ESERCIZIO

Una massa $m_1 = 0.25$ Kg di rame viene riscaldato ad una temperatura T_1 ed immersa successivam in un recipiente contenenti $m_2 = 0.1$ kg di acqua alla temperatura $T_2 = 350$ K. Quando il sistema raggiunge l'equilibrio, nel recipiente sono rimasti solamente $m_3 = 0.09$ Kg di acqua. Calcolare il v di T_1 trascurando le perdite di calore con l'am esterno, ricordando che:

$c_1 = 387$ J/Kg K calore specifico rame

$c_2 = 4187$ J/Kg K " " acqua

$\lambda_e = 22.5 \times 10^5$ J/Kg calore latente di ebollizion dell'acqua

Poichè nel recipiente rimane una massa d'acqua m di quella iniziale, essa deve essere EVAPORATA. N cambiamento di fase, cioè durante l'ebollizione l'acqua resta a temperatura costante (perchè il calore assorbito produce lavoro) ma allora la temperatura di equilibrio deve essere pari alla temperatura di ebollizione dell'acqua:

$$T_{eq} = 373 \text{ K}$$

Il calore ceduto dal rame per raggiungere ques equilibrio è dato da:

$$Q_1 = m_1 c_1 (T_1 - T_{eq})$$

Questo calore sarà assorbito dall'acqua: parte sa usato per raggiungere T_{eq}, parte per effettuare i cambiamento di fase.

Possiamo allora scrivere:

$$Q_1 = m_2 c_2 (T_{eq} - T_2) + (m_2 - m_3) \lambda_e$$

ma allora:

$$m_1 c_1 (T_1 - T_{eq}) = m_2 c_2 (T_{eq} - T_2) + (m_2 - m_3) \lambda_e$$

Da cui:

$$T_1 = T_{eq} + \frac{m_2 c_2 (T_{eq} - T_2) + (m_2 - m_3) \lambda_e}{m_1 c_1} = 706 \text{ K}$$

(da notare che l'equazione è dimensionalmente corretta).

ESERCIZIO

In un recipiente si trovano $m_1 = 3$ kg di ghiaccio alla temperatura $T_1 = 253$ K. Si unisce una massa $m_2 = 1$ kg di acqua bollente ($T_2 = 373$ K). Trovare la situazione di equilibrio del sistema trascurando gli scambi di calore con l'esterno, sapendo che:

$c_1 = 2051$ J / kg K calore specifico ghiaccio

$c_2 = 4187$ J / kg K " " acqua

$\lambda_f = 3.3 \times 10^5$ J / kg calore latente di fusione

Possono verificarsi situazioni diverse in base ai dati del problema.

Innanzitutto prima di iniziare a congelare l'acqua può cedere al massimo un calore dato da:

$$Q_1 = m_2 c_2 (T_2 - T_0)$$

mentre il ghiaccio prima di iniziare a sciogliersi può assorbire al massimo:

$$Q_2 = m_1 c_1 (T_0 - T_1)$$

Se poi l'acqua deve congelare tutta, deve cedere un calore pari a:

$$Q_1^c = m_2 \lambda_{fus}$$ c sta per congelamento

e analogamente per il ghiaccio se vuole sciogliersi tutto:

$$Q_1^f = m_1 \lambda_{fus}$$ f sta per fusione

Quello che accadrà dipende dai valori dei calori Q_1 e Q_2. Possiamo schematizzare i diversi casi nel modo seguente:

$$Q_1 > Q_2$$

$Q_1 > Q_2 + Q_2^f$ → tutto il ghiaccio si scioglie: $T_{eq} > T_0$ ← cioè la T può salire ulteriormente

$Q_1 < Q_2 + Q_2^f$ → solo parte del ghiaccio si scioglie: $T_{eq} = T_0$

Se invece:

$$Q_2 > Q_1$$

$Q_2 > Q_1 + Q_1^c$ → tutta l'acqua congela $T_{eq} < T_0$ ← cioè la T può scendere ulteriormente

$Q_2 < Q_1 + Q_1^c$ → solo parte dell'acqua congela $T_{eq} = T_0$

Nel nostro caso abbiamo:

$$Q_1 = 4.187 \times 10^5 \ J \ , \quad Q_2 = 1.23 \times 10^5 \ J$$

$$Q_2^f = 9.9 \times 10^5 \ J \ , \quad Q_1^c = 3.3 \times 10^5 \ J$$

Ma allora:

$$T_{eq} = T_0 = 273 \ K$$

e solo parte del ghiaccio si scioglierà. Per ricavare QUANTO ghiaccio si scioglie basta imporre:

$$m_x \lambda_f = Q_1 - Q_2$$

Da cui:

$$m_x = \frac{Q_1 - Q_2}{\lambda_f} = 0.897 \ kg$$

Alla fine resterà:

$$m_{gh} = m_1 - m_x = 2.103 \ kg$$

$$m_{acq} = m_2 + m_x = 1.397 \ kg$$

ESERCIZIO

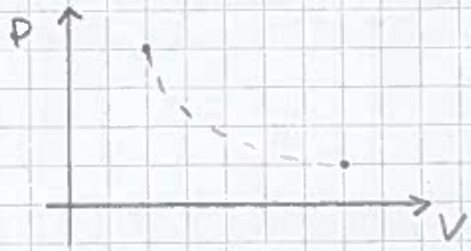
Un gas ideale è contenuto in un cilindro di sezione $S = 0.5\ m^2$ a pareti diatermiche. Il cilindro è posto in contatto con una sorgente a $c \to \infty$ e temperatura $T = 300\ K$. Il cilindro è chiuso da un pistone scorrevole, su cui è poggiato un peso $mg = 30\ N$, e il gas occupa un volume $V_1 = 10^{-2}\ m^3$. Si aggiunge un altro peso $mg = 30\ N$ e si porta a un volume $V_2 = 0.5 \times 10^{-2}\ m^3$. Trovare il lavoro subito dal gas. Come sarebbe cambiato il lavoro se, invece di aggiungere un unico pesetto, fossero stati appoggiati gradualmente tanti pesetti di massa dm per lo stesso peso totale?

$S = 0.5\ m^2$ $T = 300\ K$

$V_1 = 10^{-2}\ m^3$ $mg = 30N$

$V_2 = 0.5 \times 10^{-2}\ m^3$

Poiché il gas è tenuto in contatto con la sorgente a temperatura T abbiamo una COMPRESSIONE ISOTERMA che sarà irreversibile perché rapida (cioè il sistema passa attraverso stati di non equilibrio termico/meccanico). Nel piano P-V sarà rappresentata da:



in generale
$dL = pdV$

La pressione esterna a cui è sottoposto il gas sarà:

$$p_{ext} = \frac{2mg}{S}$$

Il lavoro sarà:

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = p_{ext} \int_{V_1}^{V_2} dV = p_{ext}(V_2 - V_1) =$$

$$= \frac{2mg}{S}(V_2 - V_1) = -0.6\ J$$

Il segno negativo indica che il lavoro è compiuto SUL sistema.

Se aggiungessi lentamente dei pesetti infinitesimi di massa dm la trasformazione diventerebbe REVERSIBILE, e quindi la pressione del gas sarebbe determinata in ogni istante come funzione di V secondo l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$PV = nRT$$

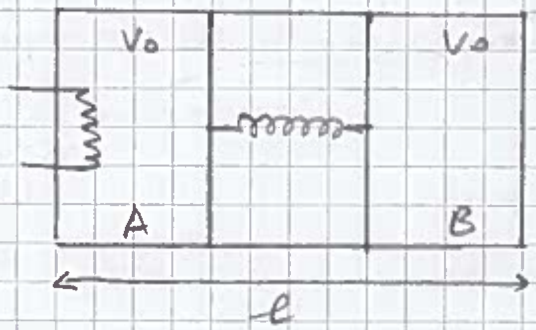
ma allora l'integrale sarebbe:

$$L' = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = \int_{V_1}^{V_2} nRT \frac{dV}{V} = nRT\left[\log(V_2) - \log(V_1)\right]$$

$$= nRT \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

ESERCIZIO

Un cilindro adiabatico lungo $l = 1.8\ m$ e di sezione $S = 10^{-2}\ m^2$ è diviso in tre parti da due setti adiabatici mobili collegati da una molla di costante elastica $K = 5 \times 10^3\ N/m$ e lunghezza a riposo $l_0 = 0.5\ m$. Sia in A ch in B sono contenuti $n = 0.2$ moli di gas ideale biatomico a temperatura T_0 e pressione p_0 e la lunghezza della moll in tali condizioni è $l_m = 0.4\ m$. Nella zona centrale, dove posta la molla, non c'è gas. Calcolare i valori di T_0 e p_0. Si riscalda elettricamente il gas in A molto lentamente finché la lunghezza della molla diventa $l'_m = 0.3\ m$: calco il volume e la temperatura del gas in A e B



$K = 5 \times 10^3\ N/m$
$l_0 = 0.5\ m$
$m = 0.2\ mol$

$\gamma = \frac{7}{5}$ biatomi

Poiché conosco la lunghezza del cilindro e quella della moll posso calcolare immediatamente V_0 (sono uguali tra A e B)

$$V_0 = \frac{1}{2} S (l - l_m) = 7 \times 10^{-3}\ m$$

La pressione invece sarà quella generata dalla forza elastic quindi avrò:

$$p_0 = \frac{F_{elast}}{S} = \frac{K \Delta l}{S} = \frac{K |l_m - l_0|}{S} = 5 \times 10^4\ Pa$$

Per ricavare T_0 posso sfruttare l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$T_0 = \frac{p_0 V_0}{mR} = 210.5\ K \quad (\text{essendo } R = 8.134\ J/mol\ K)$$

Quando il gas viene scaldato si espanderà e farà comprimere ulteriormente la molla, la pressione esercitata da essa sarà

$$p = \frac{K \Delta l'}{S} = \frac{K |l'_m - l_0|}{S} = 10^5\ Pa$$

Questa è la pressione di cui risentirà il gas in B, che lo farà comprimere: la trasformazione sarà adiabatica, visto che tali sono le pareti del cilindro. Possiamo allora usare l'equazione:

$$PV^{\gamma} = \text{costante} \quad \text{con} \quad \gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{7}{5} \quad \text{gas biatomico}$$

Avremo allora:

$$P_0 V_0^{\gamma} = PV^{\gamma} \longrightarrow V_B = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{5/7} V_0 = 4.27 \times 10^{-3}\ m$$

Possiamo ricavare il volume di A come differenza tra gli altri due volumi:

$$V_A = \underbrace{S\ell}_{\text{volume totale}} - \underbrace{V_B}_{\text{volume di B}} - \underbrace{\ell' m\, S}_{\text{volume molla}} = 10.73 \times 10^{-3}\ m^3$$

Le temperature dei due gas potranno essere ricavate dall'equazione di stato dei gas perfetti:

$$T_A = \frac{PV_A}{nR} = 645.3\ K$$

$$T_B = \frac{PV_B}{nR} = 256.8\ K$$