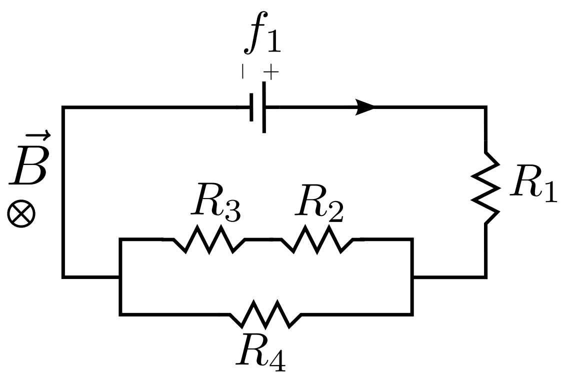
Tutorato Fisica 2

Foglio di Esercizi n. 9

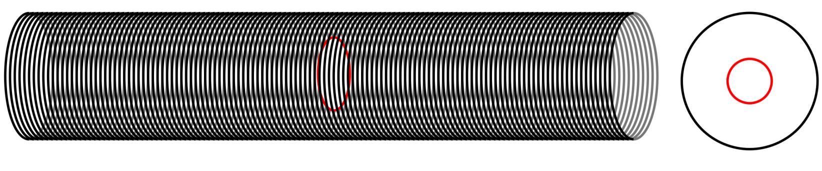
Esercizio 1

Nel circuito disegnato in figura, avente superficie S, è presente un campo magnetico $B = B_0 t$ diretto perpendicolarmente ed entrante al piano del circuito. Conoscendo i valori delle 4 resistenze e della differenza di potenziale f_P calcolare la potenza dissipata dalla resistenza R_3.



Esercizio 2

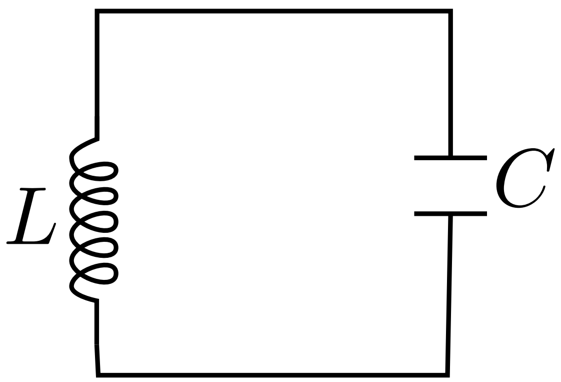
Un solenoide di lunghezza L formato da N spire di raggio r è percorso da una corrente $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$. All'interno del solenoide si trova una spira circolare di raggio $a < r$ e resistenza R coassiale con il solenoide (vedi figura). Calcolare la forza per unità di lunghezza esercitata sulla spira. Se il periodo di oscillazione della corrente è T calcolare l'energia dissipata in un'ora.



Esercizio 3

Un condensatore di capacità $C = 1\mu F$ caricato con una differenza di potenziale $V_0 = 10$ viene staccato dal generatore e collegato ad un solenoide di induttanza $L = 1\mu H$ attaverso un circuito con resistenza trascurabile. Determinare il campo B al interno del solenoide all'istante $t^* = 1.57\mu s$. Sapendo che il solenoide ha $n = 1000$ spire ed ha un raggio r piccolo rispetto alla lunghezza.

$[B(t^*) = 1.26 \cdot 10^{-2}$ T]

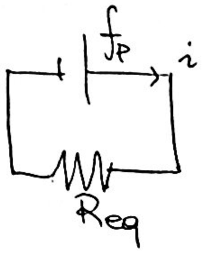


SOLUZIONE 1

$$f_i = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\left(B_0\, t\, S\right) = -B_0 S$$

$$\Rightarrow f_{TOT} = f_p + f_i = f_p - B_0 S$$

RISCRIVIAMO IL CIRCUITO COME



CON $i = \dfrac{f_{TOT}}{R_{eq}}$

$$R_{eq} = \left((R_3+R_2)^{-1} + R_4^{-1} \right)^{-1} + R_1 =$$

$$= \left(\frac{R_4+R_3+R_2}{R_4R_3+R_4R_2} \right)^{-1} + R_1 = \frac{R_4(R_3+R_2)+R_1(R_2+R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4}$$

$$\begin{cases} i = i_1 + i_2 \\ i_1(R_2+R_3) = \overbrace{(i - i_1)}^{i_2} R_4 \end{cases} \Rightarrow i_1(R_2+R_3+R_4) = i R_4$$

$$i_1 = i \frac{R_4}{R_2+R_3+R_4}$$

$$P(R_3) = R_3 i_1^2 = R_3 \left(\frac{f_{TOT}}{R_{eq}} \right)^2 \left(\frac{R_4}{R_2+R_3+R_4} \right)^2 =$$

$$= R_3 \frac{(f_p - B_0 S)^2 \cancel{(R_2+R_3+R_4)^2}}{\left[R_4(R_3+R_2)+R_1(R_2+R_3+R_4)\right]^2} \cdot \frac{R_4^2}{\cancel{(R_2+R_3+R_4)^2}} =$$

$$= \frac{R_3 R_4^2 (f_p - B_0 S)^2}{\left[R_4(R_3+R_2)+R_1(R_2+R_3+R_4)\right]^2}$$

SOLUZIONE 2

$$\vec{F} = i\,\vec{\ell} \times \vec{B} \quad ; \quad \vec{\ell} \perp \vec{B} \Rightarrow \quad F = i\,\ell B$$

DOBBIAMO CALCOLARE $\frac{F}{\ell} = iB$

IL CAMPO $\vec{B}$ DEL SOLENOIDE È DIRETTO LUNGO L'ASSE E VALE

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 \frac{N}{L} I_0 \sin(\omega t)$$

SULLA SPIRA PICCOLA:

$$\phi(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B\,dS = B\pi a^2 = \pi a^2 \mu_0 \frac{N}{L} I_0 \sin(\omega t)$$

$$f_i = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -\pi a^2 \mu_0 \frac{N}{L} I_0\,\omega \cos(\omega t)$$

$$i = \frac{f_i}{R} = \frac{-\pi a^2 \mu_0 N}{LR} I_0\,\omega \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \frac{F}{\ell} = iB = \frac{\pi a^2}{R}\left(\mu_0 \frac{N}{L} I_0\right)^2 \omega \sin(\omega t)\cos(\omega t)$$

PER L'ENERGIA DISSIPATA IN UN'ORA:

$$E = \int_t P\,dt = \overline{P}\,1h = \overline{P}\,3600\,s$$

LA POTENZA SARÀ

$$\overline{P} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{f_i^2}{R}\,dt = \left(\frac{\pi a^2 \mu_0 I_0 \omega N}{L}\right)^2 \cdot \frac{1}{RT}\int_0^T \cos^2(\omega t)\,dt$$

$$\overset{\omega = \frac{2\pi}{T}}{=} \left(\frac{\pi a^2 \mu_0 N I_0}{L} \cdot \frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{1}{RT} \cdot \frac{T}{2} = \left(\frac{\pi a^2 \mu_0 N I_0\, 2\pi}{LT}\right)^2 \cdot \frac{1}{2R}$$

SOLUZIONE 3

L'EQ. DEL CIRCUITO LC È

$$-L\frac{di}{dt} - q/C = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$$

LA SOLUZIONE È $q(t) = q_0 \cos \omega t$, $\begin{cases} \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ q_0 = CV_0 \end{cases}$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = q_0 \omega \sin \omega t$$

IL CAMPO MAGNETICO SI OTTIENE TRASCURANDO LE DIMENSIONI LONGITUDINALI DEL SOLENOIDE

$$B = \mu_0 n\, i(t)$$

NUMERICAMENTE A $t = t^*$

$$B = \mu_0 C V_0 \sqrt{\frac{1}{LC}} \sin\left\{\frac{t^*}{\sqrt{LC}}\right\} n =$$

$$= 4\pi\, 10^{-7}\, 10^{-6}\, \frac{10}{\sqrt{10^{-6}\, 10^{-6}}} \sin\left\{\frac{1.57\, 10^{-6}}{\sqrt{10^{-6} \cdot 10^{-6}}}\right\} \times 10^3 =$$

$$= 1.26 \times 10^{-2}\ T$$