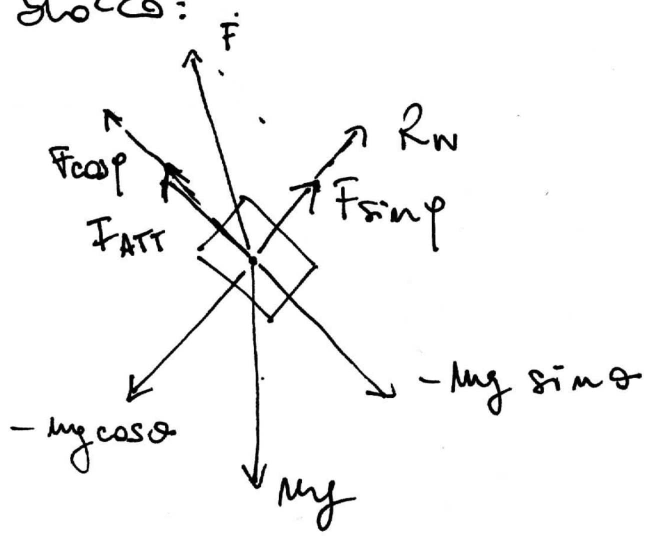
Esercizio 1

1) Forze agenti sul blocco:



Equazioni del moto:

Lungo y:

$$ma_y = -mg\cos\theta + F\sin\varphi + R_N$$

$a_y = \phi \qquad R_N = mg\cos\theta - F\sin\varphi$

Lungo x:

$$ma_x = F\cos\varphi + F_{ATT} - mg\sin\theta$$

$$F_{ATT} = \mu_s R_N = \mu_s(mg\cos\theta - F\sin\varphi)$$

$a_x = 0$

$$F\cos\varphi + \mu_s(mg\cos\theta - F\sin\varphi) - mg\sin\theta = 0$$

$$F\cos\varphi - \mu_s F\sin\varphi = mg\sin\theta - \mu_s mg\cos\theta$$

$$F = mg\frac{(\sin\theta - \mu_s\cos\theta)}{(\cos\varphi - \mu_s\sin\varphi)} = 25{,}88\ N$$

Lungo y:

$$ma_y = -mg\cos\vartheta + F\sin\varphi + R_N \qquad a_y = 0$$

$$R_N = mg\cos\vartheta - F\sin\varphi$$

Lungo x:

$$ma_x = -mg\sin\vartheta + F\cos\varphi - \mu_s R_N$$

$$ma_x = -mg\sin\vartheta + F\cos\varphi - mg\cos\vartheta\,\mu_s + \mu_s F\sin\varphi$$

$a_x = 0$

$$F(\cos\phi + \mu_s\sin\phi) = mg(\sin\vartheta + \mu_s\cos\vartheta)$$

$$F = mg\frac{(\sin\vartheta + \mu_s\cos\vartheta)}{(\cos\phi + \mu_s\sin\phi)} \simeq 39{,}2\ N.$$

3)

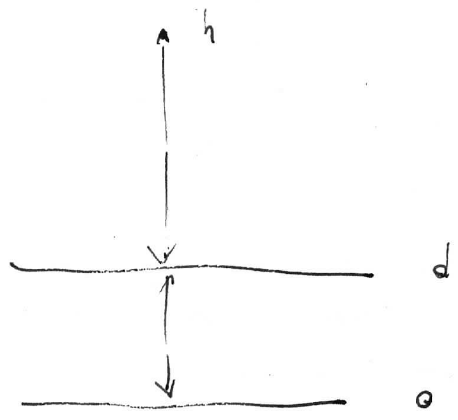
$$ma = -mg\sin\vartheta + F\cos\varphi - mg\cos\vartheta\,\mu_d + \mu_d F\sin\varphi$$

$$F(\cos\phi + \mu_d\sin\phi) = ma + mg\sin\vartheta + \mu_d mg\cos\vartheta$$

$$F = \frac{m(a + g\sin\vartheta + \mu_d g\cos\vartheta)}{(\cos\phi + \mu_d\sin\phi)} = 62{,}35\ N.$$

4) $\mathcal{L} = \bar{F}\cdot\bar{S} = |F|\cdot d\cdot\cos\phi = 132{,}26\ J.$

ESERCIZIO 2



$$\frac{1}{2}mv^2 + mgd = mg(h+d)$$ quando tocca il suolo.

Quando si ferma nella sabbia:

$$\cancel{0} - \left(\frac{1}{2}mv^2 + mgd\right) = \mathcal{L}_{NC}$$ NB: $E_M^F - E_M^I = \mathcal{L}_{NC}$

$$\mathcal{L}_{NC} = \int_d^0 F(z)\,dz = \int_d^0 (A + Bz^2) = Az + \frac{Bz^3}{3}\Big|_d^0 =$$

$$= -\left(Ad + \frac{1}{3}Bd^3\right) = -70{,}8\ J.$$

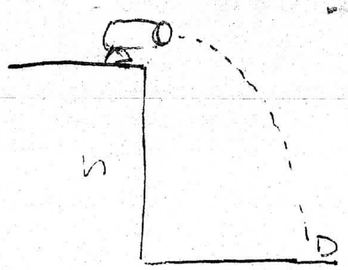
$$mg(h+d) = \mathcal{L}_{NC} \qquad d+h = \frac{\mathcal{L}_{NC}}{mg} \qquad h = \frac{\mathcal{L}_{NC}}{mg} - d = 6{,}84\ m.$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \cancel{mgd} = mg(h+\cancel{d})$$

$$v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{2gh} = 11{,}58\ m/s$$

Un cannone di massa M spara, in orizzontale dalla cima di una torre di altezza h, un proiettile di massa m che raggiunge il suolo a una distanza D dalla base della torre. Calcolare la forza che serve ad arrestare il cannone dopo aver percorso un tratto d.



NB:
Con i dati del compito:

$v = 94{,}6\ m/s$

$V = 2{,}27\ m/s$

$F \approx 643\ N$

Moto del proiettile:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$D = v t \qquad t = \frac{D}{v} \ ; \quad h = \frac{1}{2} g \frac{D^2}{v^2}$$

$$v^2 = \frac{g D^2}{2h} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g D^2}{2h}}$$

La quantità di moto si conserva:

$$M V = m v \qquad V = \frac{m}{M} \sqrt{\frac{g D^2}{2h}}$$

Il lavoro fatto dalla forza F nel tratto D deve essere uguale alla variazione di energia cinetica del cannone.

$$F \cdot d = \frac{1}{2} M V^2 = \frac{1}{2} \cancel{M} \cdot \frac{m^2}{M^{\cancel{2}}} g \frac{D^2}{2h}$$

$$F = \frac{m^2 g D^2}{4 M h d}$$