

FS110 Fisica 1 - CdL in Matematica

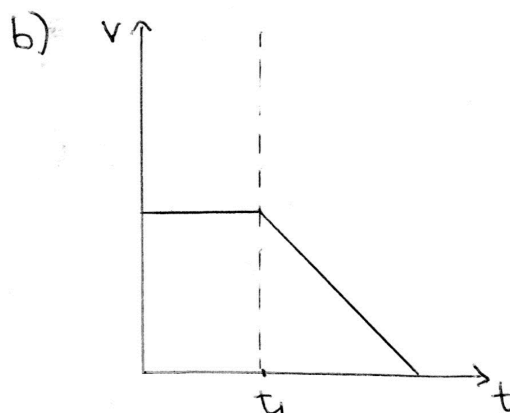
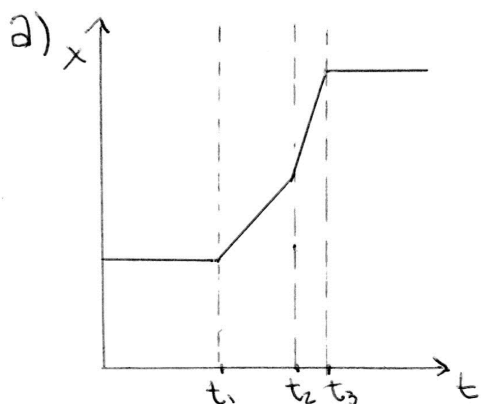
Tutorato 1

Docente: Paola Gallo;
Tutor: Matteo Romoli e Davide Zaccaria.

8 Marzo 2023

Esercizio 1

Dati i seguenti grafici della posizione in funzione del tempo e della velocità in funzione del tempo di un punto materiale che si muove di traiettoria rettilinea



- 1) Discutere per ogni intervallo di tempo di che moto si tratta sia per a) che per b).
- 2) Disegnare per a) il grafico della velocità in funzione del tempo e per b) il grafico della posizione in funzione del tempo.

Esercizio 2

Un punto si muove di traiettoria rettilinea partendo dall'istante $t = 0$ con equazione oraria

$$x(t) = At - \frac{B}{t + C}$$

- 1) Trovare le dimensioni fisiche dei coefficienti A , B , C .
- 2) Se nel S.I. i tre coefficienti hanno valore

$$A = 16; B = 40; C = 10.$$

determinare l'istante in cui il punto passa per l'origine e con quale velocità.

Esercizio 3

Un'automobile **A** parte da ferma dall'origine all'istante $t = 0$. Il pilota accelera per 6 s con accelerazione costante $a = 2,5 \frac{m}{s^2}$, e successivamente procede con velocità costante.

1) Scrivere l'equazione oraria di **A** e disegnare i grafici di posizione e velocità in funzione del tempo.

Un'altra automobile **B** parte all'istante $t = 0$ e si muove di moto rettilineo uniforme nella stessa direzione di **A**, e sappiamo che $V_B = 10 \frac{m}{s}$, e $x_B(6\text{ s}) = 75\text{ m}$.

2) Determinare l'istante in cui **A** e **B** si incontrano.

3) Come cambia invece l'istante in cui **A** e **B** si incontrano se il pilota dell'automobile **B** all'istante $t = 8\text{ s}$ decide di invertire il suo moto e procedere verso l'origine con velocità $-10 \frac{m}{s}$?

Esercizio 4

Una biglia che chiameremo biglia **1** viene lanciata verso l'alto con velocità iniziale $v_{0,1} = 5 \frac{m}{s}$ e raggiunge l'altezza massima h_{MAX} .

Determinare il ritardo con cui deve essere lanciata verso l'alto una seconda biglia **2** con velocità iniziale $v_{0,2} = v_{0,1}$ perchè le due biglie si incontrino all'altezza $\frac{h_{MAX}}{2}$.

Esercizio 5

Un camion si sta muovendo lungo una strada rettilinea alla velocità di $90,0 \frac{km}{h}$, quando, a $85,0\text{ m}$ di distanza vede una transenna che indica la chiusura della strada. L'autista del camion frena e il camion rallenta con una decelerazione di $3,80 \frac{m}{s^2}$. Determinare:

- 1) l'istante in cui il camion si ferma;
- 2) a quale distanza dalla transenna il camion riesce a fermarsi;
- 3) a quale distanza dalla transenna la velocità del camion è dimezzata.

Esercizio 6

In una gara di velocità sui $d = 100\text{ m}$ piani, due atleti arrivano al traguardo appaiati, entrambi con il tempo di $t_{tot} = 10,0\text{ s}$. Il moto dei due atleti si può approssimare come la somma di un moto uniformemente accelerato in un primo tratto più un moto rettilineo uniforme fino al traguardo. Il primo atleta accelera per $d_1 = 20\text{ m}$, mentre il secondo accelera per $d_2 = 15\text{ m}$. Determinare:

- 1) l'accelerazione dei due atleti;
- 2) le loro velocità al traguardo;
- 3) chi è primo dopo 50 m ;
- 4) chi avrebbe vinto se la gara fosse proseguita per altri 10 m .

Soluzioni

Esercizio 1

Il grafico a) rappresenta la posizione rispetto al tempo. Nell'intervallo di tempo tra l'origine (che chiameremo t_0) e t_1 , la posizione è costante, di conseguenza non c'è moto (caso "statico"). Tra t_1 e t_2 il grafico è una retta, che corrisponde al moto rettilineo uniforme la cui velocità è associata alla pendenza della retta. Tra t_2 e t_3 è sempre moto rettilineo uniforme, ma la pendenza della retta è maggiore e, dunque, il moto è caratterizzato da una velocità maggiore. Per $t > t_3$ siamo sempre nel caso statico. Il grafico della velocità sarà

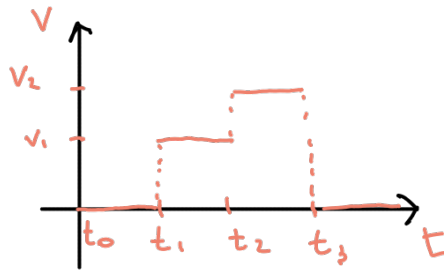
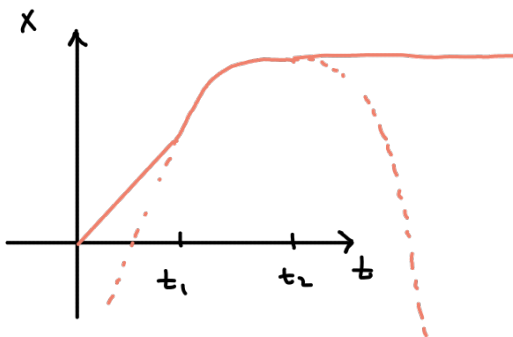


Grafico b): tra t_0 e t_1 v è costante, per cui il moto è rettilineo uniforme. Tra t_1 e t_2 la velocità decresce linearmente, quindi abbiamo un moto rettilineo uniformemente accelerato che è caratterizzato da accelerazione negativa. Per $t > t_2$ la velocità è nulla, quindi è il caso statico. Il grafico della posizione è



Dove la parte tratteggiata serve solo per far capire quale "pezzo" della parabola debba prendere

ESERCIZIO 2

1) Si sommano e si eguagliano cose con le stesse unità di misura!

$$x(t) = A \cdot t - \frac{B}{t + C}$$

$$x(t) = [L] \quad \text{Lunghezza}$$

$$t = [T] \quad \text{tempo}$$

$$\frac{ES.}{velocità} = \frac{[L]}{[T]}$$

Quindi $C = [T]$ poiché è sommato a t .

$$A \cdot t = [L] \Rightarrow A = \frac{[L]}{[T]} \Rightarrow A \text{ è una velocità}$$

$$\frac{B}{t+C} = [L] \Rightarrow B = [L] \cdot [T] \Rightarrow B \text{ si misura in m} \cdot \text{s}$$

$$2) x(t) = 16t - \frac{40}{t+10}$$

$$\bullet x(t) = 0 \Rightarrow 16t - \frac{40}{t+10} = 0$$

$$16t^2 + 160t - 40 = 0$$

$$2t^2 + 20t - 5 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{-10 + \sqrt{110}}{2} \sim 0.25 \text{ s}$$

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 10}}{2} \rightarrow \frac{-10 - \sqrt{110}}{2} < 0 \quad \text{La scartiamo perché il moto inizia a } t=0$$

$$\bullet v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 16 + \frac{40}{(t+10)^2} \Rightarrow v(0.25) \sim 16.4 \text{ m/s}$$

ESERCIZIO 3

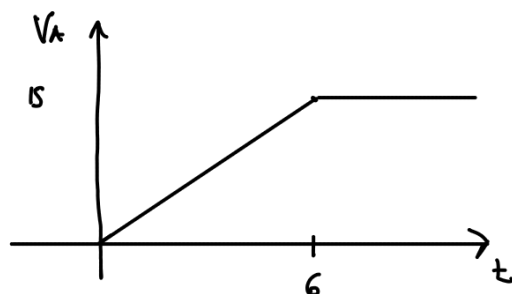
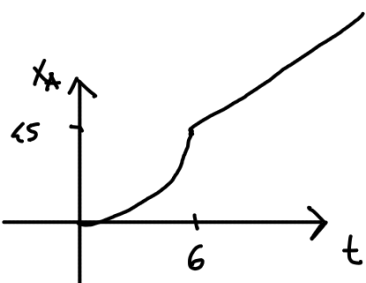
$$1) x_A = \begin{cases} \frac{1}{2} a t^2 & t \leq 6 \text{ s} \\ \bar{v}_A \cdot (t-6) + \bar{x}_A & t \geq 6 \text{ s} \end{cases}$$

$$v_A = \frac{dx_A}{dt} = \begin{cases} \frac{1}{2} a \cdot (2t) = at & t \leq 6 \text{ s} \\ \bar{v}_A & t \geq 6 \text{ s} \end{cases}$$

$$\text{Dove } \bar{v}_A = v_A(6 \text{ s})$$

$$\bar{x}_A = x_A(6 \text{ s}) = 45 \text{ m}$$

$$\text{Quindi } \bar{v}_A = 2.5 \cdot 6 = 15 \text{ m/s}$$



$$2) X_B(t) = X_{B0} + v_{B0} t$$

? 10 m/s

Troviamo X_{B0} sapendo che $X_B(6s) = 75 \text{ m}$.

$$X_{B0} = X_B(6) - v_{B0} \cdot 6 = 15 \text{ m}$$

$$X_A = X_B$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} a t^2 = X_{B0} + v_{B0} t & t \leq 6 \\ \bar{v}_A(t-6) + \bar{X}_A = X_{B0} + v_{B0} t & t \geq 6 \end{cases}$$

Eq 1

$$\frac{1}{2} a t^2 - v_{B0} t - X_{B0} = 0$$

$$t = \frac{v_{B0} \pm \sqrt{v_{B0}^2 + 2 X_{B0} \cdot a}}{a}$$

$$t_1 = \frac{10 - \sqrt{175}}{2.5} < 0$$

$$t_2 = \frac{10 + \sqrt{175}}{2.5} > 6$$

Non
accettabili

Eq 2

$$t = \frac{X_{B0} - \bar{X}_A + \bar{v}_A \cdot 6}{\bar{v}_A - v_{B0}} = \frac{15 - 45 + 90}{15 - 10} = 12 \text{ s} \quad \checkmark$$

ESERCIZIO 4

$$y_{B1} = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{B2} = v_0(t - t_0) - \frac{1}{2} g (t - t_0)^2$$

L'incontro può avvenire a $y = \frac{h_{MAX}}{2}$ solo quando la prima biglia scende.

$$h_{MAX} = \frac{v_0^2}{2g} \approx 1.27 \text{ m}$$

Cerchiamo t t.c. $y_{B1} = \frac{h_{MAX}}{2}$

$$\frac{h_{MAX}}{2} = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - g h_{MAX}}}{g} \rightarrow t_1 \approx 0.14 \text{ s}$$

$$\rightarrow t_2 \approx 0.87 \text{ s} \quad \leftarrow \text{Qui sta scendendo}$$

E dunque sostituiamo $y_{B2}(t_2) = \frac{h_{MAX}}{2}$

NB

Questo passaggio non è strettamente necessario. Infatti, potremmo scrivere

$$X_B(t) = X_B(6) + v_B(t-6)$$

È la stessa cosa, ma calcolare X_{B0} ci dà un'idea migliore della "situazione fisica".

$$\frac{h_{MAX}}{2} = v_0(t_2 - t_0) - \frac{1}{2}g(t_2 - t_0)^2$$

$$\frac{h_{MAX}}{2} = v_0 t_2 - v_0 t_0 - \frac{1}{2}g t_2^2 + g t_2 t_0 - \frac{1}{2}g t_0^2$$

TRANSITO t_0

$$\frac{1}{2}g t_0^2 + t_0(v_0 - g t_2) + \frac{1}{2}g t_2^2 - v_0 t_2 + \frac{h_{MAX}}{2} = 0$$

$$t_0 = \frac{g t_2 - v_0 \pm \sqrt{(v_0 - g t_2)^2 - 2g(\frac{1}{2}g t_2^2 - v_0 t_2 + \frac{h_{MAX}}{2})}}{g}$$

$$t_{0,1} = -0.05 \text{ s}$$

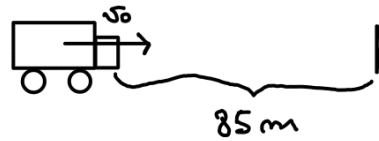
$$t_{0,2} = 0.66 \text{ s}$$

ESERCIZIO 5

$$v_0 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

$$a = -3.8 \text{ m/s}^2$$

$$d_0 = 85 \text{ m}$$



1) TEMPO PER FERMARSI.

Moto rettilinea unif. accelerata

$$\Delta v = a \Delta t$$

$$v_0 - v_f = a(t_0 - t_f)$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 25 m/s 0 m/s -3.8 m/s² 0 s ?

Dove ho messo $t_0 = 0$, i.e. il tempo parte quando il camion inizia a frenare.

$$t_f = -\frac{v_0}{a} = \frac{25}{3.8} = 6.5 \text{ s}$$

2) In 6.5 s il camion percorre

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 25 \cdot 6.5 - \frac{3.8(6.5)^2}{2} \approx 82.2 \text{ m}$$

Quindi

$$d_0 - s \approx 2.8 \text{ m}$$

NB CRAGIONATECI !)

Avremmo potuto scrivere tutto insieme prendendo la traversina come "origine".

$$d(t) = d - v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (*)$$

↓
Posizione
del camion
rispetto alla
traversina

↓
Posizione
iniziale del
camion

La velocità e l'accelerazione
cambiano segno perché il
camion si muove verso
la traversina

T
|



"
DISTANZA

CAMION TRAVERSINA

3) Cerchiamo il tempo impiegato a dimezzare la velocità

$$v(t) = v_0 + a \cdot t = \frac{v_0}{2} \Rightarrow \bar{t} = -\frac{v_0}{2a}$$

usando la formula (*)

$$d(\bar{t}) = d_0 - v_0 \bar{t} - \frac{1}{2} a \bar{t}^2 = d_0 + \frac{v_0^2}{2a} - \frac{v_0^2}{8a} = 85 - \frac{3 \cdot 25^2}{8 \cdot 3.8} = 23.3 \text{ m}$$

ESERCIZIO 6

$$d = 100 \text{ m}$$

$$t = 10.0 \text{ s}$$

$$d_1 = 20 \text{ m}$$

$$d_2 = 15 \text{ m}$$

• ATLETA 1

$$1) d(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} a_1 t^2 & 0 < t < \bar{t}_1 \\ \bar{v}_1 (t - \bar{t}_1) + d_1 & \bar{t}_1 < t < 10 \end{cases} \quad v(t) = \begin{cases} a_1 t & 0 < t < \bar{t}_1 \\ \bar{v}_1 & \bar{t}_1 < t < 10 \end{cases}$$

Dove

$$d(\bar{t}_1) = d_1 = 20 \text{ m}, \quad \bar{v}_1 = v_1(\bar{t}_1) \quad \text{e} \quad d(10) = 100 \text{ m}$$

$$d(\bar{t}_1) = d_1 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 \bar{t}_1^2 = d_1$$

$$\bar{v}_1 = v_1(\bar{t}_1) \Rightarrow \bar{v}_1 = a_1 \bar{t}_1$$

$$d(10) = 100 \Rightarrow \bar{v}_1 (10 - \bar{t}_1) + d_1 = 100$$

} SISTEMA

Sostituisco la II nella III

$$a_1 \bar{t}_1 (10 - \bar{t}_1) + d_1 = 100$$

Dalla prima scrivo $a_1 = \frac{2d_1}{\bar{t}_1^2}$ e sostituisco nella II

$$2d_1 \frac{(10 - \bar{t}_1)}{\bar{t}_1} = 100 - d_1$$

$$\bar{t}_1 (100 + d_1) = 20d_1 \Rightarrow \bar{t}_1 = \frac{20d_1}{100 + d_1} = \frac{400}{120} = 3.3 \text{ s}$$

$$a_1 = \frac{2d_1}{\bar{t}_1^2} = \frac{40}{(3.3)^2} = 3.6 \text{ m/s}^2$$

• ATLETA 2

Tutto identico, cambio solo $d_1 \Leftrightarrow d_2$

$$\bar{t}_2 = \frac{20d_2}{100 + d_2} = \frac{300}{115} = 2.6 \text{ s}$$

$$a_2 = \frac{2d_2}{t_2^2} = 4.4 \text{ m/s}^2$$

2) Le velocità sono $\bar{v}_1$ e $\bar{v}_2$.

$$\bar{v}_1 = a_1 \bar{t}_1 = 3.6 \cdot 3.3 \approx 12 \text{ m/s}$$

Le persone più veloci della storia!

$$\bar{v}_2 = a_2 \bar{t}_2 = 4.4 \cdot 2.6 \approx 15.84 \text{ m/s}$$

3) L'atleta 1 è primo dopo 50 m, poiché è costantemente più lento dell'atleta 2 e ci arriva insieme ai 100 m

4) Per lo stesso ragionamento, l'atleta 2 vincerebbe.