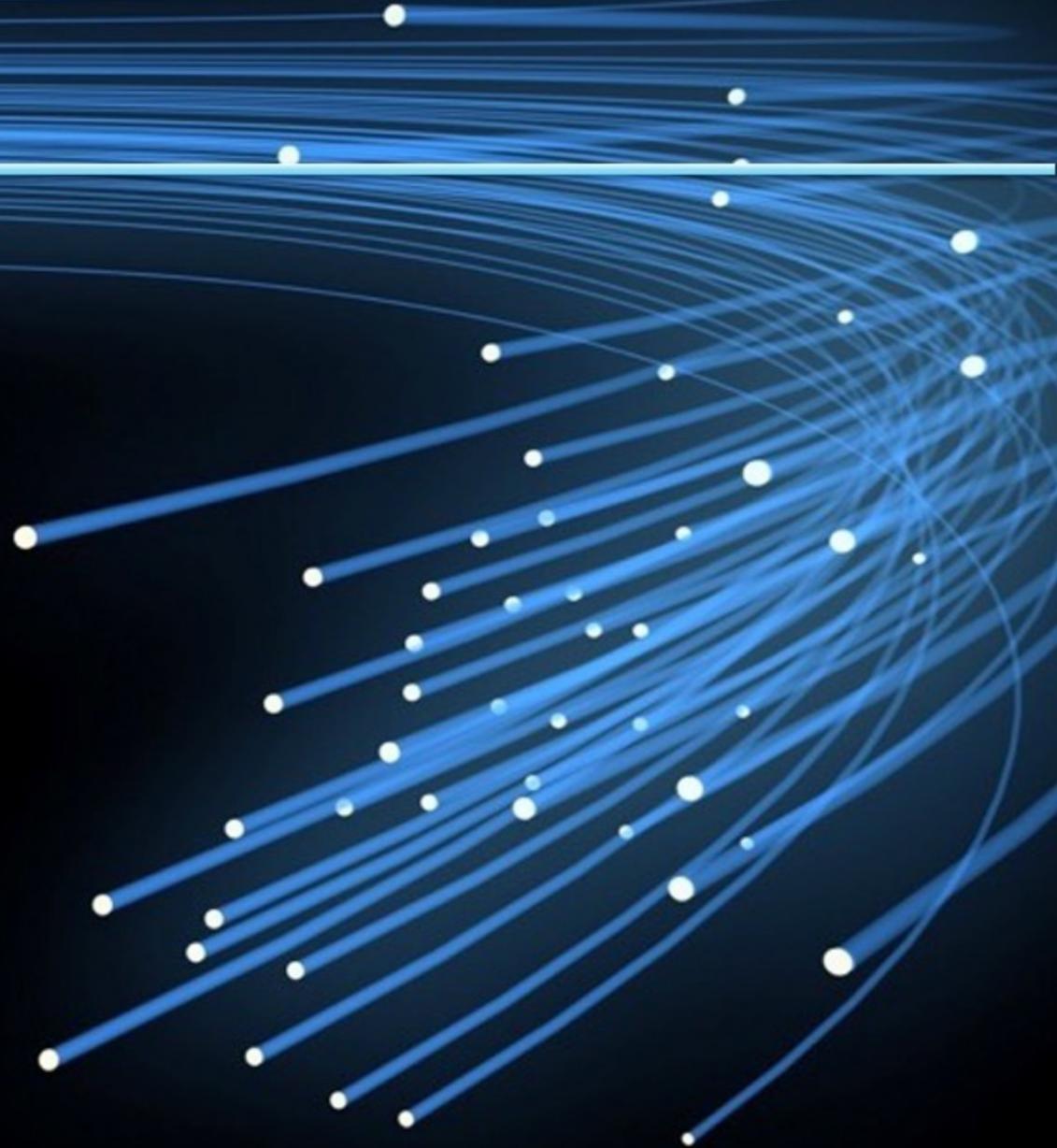
SPIN

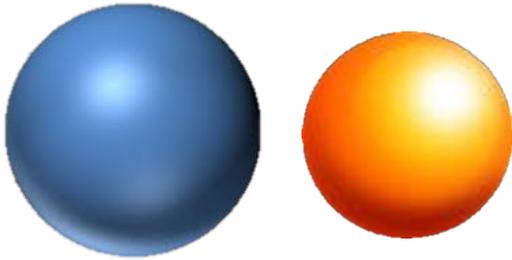
In meccanica quantistica il momento angolare è quantizzato.
Lo spin assume valori interi o seminteri in unità \hbar

Lo spin può assumere valori interi o seminteri in unità \hbar

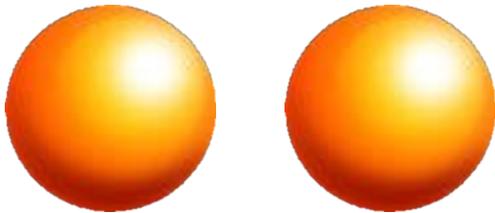
Spin	S_z / \hbar	Particella
0	0	Bosone di Higgs
1/2	-1/2 , 1/2	Elettrone, Muone, Neutrini, Quark, ...
1	-1, 0, 1	Fotone, Bosoni W e Z ⁰ , Gluone
2	-2, -1, 0, 1, 2	Gravitone

Particelle identiche



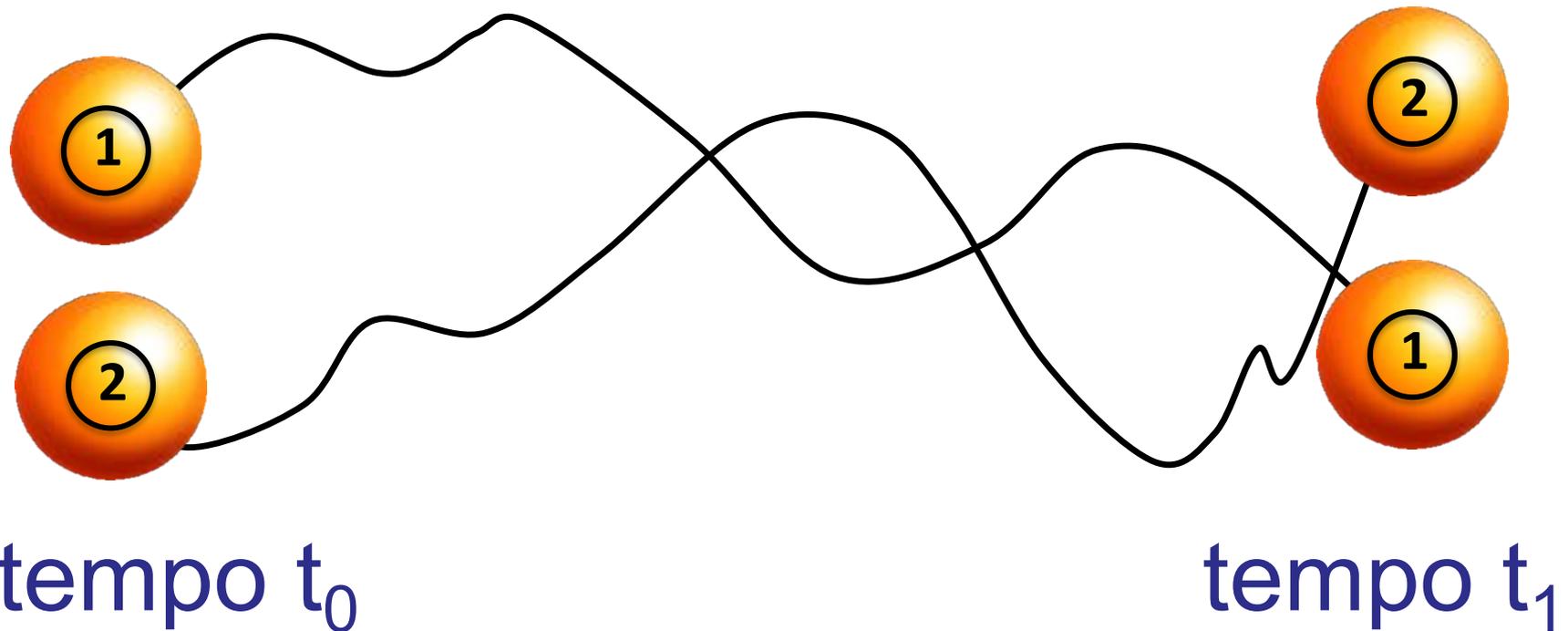


Due **particelle di specie diverse**, ad esempio 1 elettrone e 1 protone, sono **distinte** per le loro proprietà fisiche: massa, carica, spin, ecc.

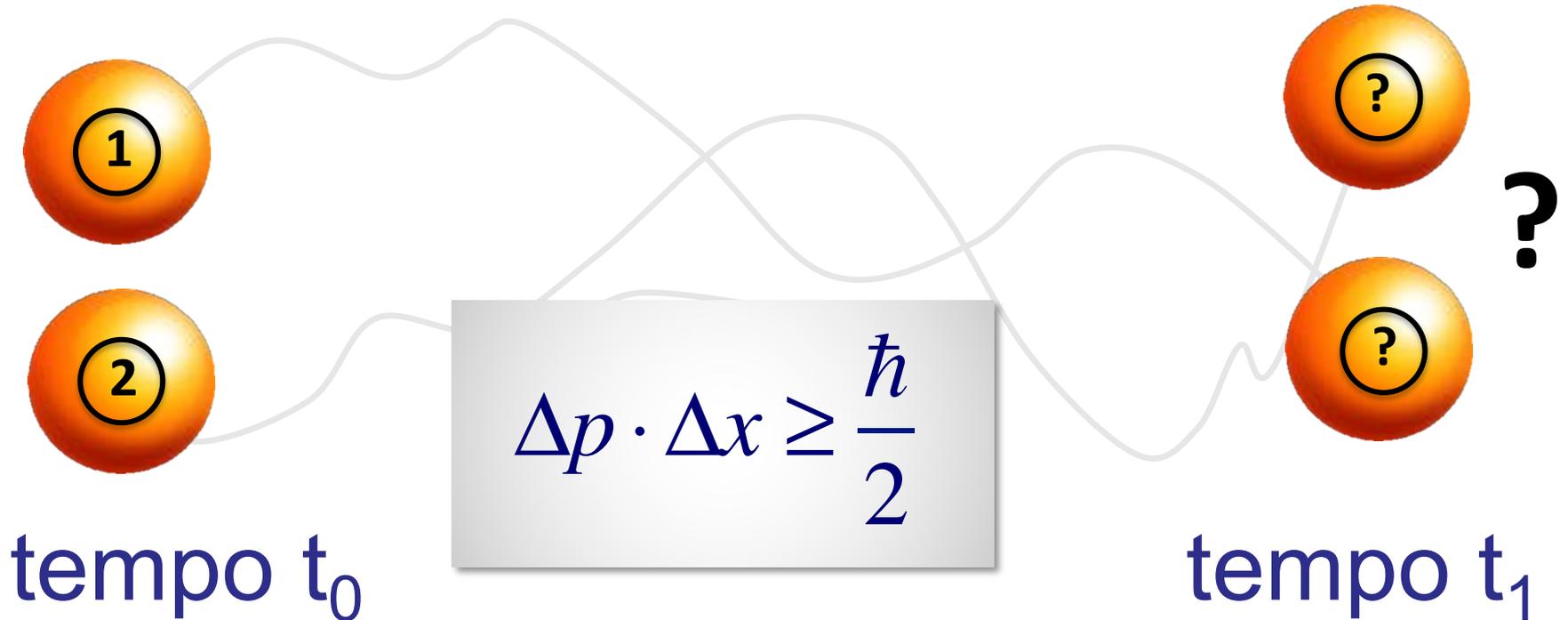


Due **particelle della stessa specie**, invece, essendo caratterizzate dalle stesse proprietà fisiche, sono **identiche**

Nella **meccanica classica** le particelle di una stessa specie, seppure identiche, mantengono però una loro individualità



Nella **meccanica quantistica**, per del principio di indeterminazione il concetto di traiettoria perde di significato



Nella **meccanica quantistica**, per del principio di indeterminazione il concetto di traiettoria perde di significato



tempo t_0

Le particelle identiche
sono intrinsecamente
indistinguibili

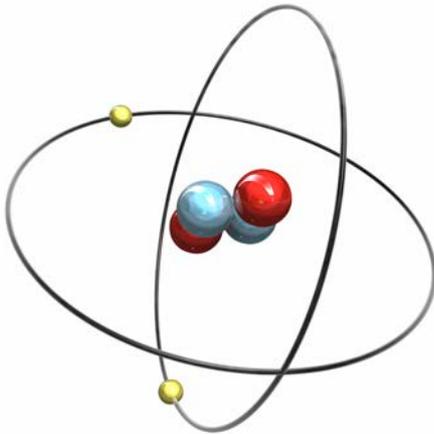


tempo t_1

?

Atomo di elio

1 nucleo, 2 elettroni



Se si scambiano tra loro i due elettroni lo stato del sistema non può cambiare.

La probabilità di trovare gli elettroni in posizioni definite deve restare la stessa:

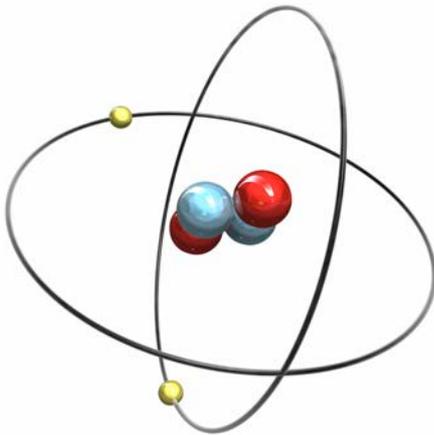
$$|\psi(1,2)|^2 = |\psi(2,1)|^2 \longrightarrow \psi(1,2) = e^{i\varphi} \psi(2,1)$$

Ma per un doppio scambio: $e^{2i\varphi} = 1$

$$\longrightarrow \psi(1,2) = \pm \psi(2,1) \quad \text{Ⓢ ?}$$

Atomo di elio

1 nucleo, 2 elettroni



Se si scambiano tra loro i due elettroni lo stato del sistema non può cambiare.

La probabilità di trovare gli elettroni in posizioni definite deve restare la stessa:

$$|\psi(1,2)|^2 = |\psi(2,1)|^2 \longrightarrow \psi(1,2) = e^{i\varphi} \psi(2,1)$$

Ma per un doppio scambio: $e^{2i\varphi} = 1$

$$\longrightarrow \psi(1,2) = \pm \psi(2,1) \quad \text{(\pm ?)}$$

Una delle scoperte in meccanica quantistica è che **per gli elettroni**:

$$\psi(1,2) = - \psi(2,1)$$



In generale, il segno acquisito dalla funzione d'onda per scambio di particelle dipende dal tipo di particelle e, in particolare, dallo spin

Spin intero

$$\psi(1,2) = + \psi(2,1)$$

Bosoni

Spin semintero

$$\psi(1,2) = - \psi(2,1)$$

Fermioni

In generale, il segno acquisito dalla funzione d'onda per scambio di particelle dipende dal tipo di particelle e, in particolare, dallo spin

Spin intero $\psi(1,2) = + \psi(2,1)$ **Bosoni**

Spin semintero $\psi(1,2) = - \psi(2,1)$ **Fermioni**

Se una particella si trova nello stato a ed una nello stato b :

$\psi_{ab}(1,2) = \psi_a(1)\psi_b(2) + \psi_b(1)\psi_a(2)$ **Bosoni**

$\psi_{ab}(1,2) = \psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_b(1)\psi_a(2)$ **Fermioni**

In generale, il segno acquisito dalla funzione d'onda per scambio di particelle dipende dal tipo di particelle e, in particolare, dallo spin

Spin intero

$$\psi(1,2) = + \psi(2,1)$$

Bosoni

Spin semintero

$$\psi(1,2) = - \psi(2,1)$$

Fermioni

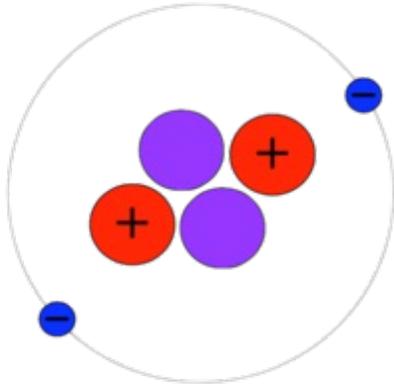
Se una particella si trova nello stato a ed una nello stato b :

$$\psi_{ab}(1,2) = \psi_a(1)\psi_b(2) + \psi_b(1)\psi_a(2) \quad \text{Bosoni}$$

$$\psi_{ab}(1,2) = \psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_b(1)\psi_a(2) \quad \text{Fermioni}$$

Invece, lo stato descritto da $\psi_a(1)\psi_b(2)$ non esiste in natura!

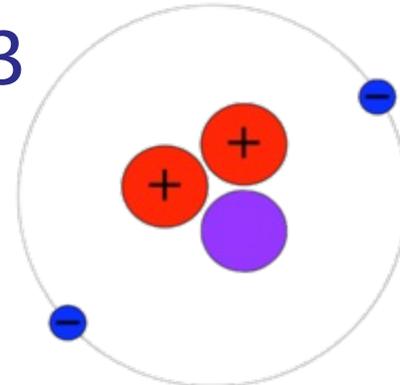
Elio-4



$S = 0$ Bosone

Superfluido

Elio-3



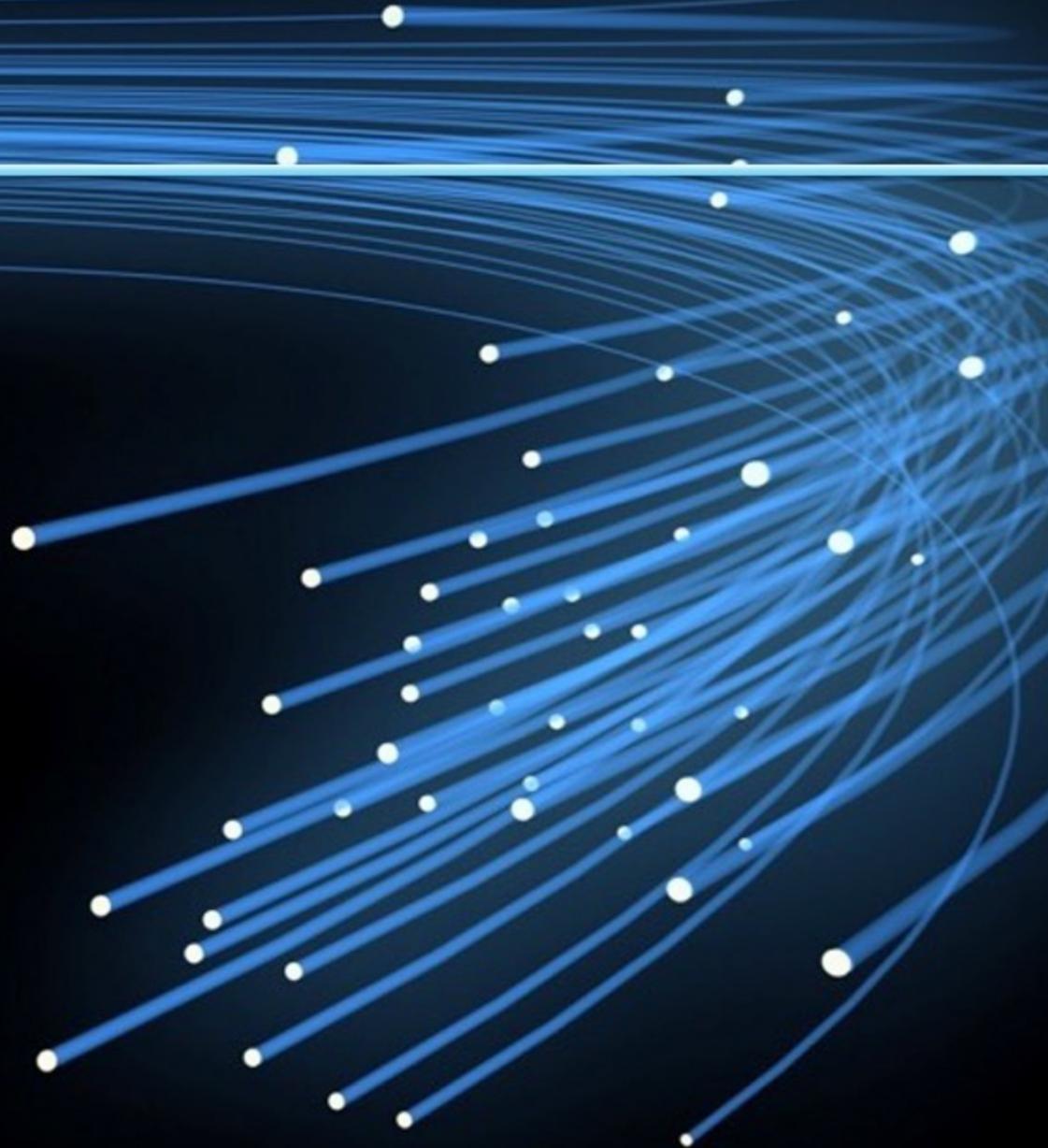
$S = 1/2$ Fermione

Fluido

$T = 2\text{K}$

Le proprietà di simmetria o antisimmetria della funzione d'onda implica un comportamento molto diverso dei sistemi costituiti da un grande numero di particelle identiche

Il principio di esclusione di Pauli



2 fermioni identici: $\psi(1,2) = -\psi(2,1)$

$$\psi_{ab}(1,2) = \psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_b(1)\psi_a(2)$$

2 fermioni identici:

$$\psi(1,2) = -\psi(2,1)$$

se $a = b$

$$\psi_{ab}(1,2) = \psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_b(1)\psi_a(2) = 0$$

2 fermioni identici:

$$\psi(1,2) = -\psi(2,1)$$

se $a = b$

$$\psi_{ab}(1,2) = \psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_b(1)\psi_a(2) = 0$$

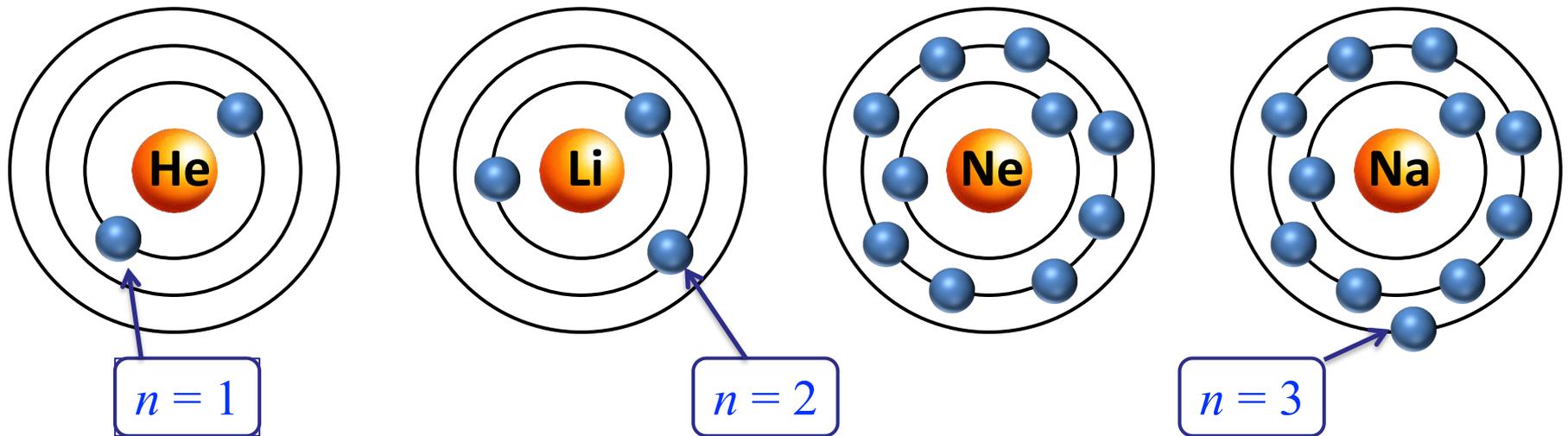
Principio di esclusione di Pauli (1925)

L'antisimmetria della funzione d'onda rispetto allo scambio di particelle implica che

due fermioni identici non possono trovarsi nello stesso stato



Il principio di Pauli fornisce una spiegazione semplice e naturale della tavola periodica degli elementi



1^a shell: 2 elettroni

$$n = 1 \quad l = 0, m = 0, s = \pm 1/2$$

$$(E \quad L^2 \quad L_z \quad S_z)$$

2^a shell: 8 elettroni

$$n = 2 \quad l = 0, m = 0, s = \pm 1/2$$

$$l = 1, m = 0, \pm 1, s = \pm 1/2$$

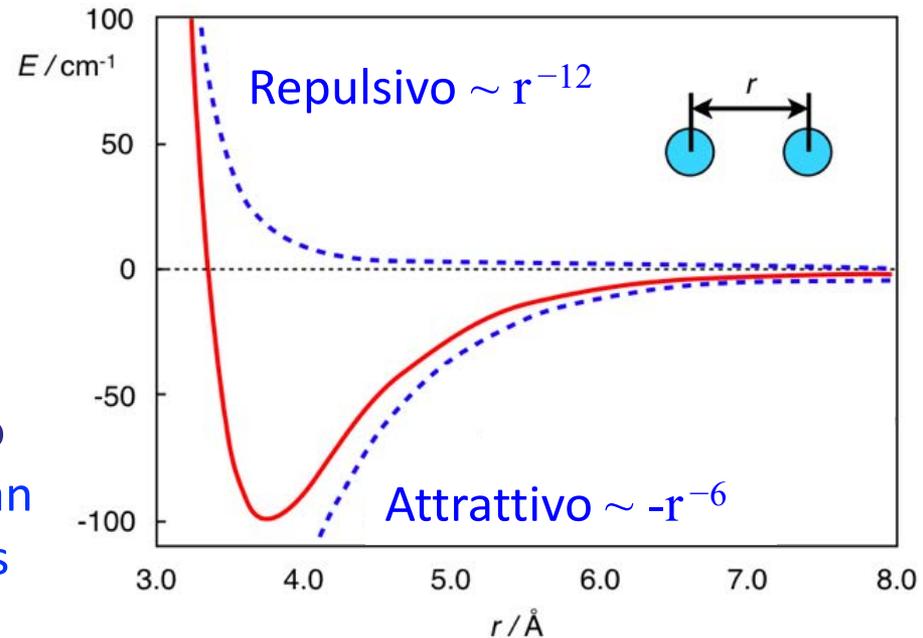
Il principio di Pauli spiega la stabilità su larga scala della materia.
Le molecole non possono essere spinte arbitrariamente una contro l'altra, poiché gli elettroni di ogni molecola non possono entrare nello stesso stato degli elettroni di un'altra molecola

Potenziale di Lennard-Jones

$$V(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

Repulsivo ↷
Principio di esclusione
di Pauli

↑ Attrattivo
Forze di Van
der Waals



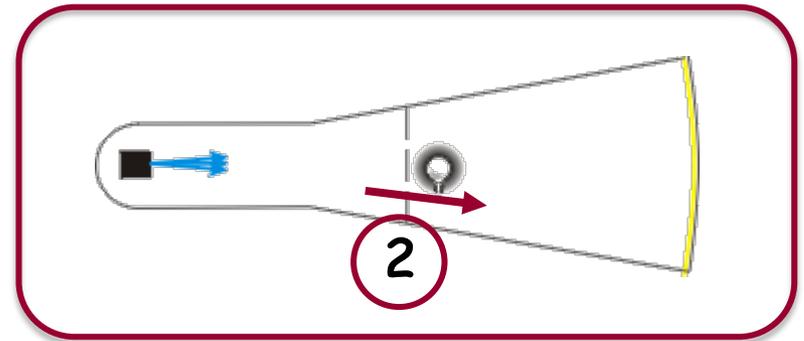
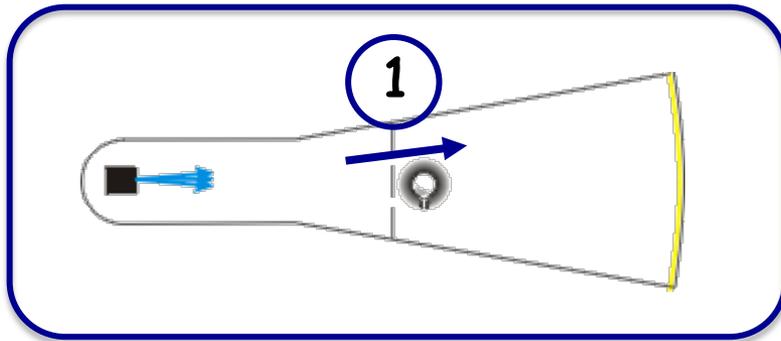
PARTE 2

- Probabilità e variabili nascoste
- Il ruolo della misura
- Gli stati entangled
- Le disuguaglianze di Bell

Probabilità e variabili nascoste

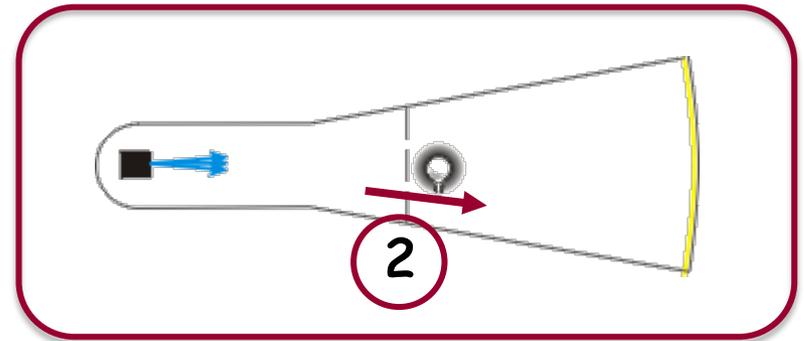
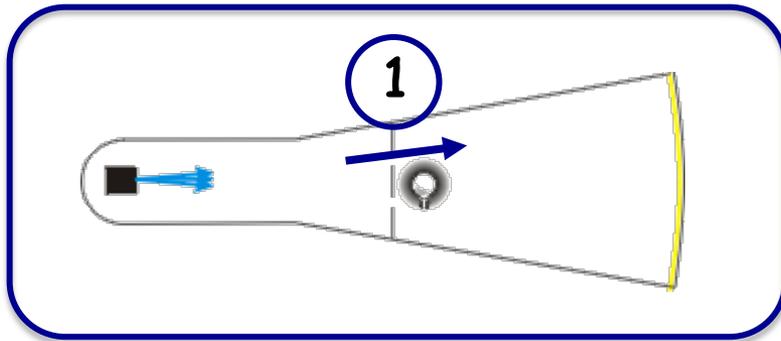


Esperimento di interferenza degli elettroni



Possiamo predire attraverso quale fenditura passerà l'elettrone se lo andremo ad osservare?

Esperimento di interferenza degli elettroni

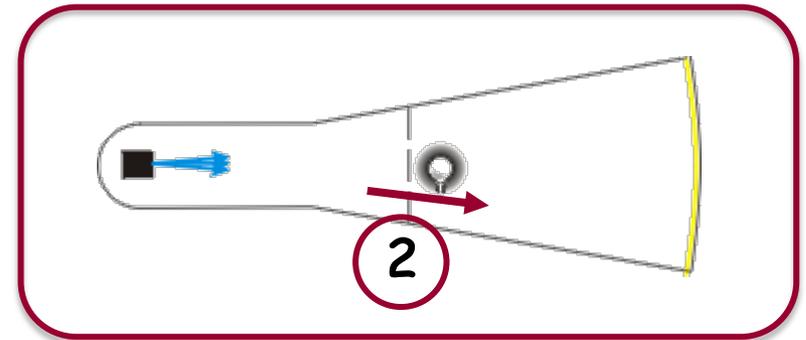
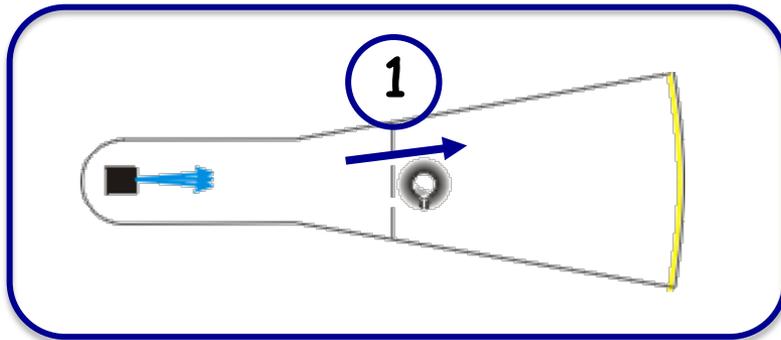


Possiamo predire attraverso quale fenditura passerà l'elettrone se lo andremo ad osservare?

NO

Possiamo solo determinare le probabilità P_1 e P_2

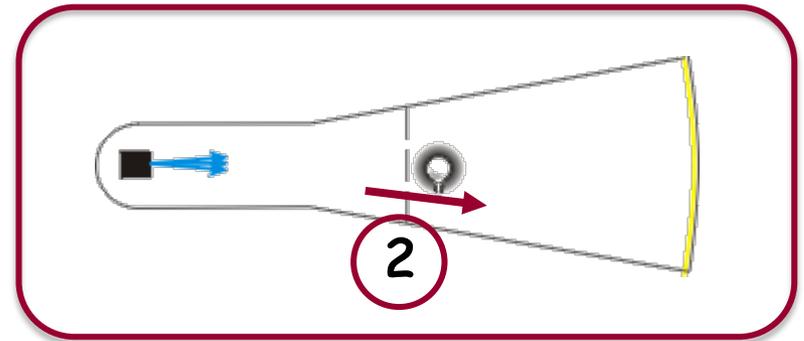
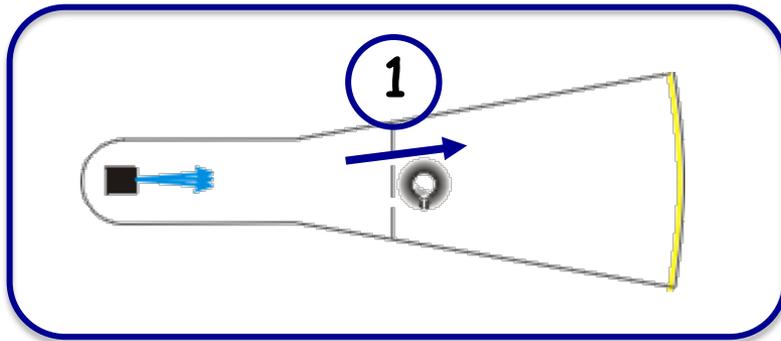
Esperimento di interferenza degli elettroni



Nella fisica classica, la probabilità interviene quando non siamo in grado di conoscere tutte le cause che determinano un fenomeno o quando non siamo comunque in grado di calcolare gli effetti che quelle cause determinano. La probabilità è epistemica



Esperimento di interferenza degli elettroni

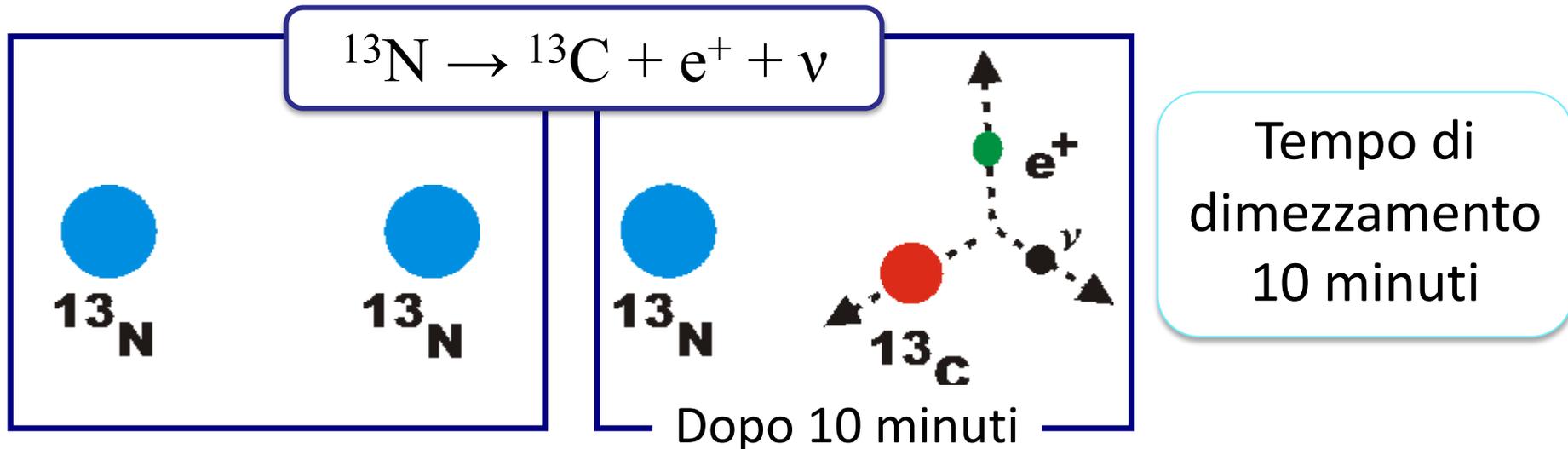


Nella meccanica quantistica, la probabilità non dipende da ciò che non sappiamo del mondo ma esprime il fatto che il mondo in sé ha caratteristiche indefinite. Nella meccanica quantistica:

Non esistono variabili nascoste



Un altro esempio: i decadimenti radioattivi

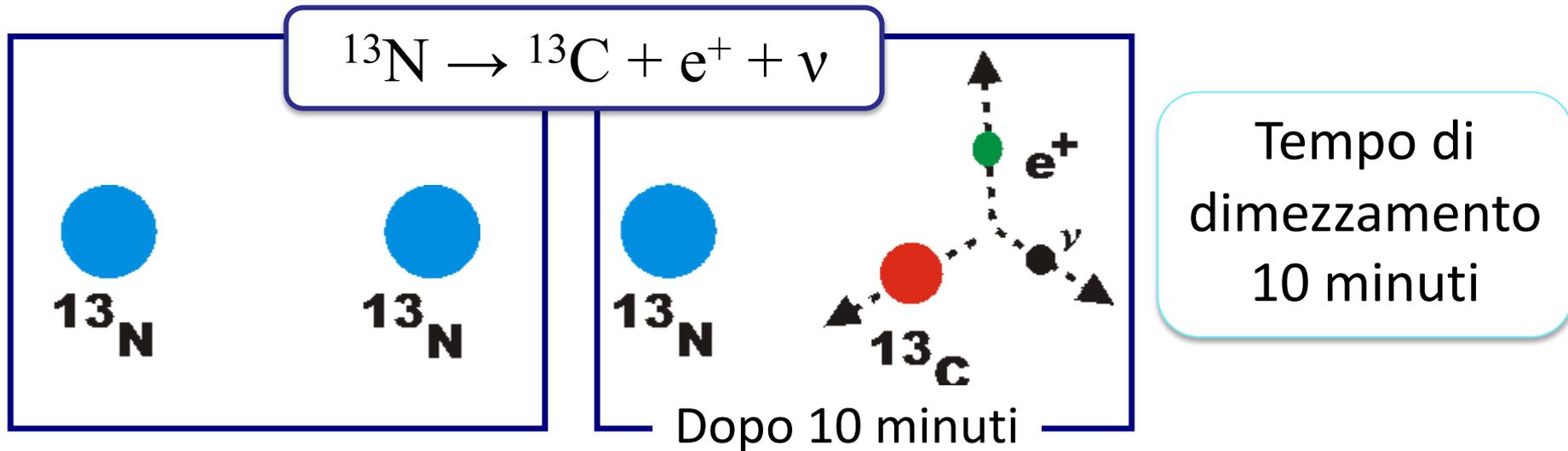


Qual è la differenza tra i due atomi di azoto?

Dopo il decadimento la differenza tra i due atomi è evidente.

Ma prima del decadimento?

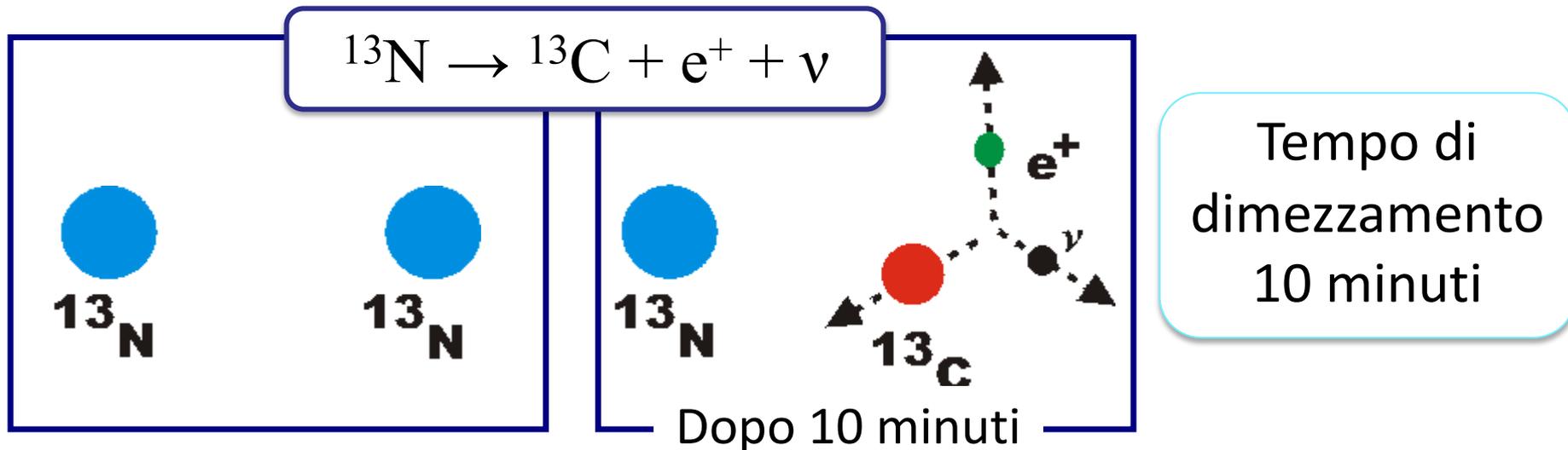
Un altro esempio: i decadimenti radioattivi



Qual è la differenza tra i due atomi di azoto?

Prima del decadimento, secondo la meccanica quantistica i due atomi erano identici. Non esistono variabili nascoste

Un altro esempio: i decadimenti radioattivi



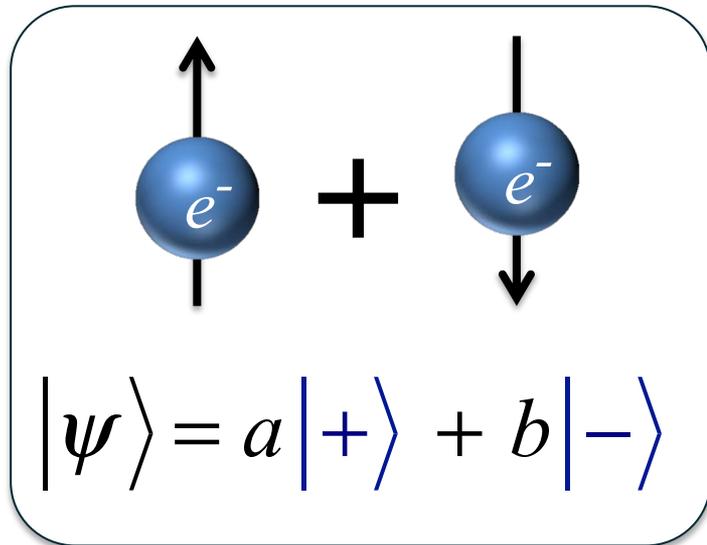
Fino a che non si esegue la misura, entrambi gli atomi si trovano in una sovrapposizione di “atomo decaduto” e “atomo non decaduto”

Le proprietà fisiche non pre-esistono alla misura

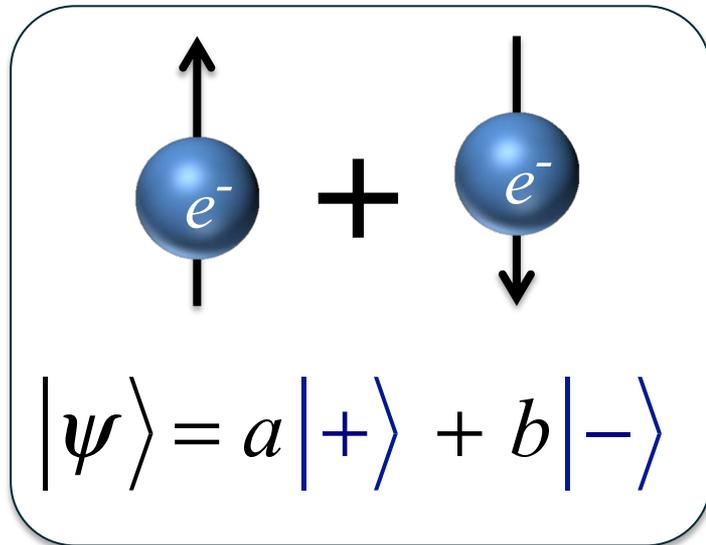
Il ruolo della misura



Un elettrone si trova in generale in una **sovrapposizione** di stati di spin

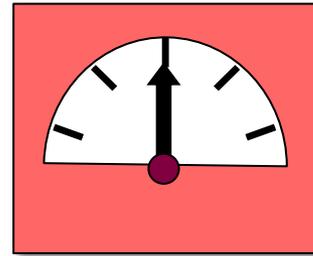


Un elettrone si trova in generale in una sovrapposizione di stati di spin

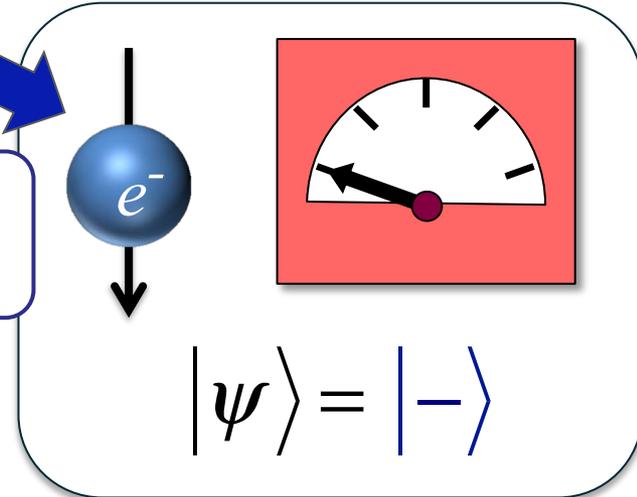
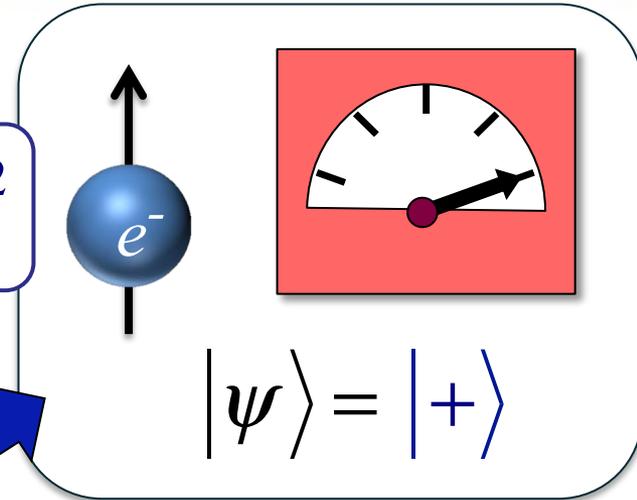


$$P = |a|^2$$

MISURA

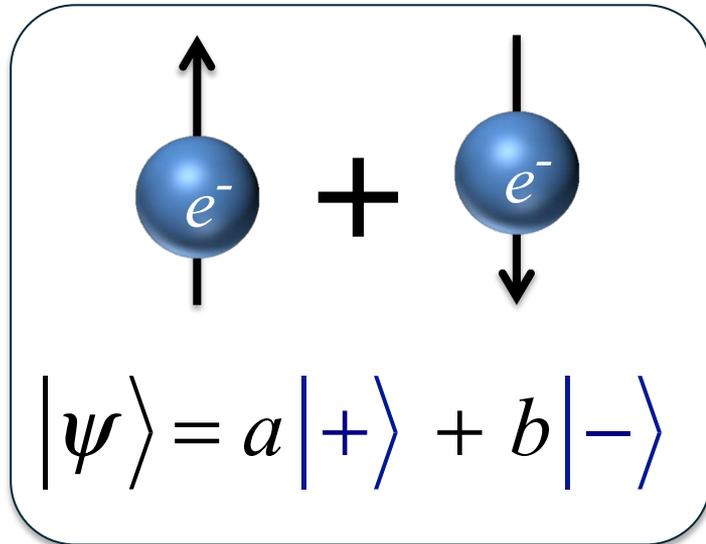


$$P = |b|^2$$



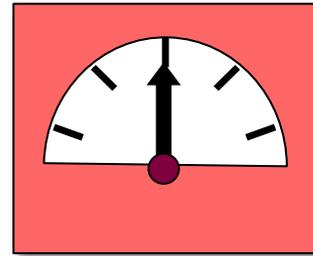
A seguito della misura, il sistema “collassa” in uno stato definito

Un elettrone si trova in generale in una sovrapposizione di stati di spin

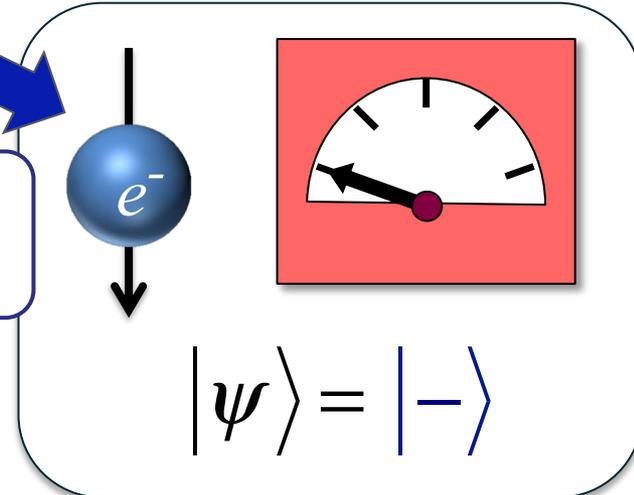
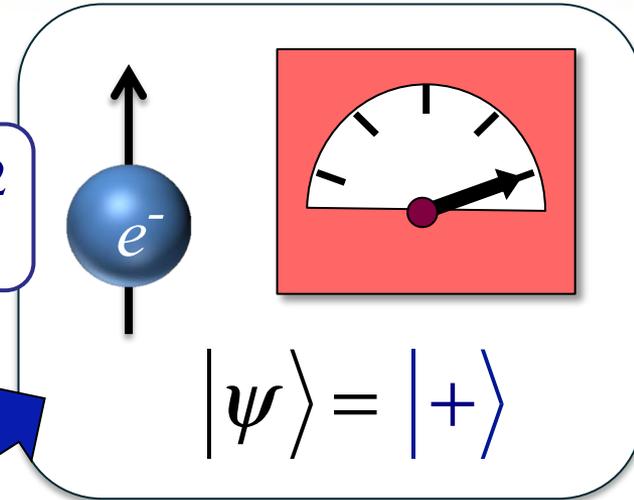


$P = |a|^2$

MISURA

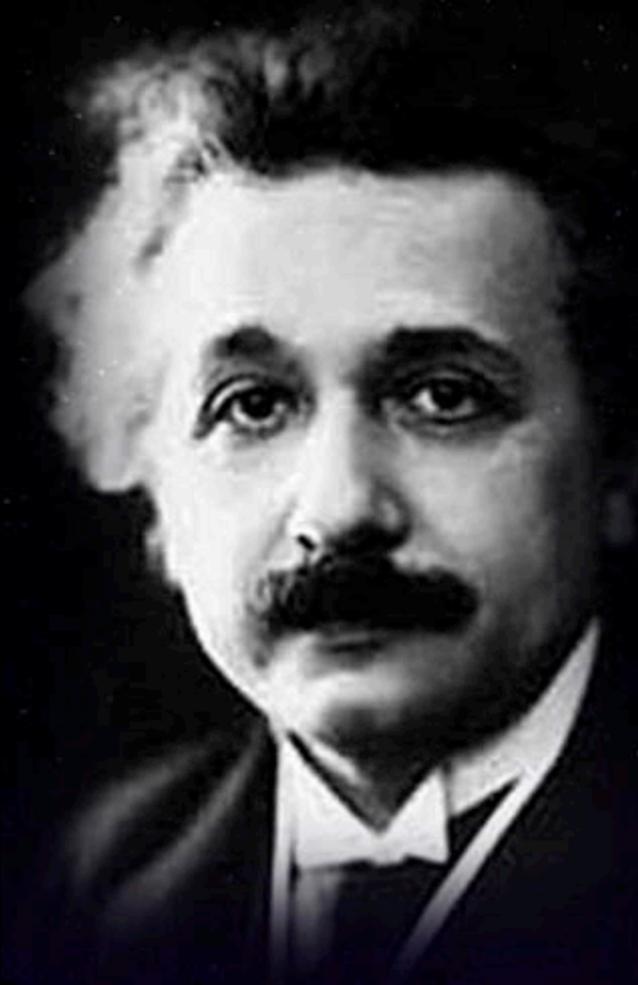


$P = |b|^2$



Le proprietà fisiche delle particelle si manifestano solo a seguito della misura

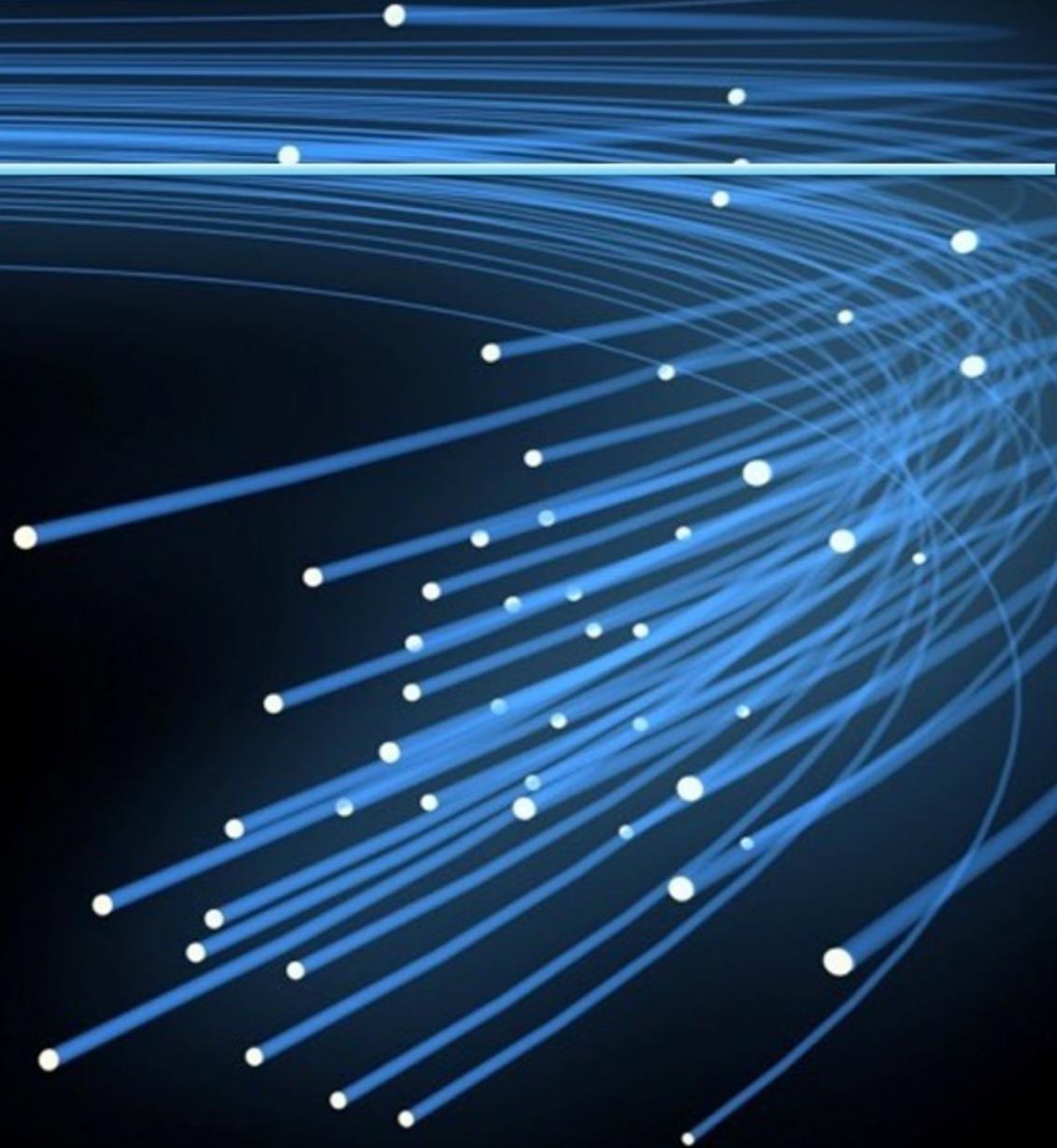
Da *“Sottile è il Signore”*
di Abraham Pais



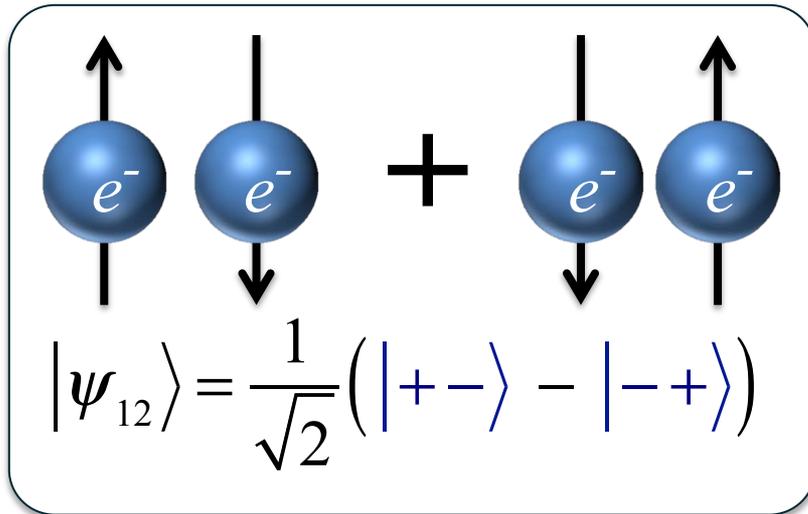
“ Veramente è convinto
- mi chiese - che la Luna
esista solo se qualcuno
la guarda? ”



Gli stati entangled



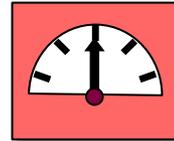
Quando si considera un sistema costituito da 2 o più particelle la sovrapposizione conduce a fenomeni nuovi e particolari



$$|\psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+-\rangle - |-+\rangle)$$

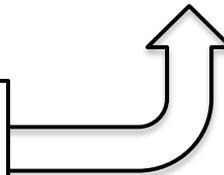
È lo stato di **singoletto**

Quando si considera un sistema costituito da 2 o più particelle la sovrapposizione conduce a fenomeni nuovi e particolari

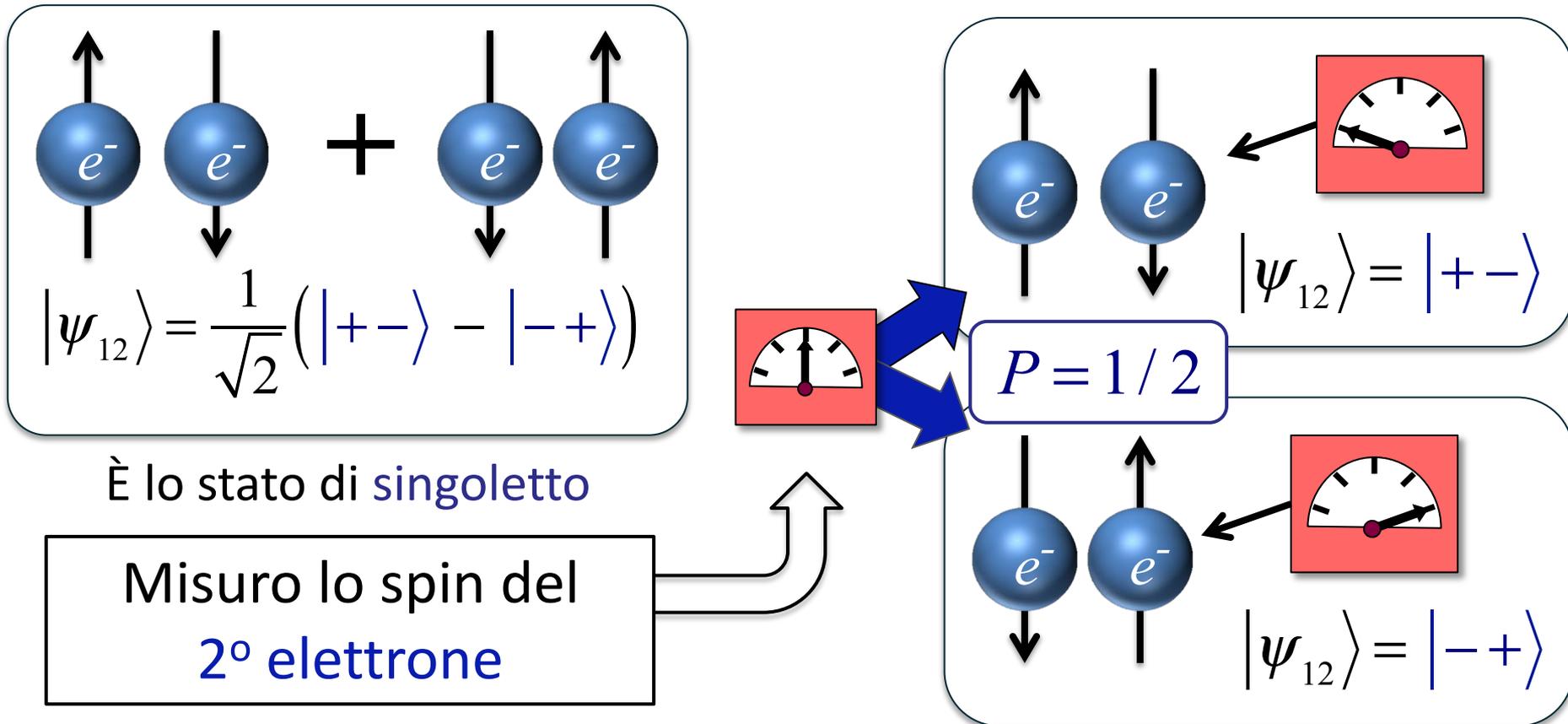
$$|\psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+-\rangle - |-+\rangle)$$


È lo stato di **singoletto**

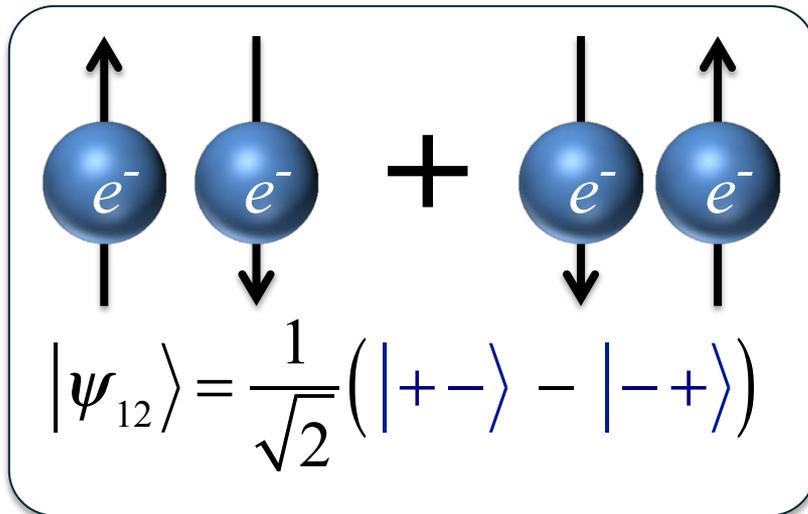
Misuro lo spin del
2° elettrone



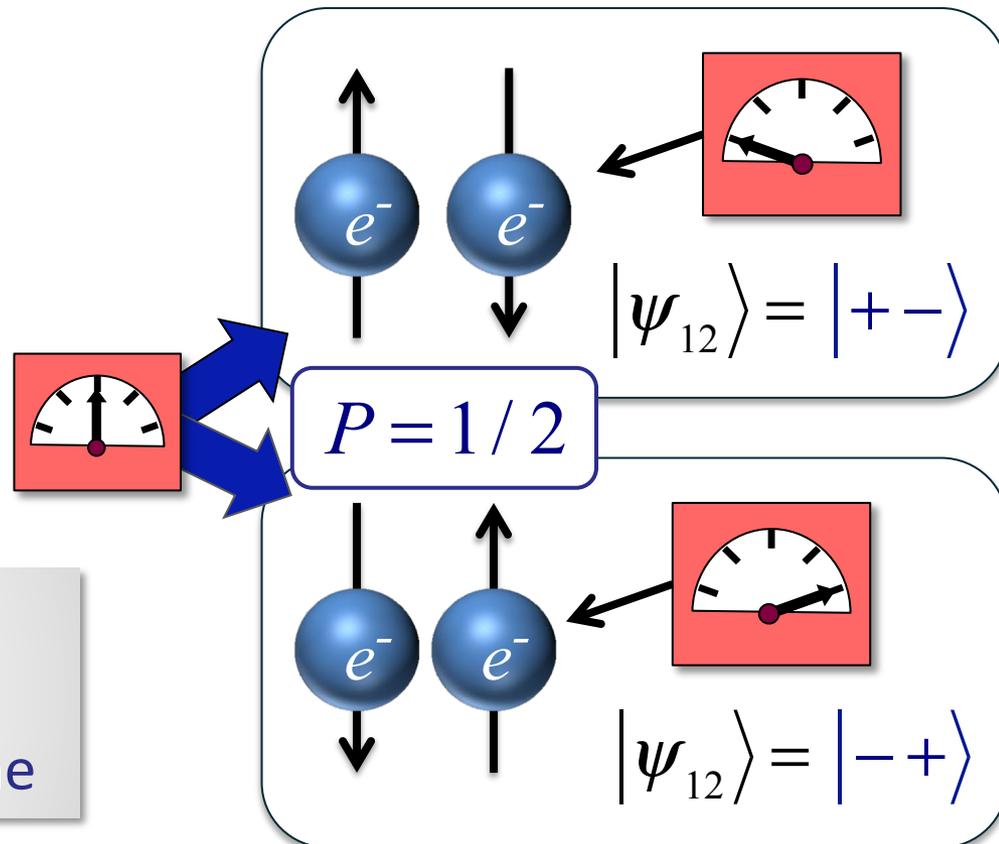
Quando si considera un sistema costituito da 2 o più particelle la sovrapposizione conduce a fenomeni nuovi e particolari

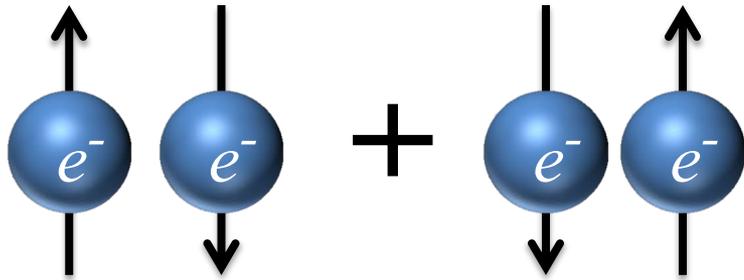


Quando si considera un sistema costituito da 2 o più particelle la sovrapposizione conduce a fenomeni nuovi e particolari



Una misura dello spin del 2° elettrone determina con certezza lo spin del 1° elettrone





$$|\psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+-\rangle - |-+\rangle)$$

Stati di questo tipo sono chiamati

STATI ENTANGLED

(INTRECCIATI)

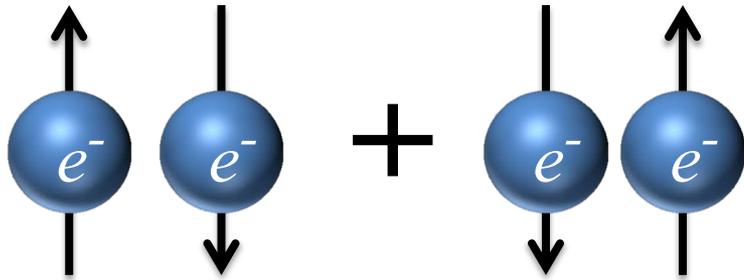
Possono essere descritti solo come sovrapposizione di più stati

$$|\psi\rangle = |\varphi\chi\rangle$$

Stato separabile

$$|\psi\rangle = c_1 |\varphi_1\chi_1\rangle + c_2 |\varphi_2\chi_2\rangle + \dots$$

Stato entangled



$$|\psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+-\rangle - |-+\rangle)$$

Stati di questo tipo sono chiamati

STATI ENTANGLED

(INTRECCIATI)

Possono essere descritti solo come sovrapposizione di più stati

$$|\psi\rangle = |\varphi\chi\rangle$$

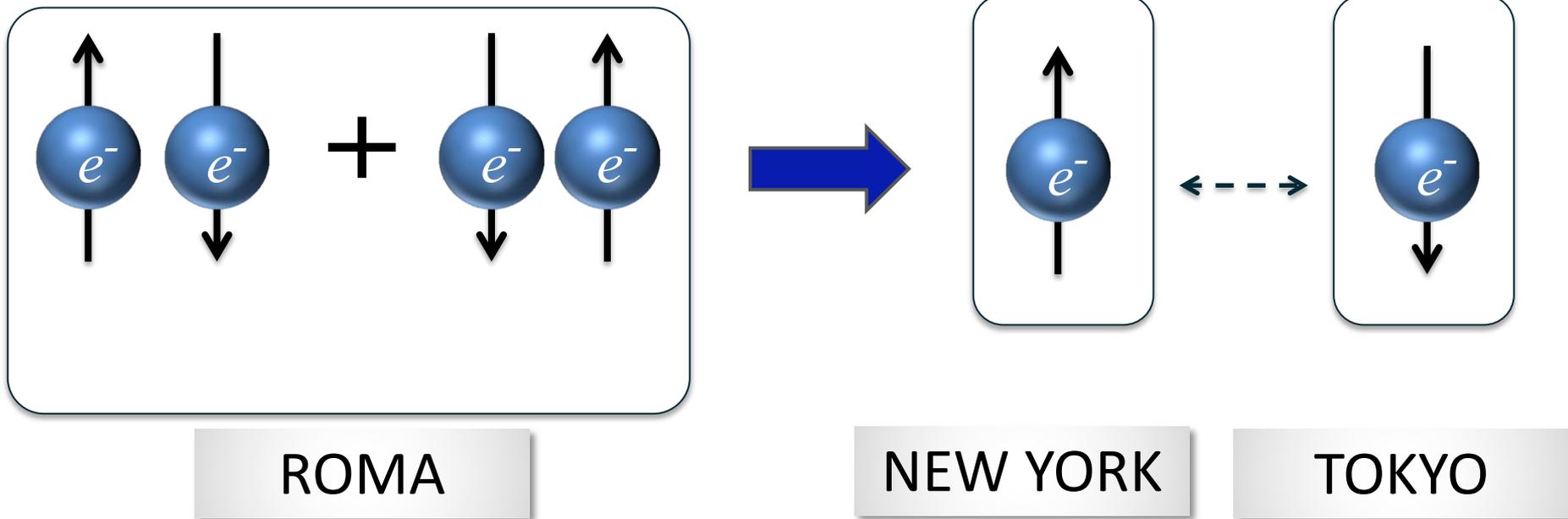
Stato separabile

$$|\psi\rangle = c_1 |\varphi_1\chi_1\rangle + c_2 |\varphi_2\chi_2\rangle + \dots$$

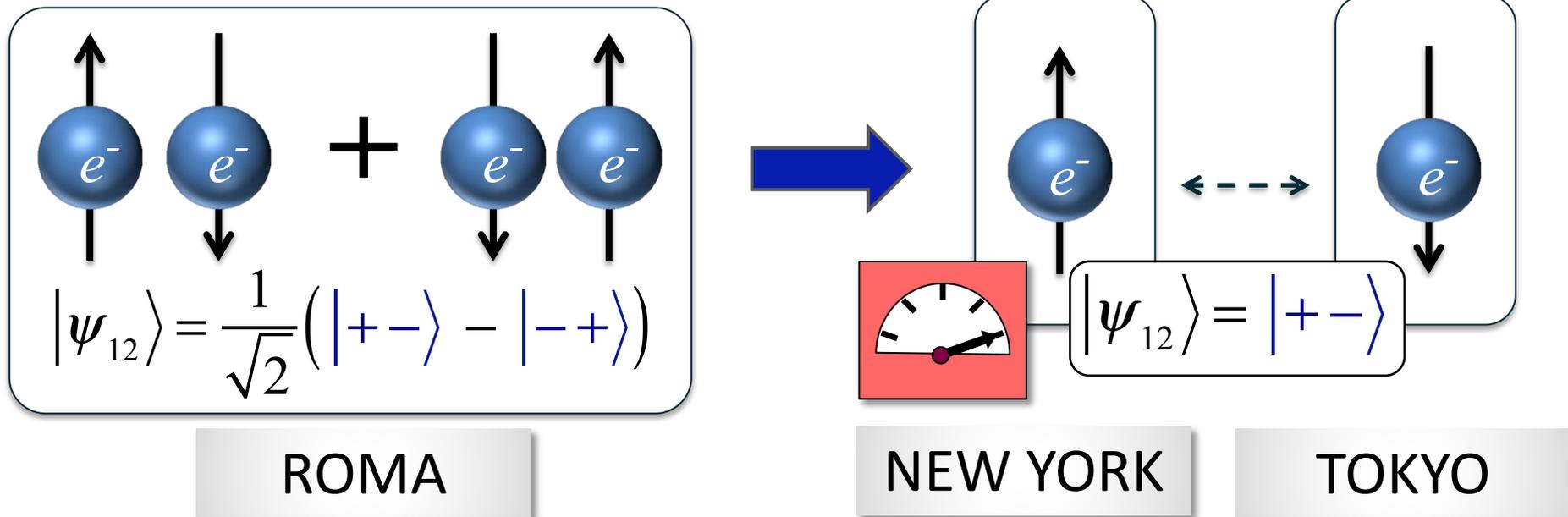
Stato entangled

In uno stato entangled la misura di un'osservabile per una parte del sistema determina **istantaneamente** il valore anche per l'altra

Se i sistemi si trovano spazialmente separati, l'entanglement implica la presenza di correlazioni a distanza tra le loro quantità fisiche

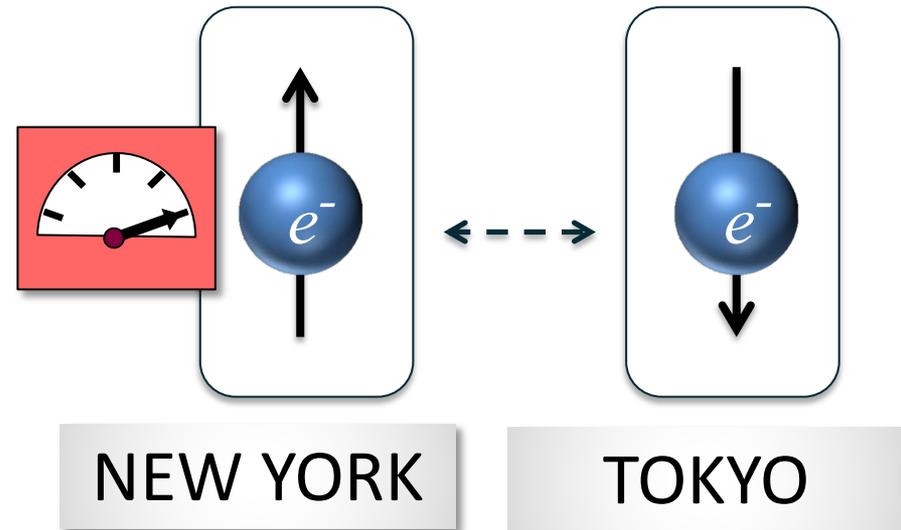
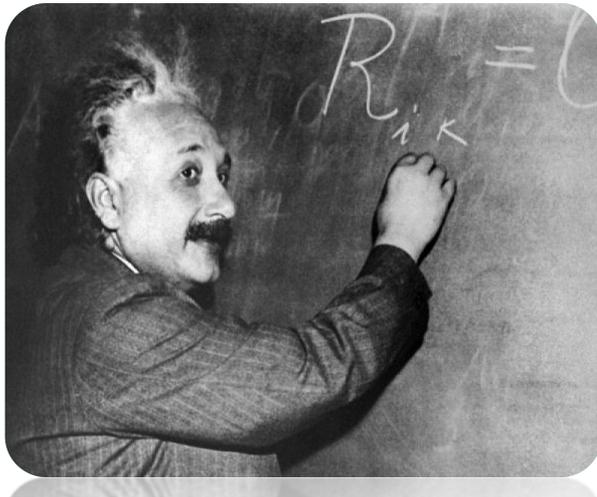


Se i sistemi si trovano spazialmente separati, l'entanglement implica la presenza di correlazioni a distanza tra le loro quantità fisiche



La teoria è **NON LOCALE** !

Da queste osservazioni nasce il **paradosso EPR** (1935)
 (Einstein, Podolsky, Rosen)

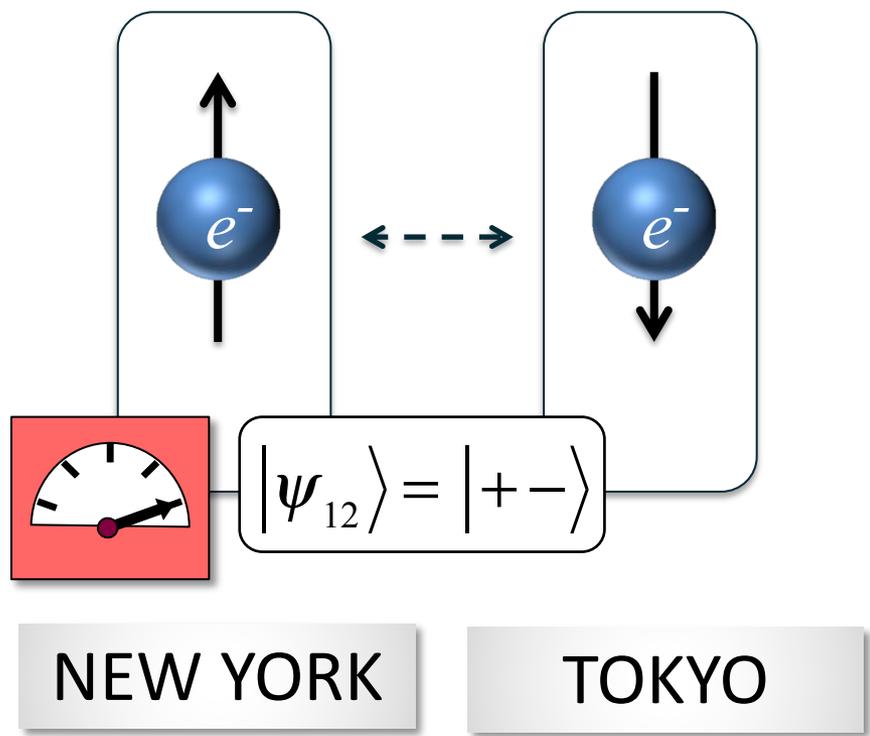


“Una spaventosa azione a distanza...”

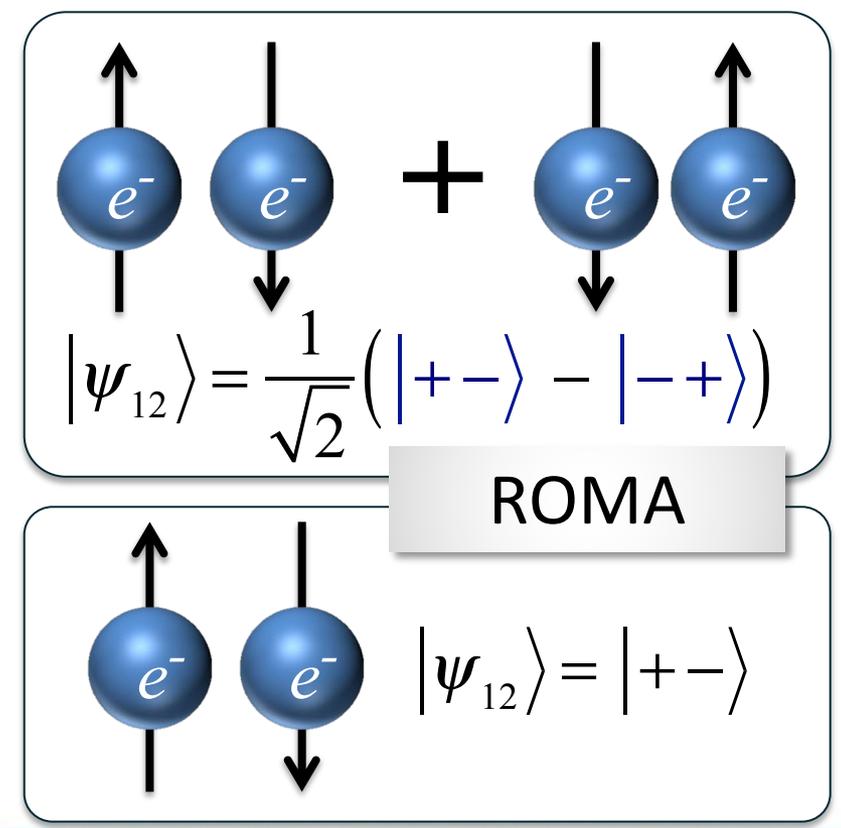
Ma non c'è violazione della relatività

Non risulta possibile trasmettere informazione a velocità superluminale

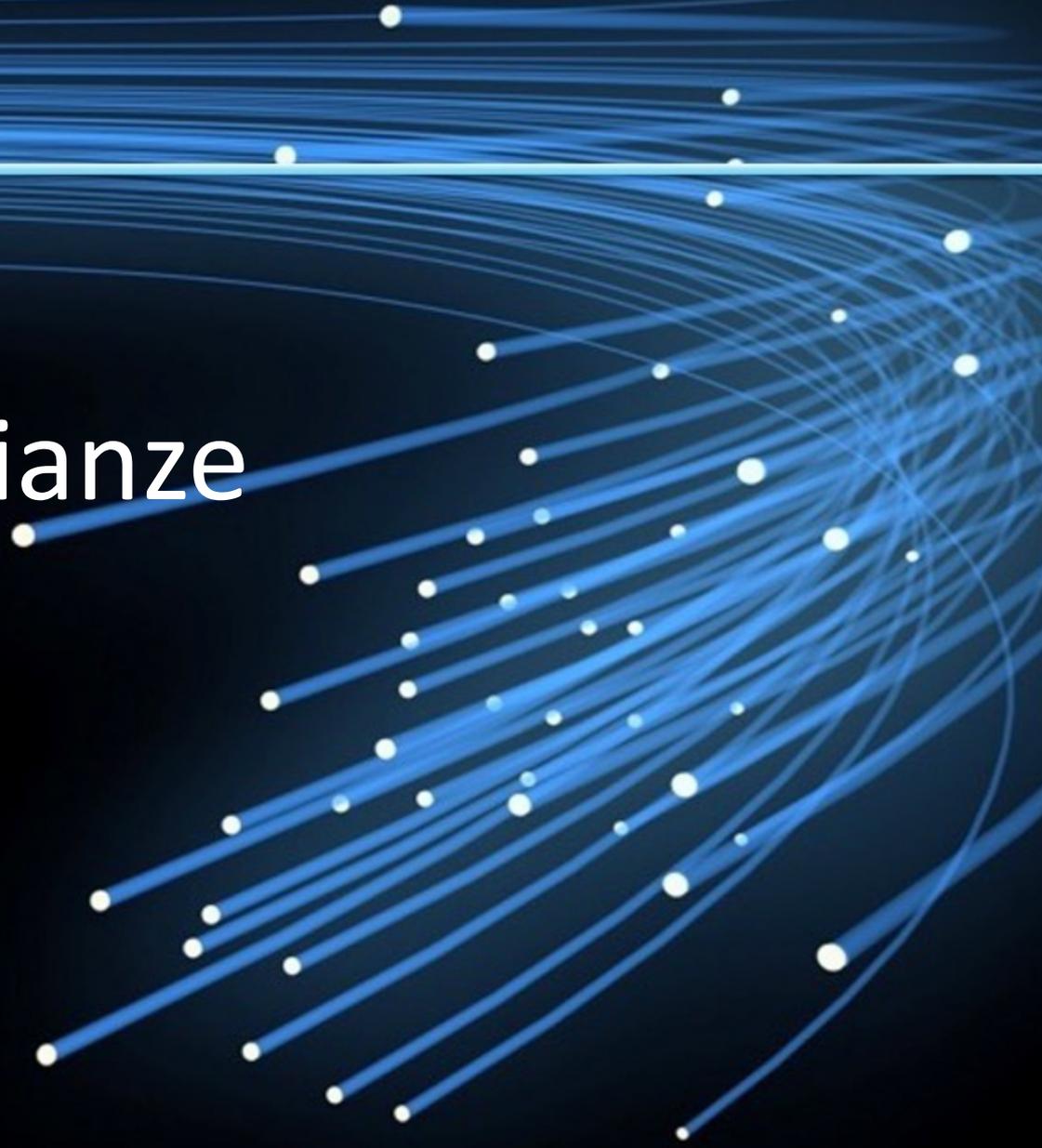
Risultato della misura



Ma qual era lo stato iniziale ?



Le disuguaglianze di Bell



$$N(A, \cancel{B}) \leq N(A, \cancel{C}) + N(\cancel{B}, C)$$

$N(A, \cancel{B})$ = numero di elementi che possiedono la proprietà A e non la B



Per esempio, per gli alunni di in una classe:

John Bell, 1964

A = maschi

B = alti più di 1.70 m

C = occhi azzurri



$$N(A, \cancel{B}) \leq N(A, \cancel{C}) + N(\cancel{B}, C)$$

Perché la **disuguaglianza** sia **valida**:

- 1 Le **proprietà fisiche** devono essere **reali**, ossia esistere indipendentemente dalla misura
- 2 Le due **misure** devono essere **indipendenti**, ossia la misura di B non deve essere influenzata dal risultato della misura di A



John Bell, 1964

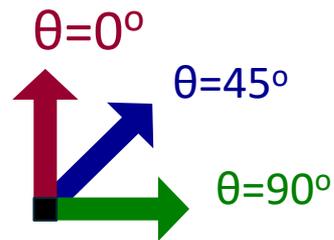
$$N(A, \cancel{B}) \leq N(A, \cancel{C}) + N(\cancel{B}, C)$$

Per un insieme di elettroni:

A = spin +1/2 in $\theta=0^\circ$

B = spin +1/2 in $\theta=45^\circ$

C = spin +1/2 in $\theta=90^\circ$



John Bell, 1964

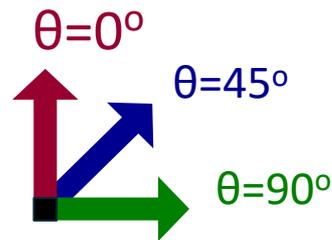
$$N(A, \cancel{B}) \leq N(A, \cancel{C}) + N(\cancel{B}, C)$$

Per un insieme di elettroni:

A = spin +1/2 in $\theta=0^\circ$

B = spin +1/2 in $\theta=45^\circ$

C = spin +1/2 in $\theta=90^\circ$



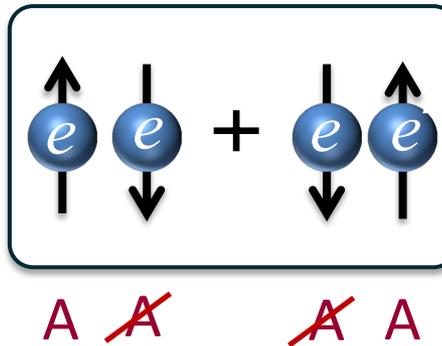
John Bell, 1964

ATTENZIONE: le misure devono essere indipendenti
non possiamo misurare A e B su uno stesso elettrone

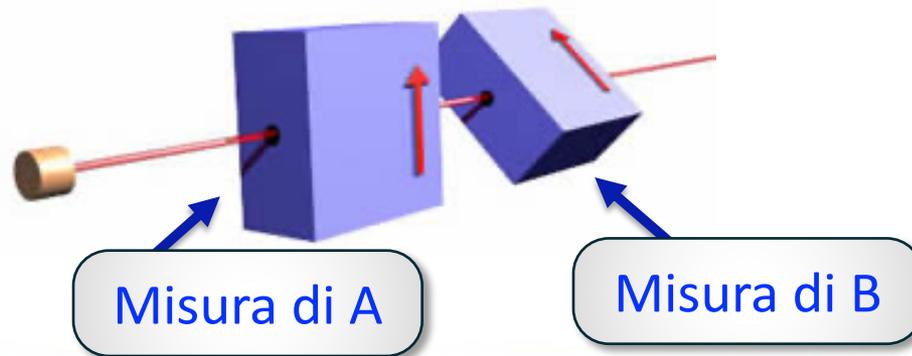
La misura di A potrebbe modificare lo stato dell'elettrone
e il suo risultato influenzare la misura di B.

$$N(A, \cancel{B}) \leq N(A, \cancel{C}) + N(\cancel{B}, C)$$

La misura delle due proprietà è effettuata su un coppia di elettroni entangled



John Bell, 1964



Ipotesi:

- 1 Realismo
- 2 Località

Per gli oggetti microscopici
(elettroni, fotoni, ...)
negli stati entangled

$$\cancel{N(A, B) \leq N(A, C) + N(B, C)}$$

La disuguaglianza di Bell è violata

Le proprietà fisiche non sono reali,
non pre-esistono alla misura

Le teorie **realistiche locali** sono escluse

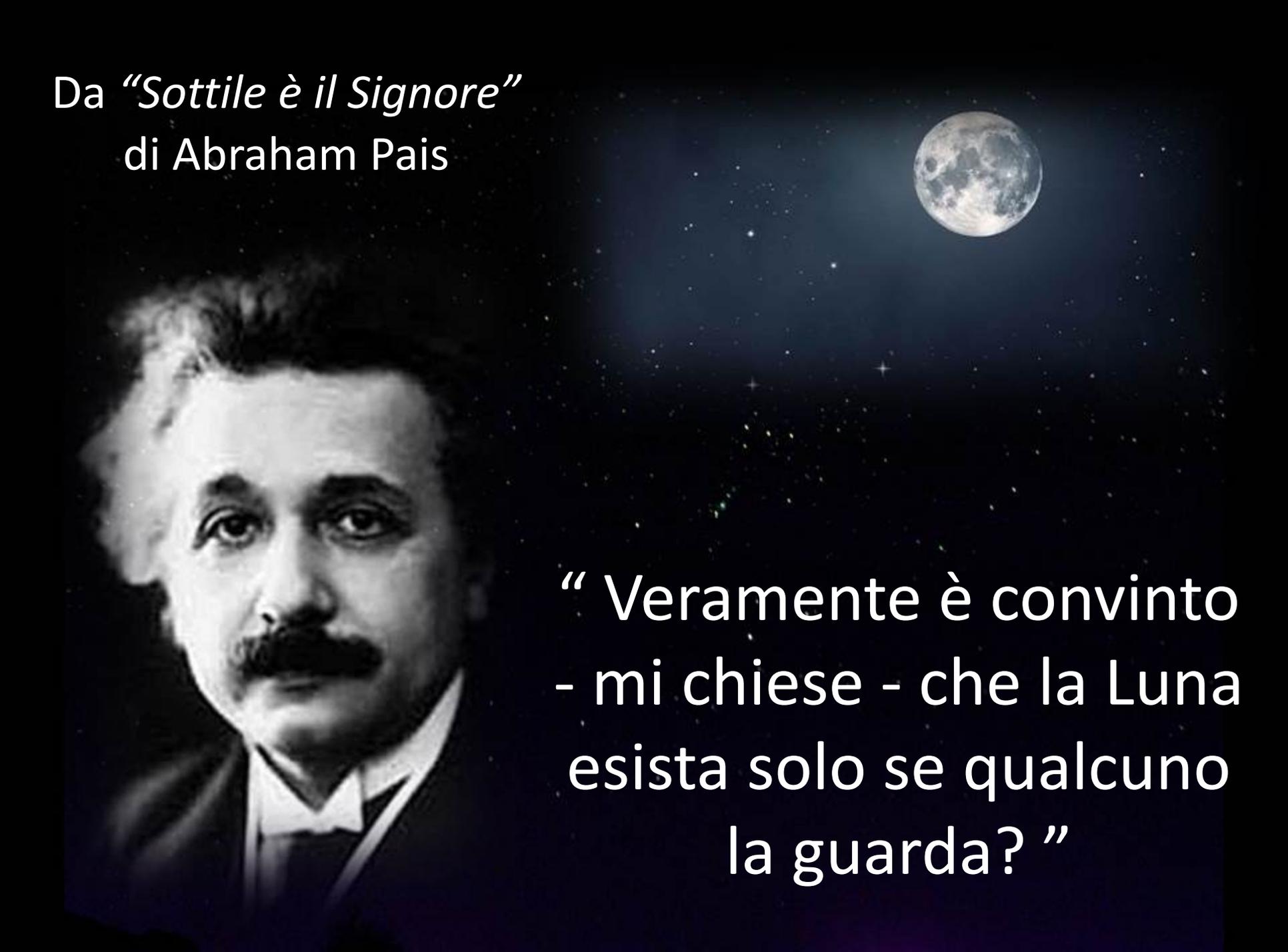
Per gli oggetti microscopici
(elettroni, fotoni, ...)
negli stati entangled

$$\cancel{N(A, B) \leq N(A, C) + N(B, C)}$$

La disuguaglianza di Bell è violata

E lo è esattamente nel modo
predetto dalla meccanica quantistica

Da *“Sottile è il Signore”*
di Abraham Pais



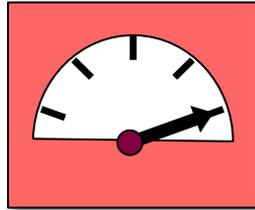
“ Veramente è convinto
- mi chiese - che la Luna
esista solo se qualcuno
la guarda? ”

PARTE 3

Difficoltà
interpretative
della meccanica
quantistica

Nell'interpretazione tradizionale (di Copenaghen) della meccanica quantistica, la descrizione di un **processo di misura** distingue tra:

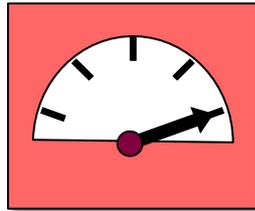
un apparato
di misura
classico



un sistema
microscopico
quantistico

Nell'interpretazione tradizionale (di Copenaghen) della meccanica quantistica, la descrizione di un **processo di misura** distingue tra:

un apparato
di misura
classico



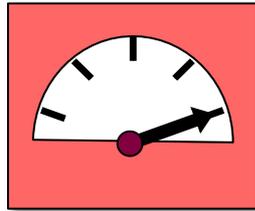
un sistema
microscopico
quantistico

Questa distinzione pone dei problemi concettuali

Nella teoria non esiste una separazione tra mondo macroscopico e microscopico. **Le leggi quantistiche valgono per tutti i sistemi fisici.**

Nell'interpretazione tradizionale (di Copenaghen) della meccanica quantistica, la descrizione di un **processo di misura** distingue tra:

un apparato
di misura
classico

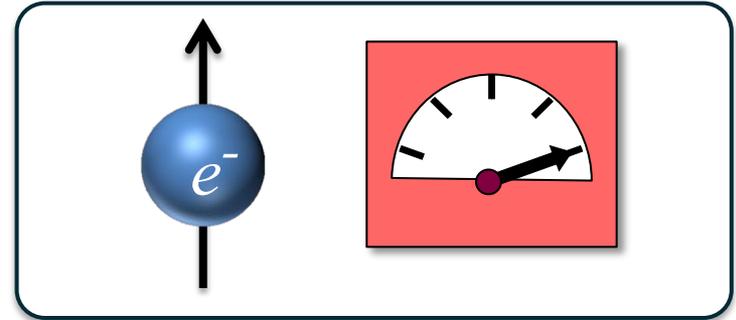
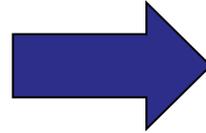
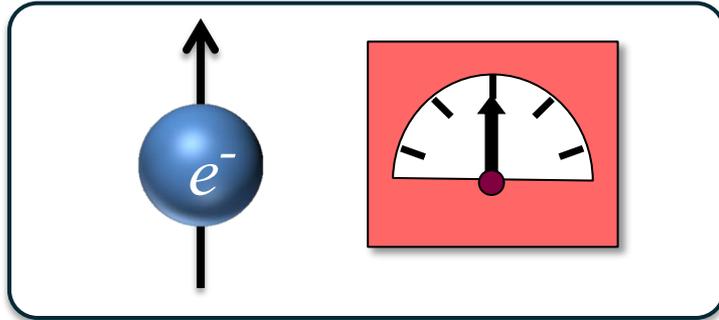


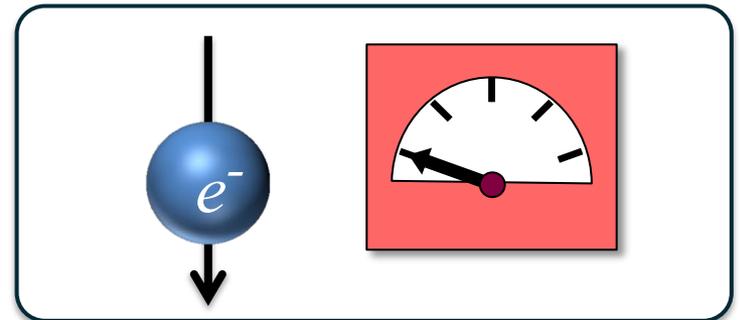
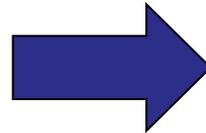
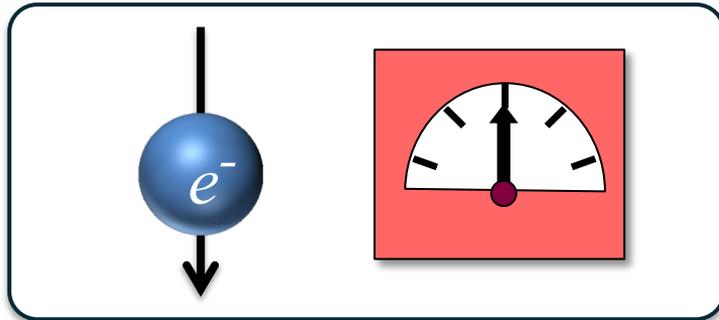
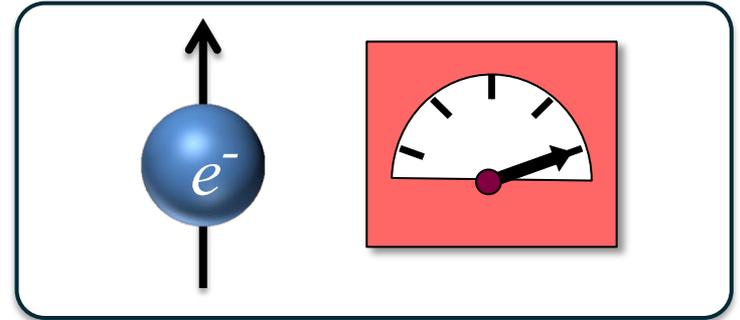
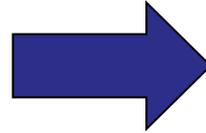
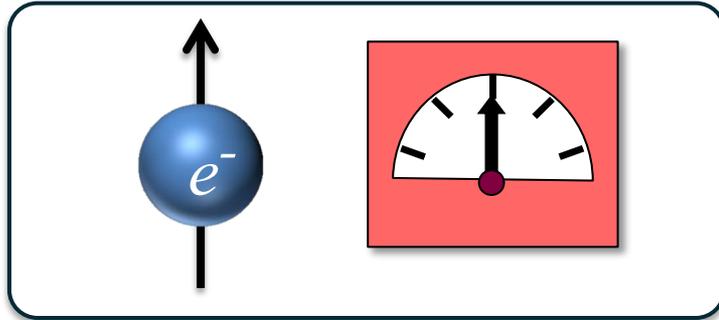
un sistema
microscopico
quantistico

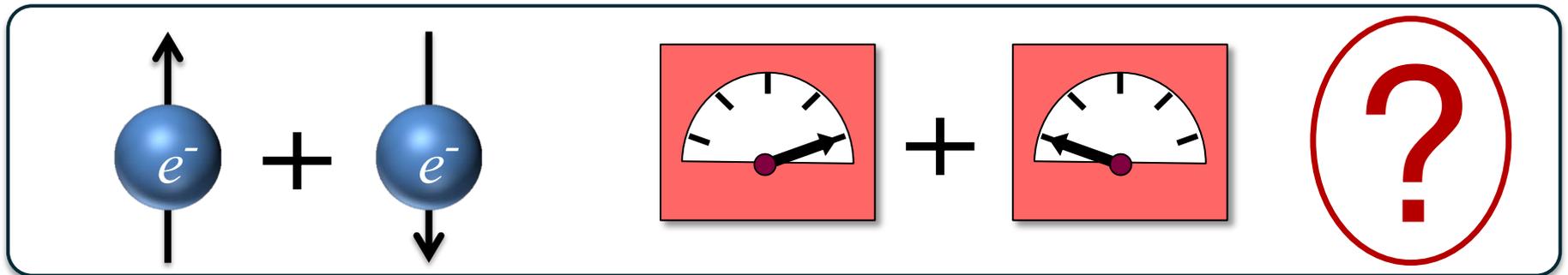
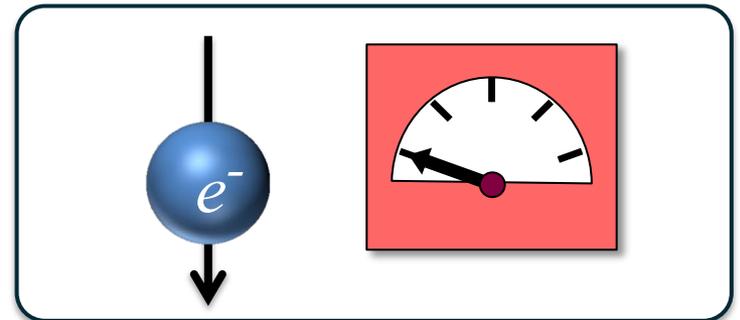
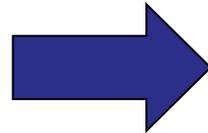
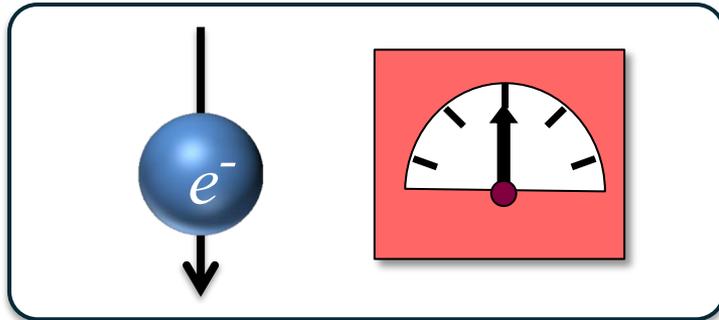
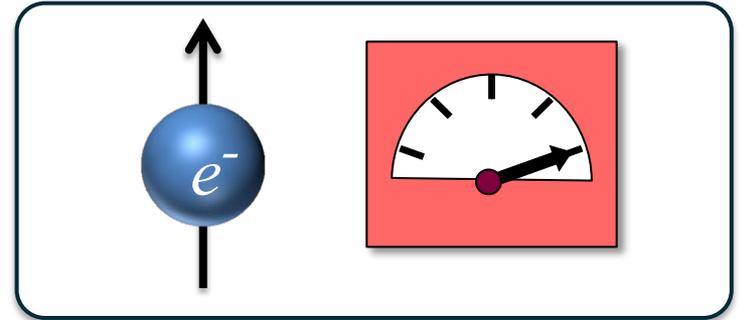
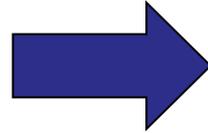
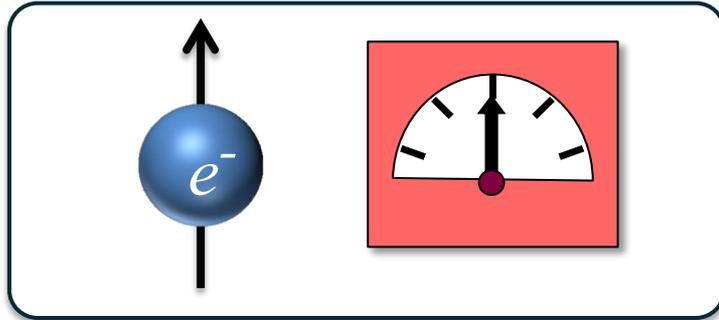
Questa distinzione pone dei problemi concettuali

Nella teoria non esiste una separazione tra mondo macroscopico e microscopico. **Le leggi quantistiche valgono per tutti i sistemi fisici.**

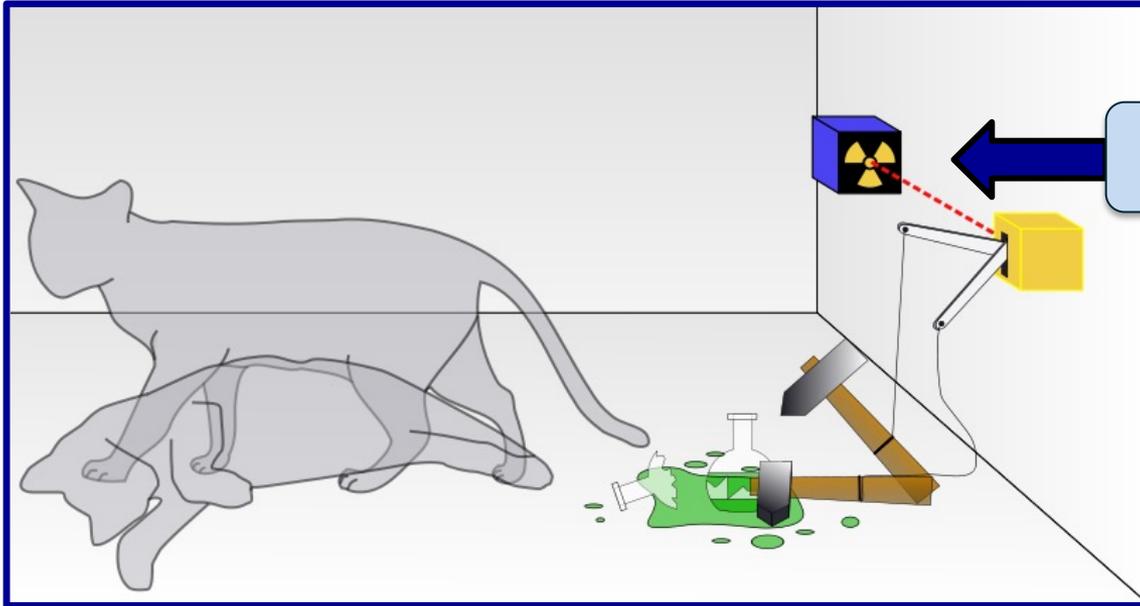
Se abbandoniamo la distinzione e includiamo l'apparato di misura nella descrizione quantistica, allora **nulla può provocare il "collasso"**



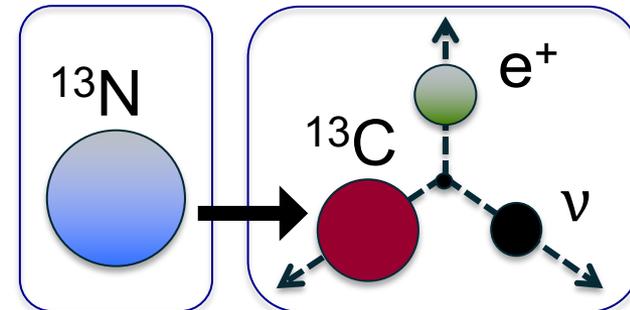


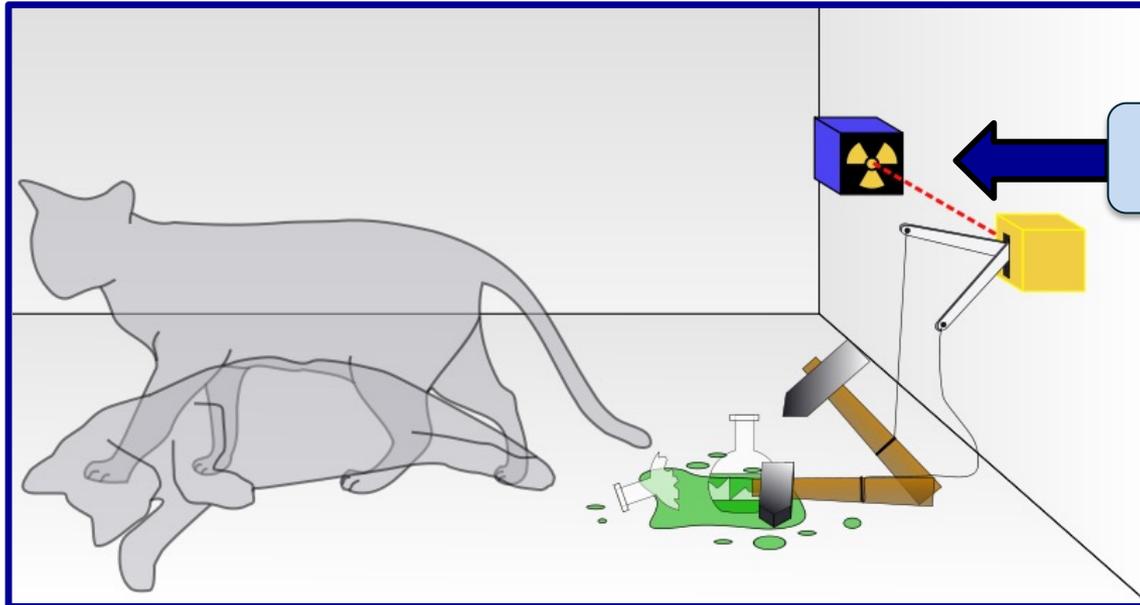


IL GATTO DI SCHRÖDINGER



Tempo di
dimezzamento
10 minuti

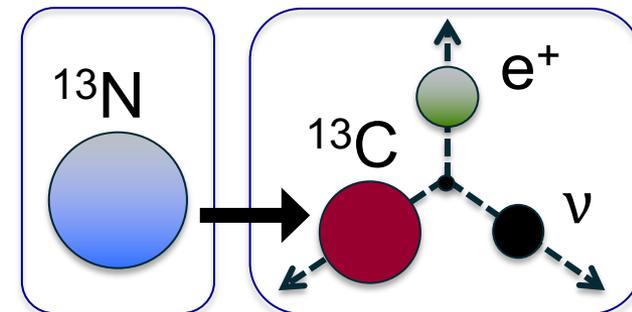


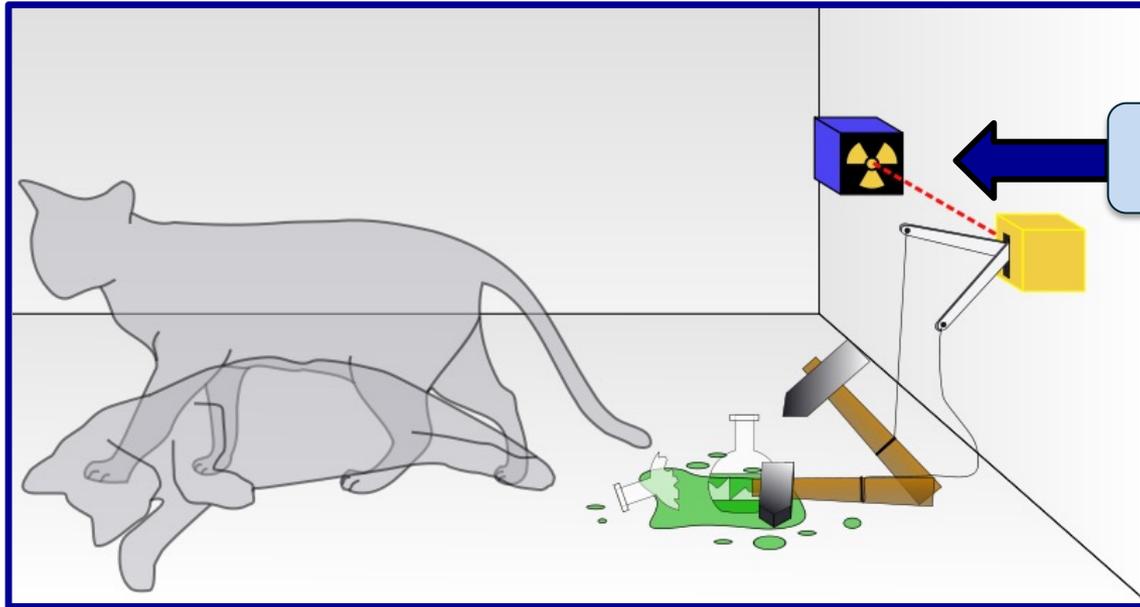


Tempo di
dimezzamento
10 minuti

Dopo un tempo di dimezzamento la probabilità
che il nucleo sia decaduto è pari al 50%

➔ Il gatto è al 50% vivo e al 50% morto

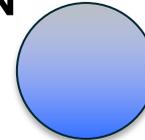




Tempo di
dimezzamento
10 minuti

Prima della “misura” il nucleo si
trova in una **sovrapposizione di**
nucleo decaduto e non decaduto

^{13}N



+

^{13}C

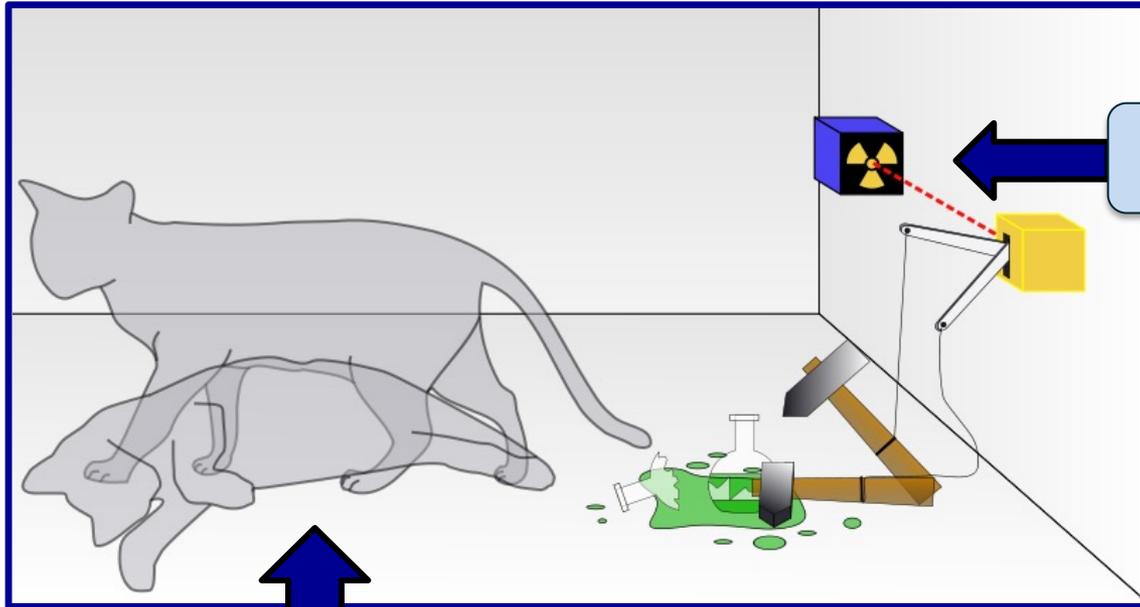


e^+



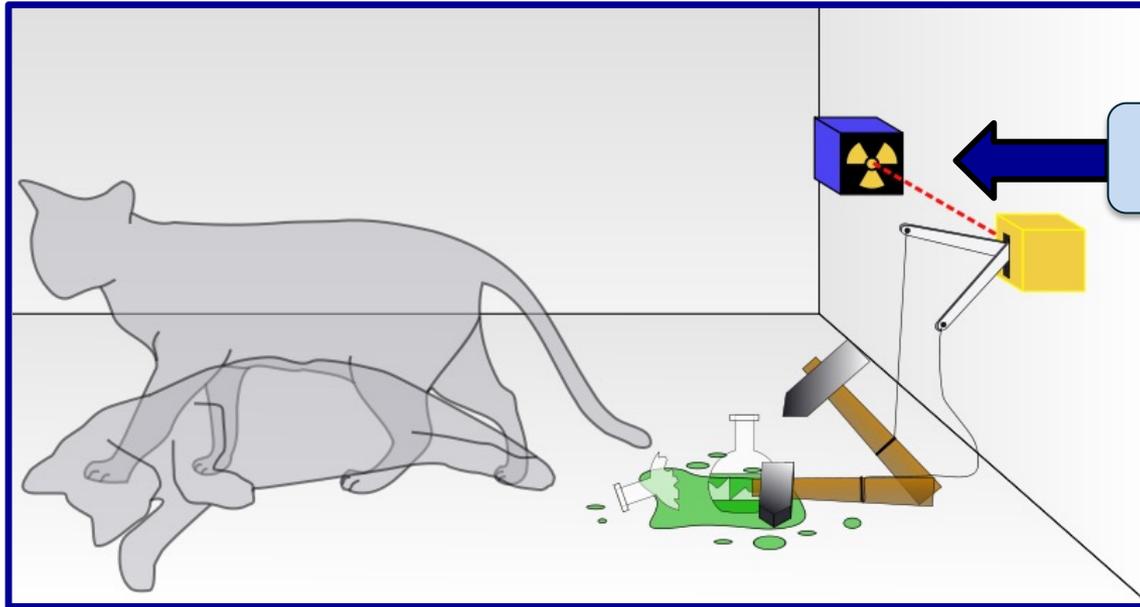
ν





Tempo di
dimezzamento
10 minuti

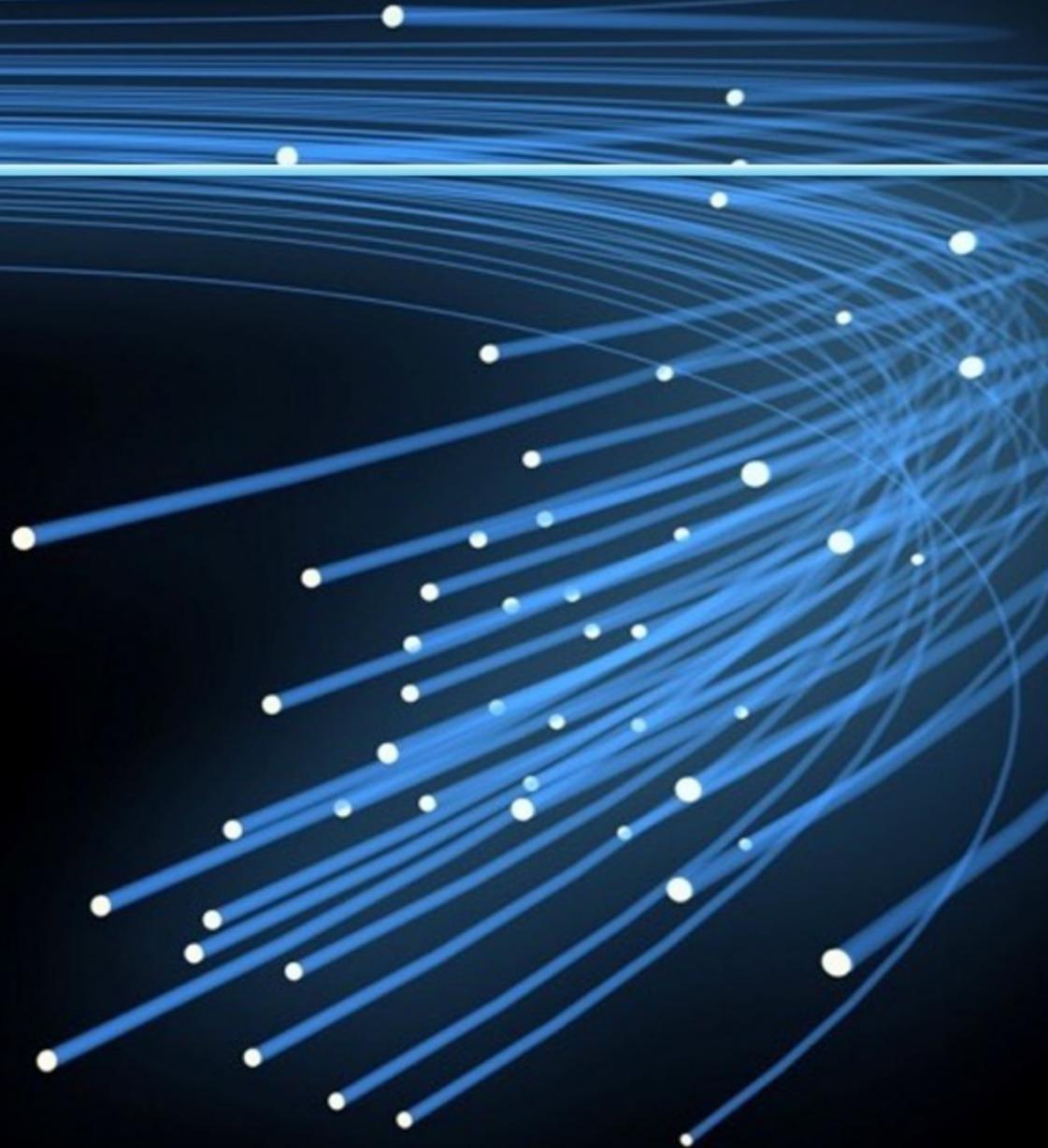
Dobbiamo allora concludere che anche il gatto, così come il nucleo, prima della “misura” si trovava in una **sovrapposizione di “gatto vivo” e “gatto morto”**?



Tempo di
dimezzamento
10 minuti

Nessuno ha mai osservato la sovrapposizione di sistemi macroscopici ma la meccanica quantistica non ci spiega veramente perché ...

Conclusioni



La meccanica quantistica è la teoria meglio verificata e di maggior successo nella storia della scienza

Tra i suoi principali risultati:

Teoria quantitativa
della materia

- Struttura atomica. Tavola periodica. Spettri atomici
- Molecole, solidi, liquidi
- Conduttori e semiconduttori
- Stati esotici: superfluidi, superconduttori, condensato di Bose-Einstein, stelle di neutroni

Fisica delle particelle
elementari

- Estensione alla teoria quantistica dei campi
- Antimateria
- Il Modello Standard delle particelle elementari
- Oscillazioni dei neutrini; scoperta del bosone di Higgs; ricerca di supersimmetria ...

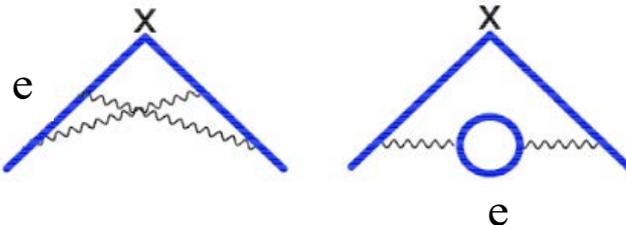
La meccanica quantistica è la teoria meglio verificata e di maggior successo nella storia della scienza

Tre generazioni della materia (fermioni)

	I	II	III		
Quark	u up	c charm	t top	γ fotone	H bosone di Higgs
	d down	s strange	b bottom	g gluone	
	ν_e neutrino elettronico	ν_μ neutrino muonico	ν_τ neutrino tauonico	Z^0 forza debole	Bosoni di gauge
e elettrone	μ muone	τ tauone	W^\pm forza debole		

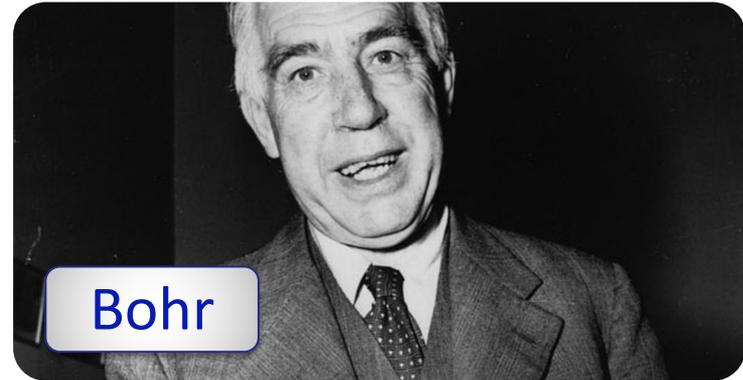
IL MODELLO STANDARD
delle particelle elementari
descrive con accuratezza ineguagliata le
interazioni elettromagnetiche, deboli e forti

Per esempio, il momento magnetico anomalo dell'elettrone è predetto con un'accuratezza di 2×10^{-10} , ossia 2 parti su 10 miliardi (come 1 mm rispetto alla distanza tra Roma e New York).

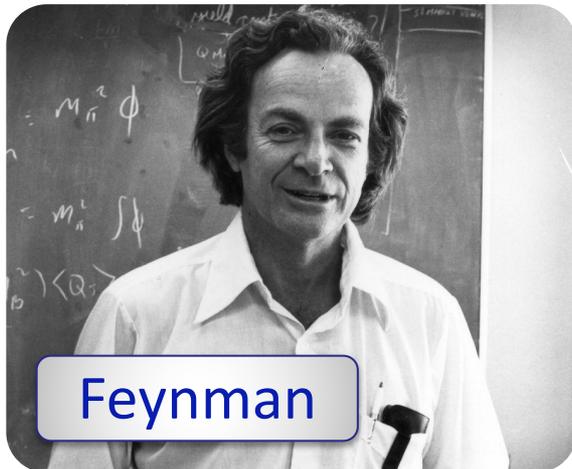




Einstein



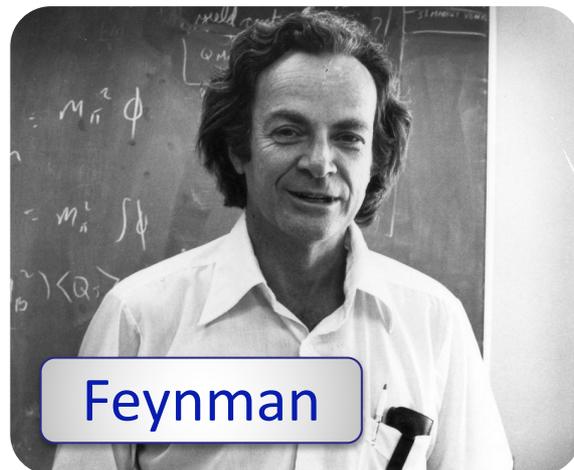
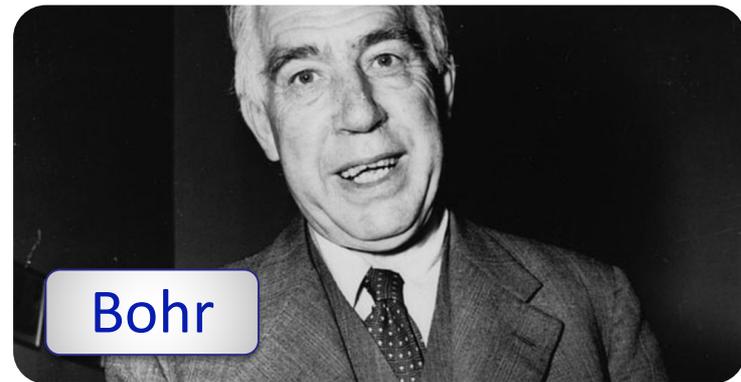
Bohr



Feynman



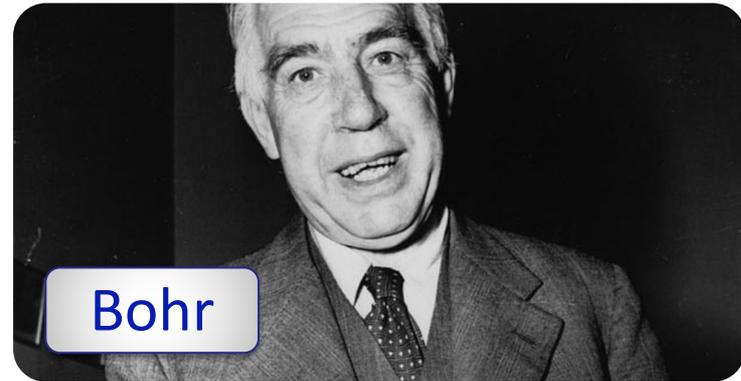
“Dio non gioca a dadi con l’universo”





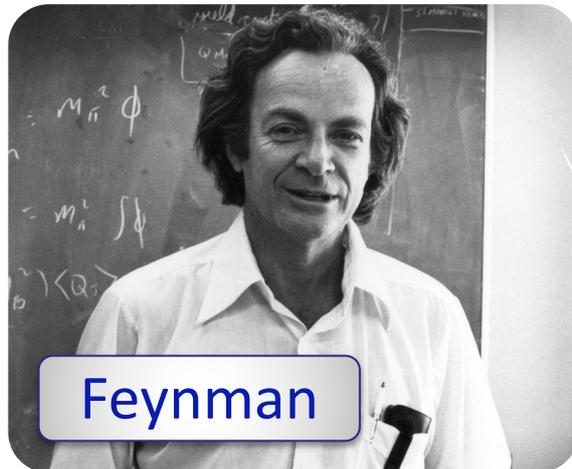
Einstein

“Dio non gioca a dadi con l’universo”



Bohr

“Smettila di dire a Dio cosa deve fare”

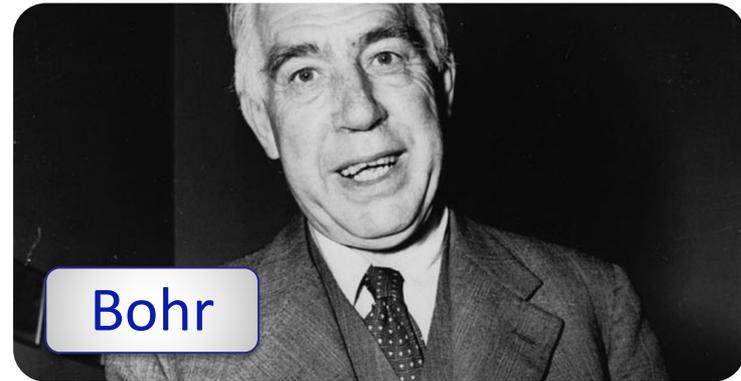


Feynman



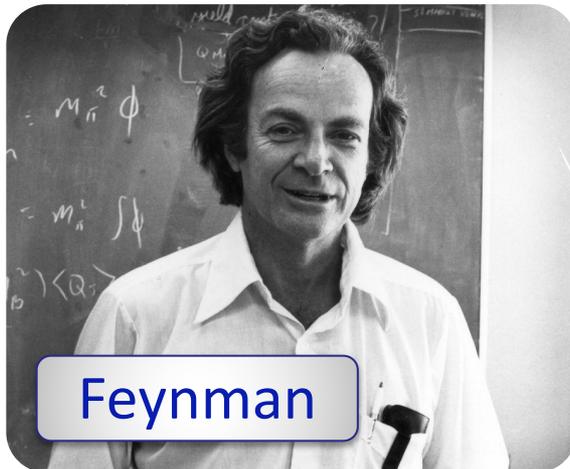
Einstein

“Dio non gioca a dadi con l’universo”



Bohr

“Smettila di dire a Dio cosa deve fare”



Feynman

“Non solo Dio gioca a dadi, ma li getta laddove non possiamo vederli”