

FS110 Fisica 1 - CdL in Matematica

Tutorato 11

Docente: Paola Gallo;
Tutor: Matteo Romoli e Davide Zaccaria.

24 Maggio 2023

Esercizio 1

Un blocco di ghiaccio di massa m_1 alla temperatura $T_1 = -20^\circ\text{C}$ si trova all'interno di un contenitore adiabatico. Vengono immessi nel contenitore in maniera molto rapida un corpo solido avente massa $m_2 = 0.4$ kg, calore specifico $c = 380 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ e a temperatura $T_2 = 60^\circ\text{C}$, e una massa $m_3 = 0.8$ kg di acqua a temperatura $T_3 = 10^\circ\text{C}$. Si osserva che la temperatura di equilibrio è $T = -3^\circ\text{C}$. Calcolare il valore di m_1 .

Esercizio 2

Un pezzetto di ghiaccio di massa $m_1 = 30$ g a temperatura $T_1 = 258$ K viene immerso in 50 g di acqua a temperatura $T_2 = 333$ K. Considerando che il sistema si trova in un recipiente a pareti adiabatiche, si determini la temperatura di equilibrio.

Esercizio 3

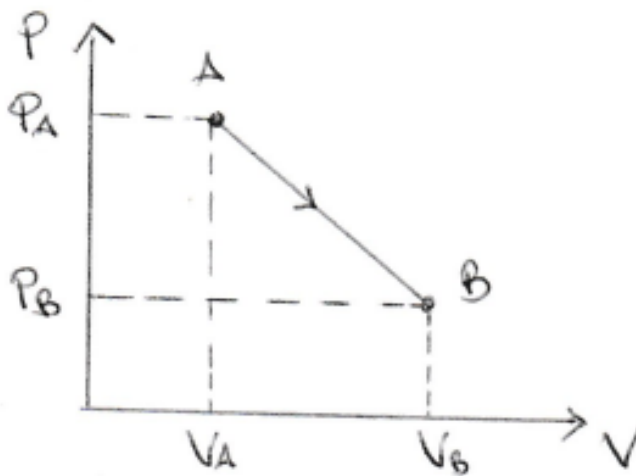
Una mole di gas ideale monoatomico compie un'espansione reversibile regolata dalla equazione

$$P(V - V_0) = -k,$$

con $V_0 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ e $k = 4.56 \text{ kJ}$, dallo stato iniziale ($V_1 = 10^{-2} \text{ m}^3$, $P_1 = 1.14 \text{ bar}$) allo stato finale ($V_2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$, $P_2 = 2 \text{ bar}$). Calcolare il calore e il lavoro scambiati.

Esercizio 4

n moli di gas ideale compiono la trasformazione riportata in figura dallo stato (P_A, V_A) allo stato (P_B, V_B) . Determinare se nella trasformazione c'è uno stato del gas in cui la temperatura è massima oppure se questa varia monotamente da A a B.

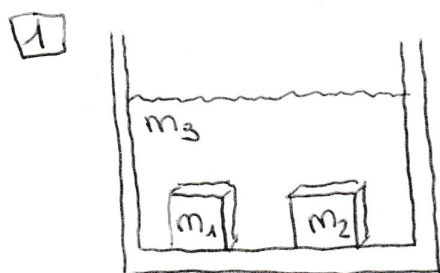


TUTORATO DEL 25/05/2021 - TERMODINAMICA I

- 1) UN BLOCCO DI GHIACCIO DI MASSA m_1 ALLA TEMPERATURA $T_1 = -20^\circ\text{C}$ SI TROVA ALL'INTERNO DI UN CONTENITORE ADIABATICO. MOLTO RAPIDAMENTE VENGONO IMMESSI NEL CONTENITORE UN CORPO SOLIDO DI MASSA $m_2 = 0,4\text{ Kg}$ E CALORE SPECIFICO $C_2 = 380\text{ J/Kg}\cdot\text{K}$ AVENTE TEMPERATURA $T_2 = 60^\circ\text{C}$ E UNA MASSA $m_3 = 0,8\text{ Kg}$ DI ACQUA A TEMPERATURA $T_3 = 10^\circ\text{C}$. SI OSSERVA CHE LA TEMPERATURA DI EQUILIBRIO È $T = -3^\circ\text{C}$. CALCOLARE IL VALORE DI m_1 .

- 2) UN PEZZETTO DI GHIACCIO DI MASSA $m_1 = 30\text{ g}$ A TEMP. $T_1 = 253\text{ K}$ VIENE IMMERSO IN $m_2 = 50\text{ g}$ DI ACQUA A TEMP. $T_2 = 333\text{ K}$. SE IL SISTEMA SI TROVA IN UN RECIPIENTE A PARETI ADIABATICHE, SI DETERMINI LA TEMP. DI EQUILIBRIO.

SOLUZIONI



m_1 è il blocco di ghiaccio con calore specifico

$$C_1 = 2051,5\text{ J/Kg}\cdot\text{K}$$

Il corpo m_2 invece ha calore specifico:

$$C_2 = 380\text{ J/Kg}\cdot\text{K}$$

L'acqua invece ha massa $m_3 = 0,8\text{ Kg}$ con calore specifico:

$$C_3 = 4186,8\text{ J/Kg}\cdot\text{K}$$

Riassumendo:

	$m(\text{kg})$	$C(\text{J/Kg}\cdot\text{K})$	$T(\text{K})$
1	?	2051,5	253
2	0,4	380	333
3	0,8	4186,8	283

La temperatura di equilibrio è $T_e = -3^\circ\text{C} = 270\text{K}$
 Quindi mi acquisto calore da m_2 e m_3 che si raffreddano.

$$Q_1 = -[Q_2 + Q_3]$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}$ $\underbrace{\hspace{1cm}}$
 CALORE ACQUISITO (segno più) CALORE CEDUTO (segno meno)

$$Q_{\text{ASS}} = -Q_{\text{CED}}$$

Calcoliamo i calori scambiati:

$$Q_1 = m_1 c_1 (T_e - T_1)$$

$$Q_2 = m_2 c_2 (T_e - T_2)$$

Per l'acqua va tenuto conto che, arrivata a 0°C cambia stato e diventa ghiaccio. Quindi:

$$Q_3 = \underbrace{m_3 c_3 (T_c - T_3)}_{\text{CALORE CEDUTO per arrivare a } 0^\circ\text{C}} + \underbrace{m_3 \lambda}_{\text{CALORE CEDUTO per passaggio di stato}} + \underbrace{m_3 c_i (T_e - T_c)}_{\text{CALORE CEDUTO per arrivare a } T_e \text{ dopo che l'acqua è ghiacciata.}}$$

dove T_c è la Temp. di congelamento dell'acqua e λ è il calore latente di fusione (o solidificazione)

$$T_c = 273\text{K}$$

$$T_e = 270\text{K}$$

$$\lambda = 3,33 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

Allora, mettendo insieme le precedenti:

$$m_1 c_1 (T_e - T_1) = -[m_2 c_2 (T_e - T_2) + m_3 c_3 (T_e - T_3) + m_3 \lambda + m_3 c_i (T_e - T_c)]$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 \Delta T_1 = -[m_2 c_2 \Delta T_2 + m_3 c_3 \Delta T_3 + m_3 \lambda + m_3 c_i \Delta T_c]$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{-1}{c_1 \Delta T_1} [m_2 c_2 \Delta T_2 + m_3 c_3 \Delta T_3 + m_3 \lambda + m_3 c_i \Delta T_c] \approx 9,3 \text{ Kg} \blacksquare$$

$$\Delta T_1 = 17\text{K}$$

$$\Delta T_2 = -63\text{K}$$

$$\Delta T_3 = -13\text{K}$$

$$\Delta T_c = -3\text{K}$$

[2] Per portare il ghiaccio dalla temperatura T_1 al punto di fusione (273 K) e' acqua cede calore:

$$Q_1 = m_1 c_1 (T_0 - T_1)$$

dove c_1 è il calore specifico del ghiaccio.

Inoltre, per fondere il ghiaccio è necessario fornire il calore latente

$$Q_2 = m_1 \lambda_1$$

dove λ_1 è il calore latente di fusione del ghiaccio.

L'acqua può cedere al massimo, portandosi da T_2 a T_0 :

$$Q_3 = m_2 c_2 (T_0 - T_2)$$

dove c_2 è il calore specifico dell'acqua.

Quindi $Q_3 < 0$; $Q_1, Q_2 > 0$
 CALORE CEDUTO CALORE ACQUISITO

Se $|Q_3| > |Q_1| + |Q_2|$ tutto il ghiaccio fonde e $T_e > T_0$, altrimenti il

sistema raggiunge l'equilibrio a T_0 e solo una parte di ghiaccio fonde. Potrebbe anche succedere che l'acqua solidifichi tutta o in parte.

Calcoliamo i calori:

$$Q_1 = 0,03 \cdot 2051,5 \cdot (273 - 258) \approx 923 \text{ J}$$

$$Q_2 = 0,03 \cdot 3,33 \cdot 10^5 = 9990 \text{ J}$$

$$Q_3 = 0,05 \cdot 4186,8 \cdot (273 - 333) \approx -12560 \text{ J}$$

$$\Rightarrow |Q_3| > |Q_1| + |Q_2| \quad [12560 > 10913]$$

Quindi avremo che, per la T_e :

$$Q_{\text{ASS}} = -Q_{\text{CED}}$$

$$m_1 c_1 (T_0 - T_1) + m_1 \lambda + m_1 c_2 (T_e - T_0) = -m_2 c_2 (T_e - T_2)$$

GHACCIO CHE ACQUISTA CALORE

GHACCIO CHE FONDE

GHACCIO FUSO (ACQUA) CHE ACQUISTA CALORE

ACQUA PIÙ CALDA CHE CEDE CALORE

$$\Rightarrow T_e(m_1C_2 + m_2C_2) = -m_1C_1(T_0 - T_1) - m_1\lambda + m_1C_2T_0 + m_2C_2T_2$$

$$\Rightarrow T_e = \frac{-m_1C_1(T_0 - T_1) - m_1\lambda + m_1C_2T_0 + m_2C_2T_2}{m_1C_2 + m_2C_2} \approx 277,9 \text{ K} = 4,9$$

°C

- 1] UNA MOLE DI GAS IDEALE MONOATOMICO COMPIE UN'ESPANSIONE REVERSIBILE REGOLATA DALLA EQUAZIONE:

$$P(V - V_0) = -K \quad \text{CON} \quad V_0 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$K = 4,56 \text{ KJ}$$

DALLO STATO INIZIALE:

$$V_1 = 10^{-2} \text{ m}^3 \quad P_1 = 1,16 \text{ bar}$$

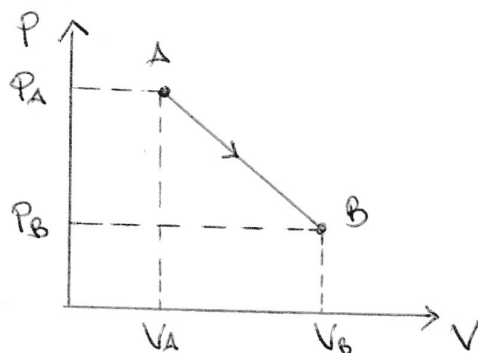
ALLO STATO FINALE:

$$V_2 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \quad P_2 = ?$$

CALCOLARE IL CALORE E IL LAVORO SCAMBIATI.

- 2] n MOL DI GAS IDEALE COMPIONO LA TRASFORMAZIONE RIPORTATA IN FIGURA DALLO STATO P_A, V_A ALLO STATO P_B, V_B ($V_B > V_A$, $P_B < P_A$).

DETERMINARE SE NELLA TRASFORMAZIONE C'È UNO STATO DEL GAS IN CUI LA TEMPERATURA È MASSIMA OPPURE SE QUESTA VARIA MONOTONAMENTE DA A a B



SOLUZIONI

1] Grazie al fatto che la trasformazione è REVERSIBILE possiamo applicare la definizione di Lavoro:

$$L = \int_{V_i}^{V_f} p(V) dV$$

In ogni istante gli stati attraversati dal sistema sono ben definiti.

Avremo che:

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{K}{V - V_0} dV = -K \left[\ln |V - V_0| \right]_{V_1}^{V_2} = -K \ln \frac{V_2 - V_0}{V_1 - V_0} \approx 6,32 \text{ KJ}$$

Per il 1° principio della Termodinamica:

$$\Delta U = Q - L \Rightarrow Q = L + \Delta U$$

Quindi ora calcoliamo ΔU :

$\Delta U = nc\Delta T$ per trovare ΔT usiamo l'equazione di stato dei gas perfetti.

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR}; \quad T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} \quad \text{quindi:}$$

$$\Delta U = nc(T_2 - T_1) = nc \left(\frac{p_2 V_2}{nR} - \frac{p_1 V_1}{nR} \right) = nc \left(-\frac{K}{V_2 - V_0} \cdot \frac{V_2}{nR} - \frac{p_1 V_1}{nR} \right) \approx 26,19 \text{ KJ}$$

Alla fine:

$$Q = L + \Delta U \approx 32,51 \text{ KJ}$$

Notiamo che:

$L > 0$: il lavoro è compiuto DAL gas

$Q > 0$: il calore è scambiato col gas ■

[2] L'equazione di stato è una retta:

$$p(V) = \alpha V + \beta$$

$$\begin{cases} p_A = \alpha V_A + \beta \\ p_B = \alpha V_B + \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_A - p_B = \alpha (V_A - V_B) \\ p_A + p_B = \alpha (V_A + V_B) + 2\beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{p_A - p_B}{V_A - V_B} < 0 \quad \beta = \frac{p_A + p_B}{2} - \frac{\alpha (V_A + V_B)}{2} =$$

$$= \frac{(p_A + p_B)(V_A - V_B) - (p_A - p_B)(V_A + V_B)}{2(V_A - V_B)} = \frac{p_A V_A - p_A V_B + p_B V_A - p_B V_B}{2(V_A - V_B)} +$$

$$- \frac{p_A V_A + p_A V_B - p_B V_A - p_B V_B}{2(V_A - V_B)} = \frac{-2p_A V_B + 2p_B V_A}{2(V_A - V_B)} = \frac{p_B V_A - p_A V_B}{V_A - V_B}$$

Dato che il gas è ideale vale la legge dei gas perfetti:

$$pV = nRT \Rightarrow T(V) = \frac{pV}{nR} = \frac{p(V)V}{nR} = \frac{(\alpha V + \beta)V}{nR} = \frac{\alpha V^2 + \beta V}{nR}$$

cerchiamo i punti stazionari calcolando la derivata:

$$\frac{\partial T}{\partial V} = 2\alpha V + \beta \Rightarrow 2\alpha V^* + \beta = 0 \Rightarrow V^* = -\frac{\beta}{2\alpha}$$

$$\text{quindi } p^* = p(V^*) = \alpha V^* + \beta = +\frac{\beta}{2}$$

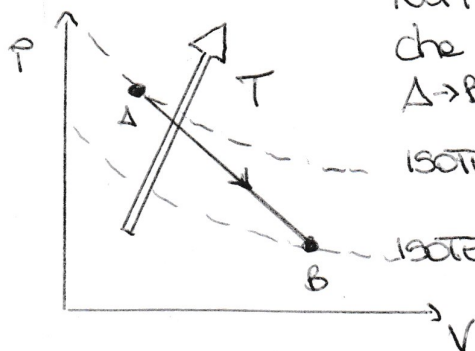
e per la temperatura abbiamo:

$$T^* = T(V^*) = \frac{\alpha V^{*2} + \beta V^*}{nR} = \frac{1}{nR} \left(\frac{\beta^2}{4\alpha} - \frac{\beta^2}{2\alpha} \right) = -\frac{1}{nR} \left(\frac{\beta^2}{4\alpha} \right) > 0 \quad \text{poiché } \alpha < 0$$

la derivata seconda è:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial V^2} \Big|_{V^*} = 2\alpha < 0 \quad (\text{concavità } \curvearrowright) \Rightarrow \text{punto di massimo per}$$

Non è detto che $\forall T^*$, valga che (p^*, V^*) sia in mezzo ad $A \rightarrow B$.



ISOTERMA PASSANTE per A

ISOTERMA PASSANTE per B