

# Tutorato Fisica 2

Foglio di Esercizi n.8

## Esercizio 1

Un protone ( $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C,  $m = 1.76 \cdot 10^{-27}$  kg) con una velocità iniziale  $\vec{v} = 5 \cdot 10^6$  m/s  $\hat{x} + 3 \cdot 10^6$  m/s  $\hat{y}$  entra in una zona dove vi è un campo magnetico uniforme  $\vec{B} = 0.3$  T  $\hat{x}$ .

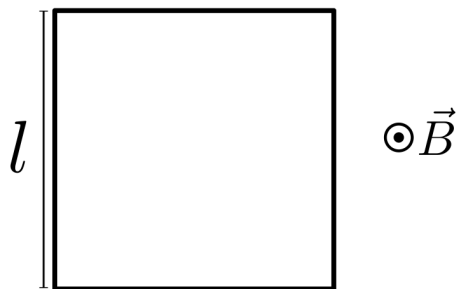
Determinare il passo  $P$  dell'elica lungo cui si muoverà il protone.

$$[P = 1.09 \text{ m}]$$

## Esercizio 2

Una bobina composta da  $N = 200$  spire ha una resistenza totale di  $R = 2 \Omega$ . Ogni spira è un quadrato di lato  $l = 18$  cm. Si accende un campo  $\vec{B}$  uniforme e perpendicolare al piano della bobina. Se il campo varia uniformemente nel tempo da 0 a 0.5 T in 0.8 s, si calcoli la  $fem$  indotta nella bobina e l'intensità della corrente durante la variazione di  $\vec{B}$ .

$$[fem = 4.05 \text{ V}, i = 2.03 \text{ A}]$$



## Esercizio 3

Una spira circolare di raggio  $a = 4$  cm è immersa in un campo magnetico  $\vec{B}$ , normale al piano, che varia secondo la legge  $B(t) = B_0(1 - e^{-t/\tau})$  con  $B_0 = 0.1$  T e  $\tau = 1$  ms. La spira ha una resistenza per unità di lunghezza pari a  $\lambda = 0.5 \Omega/\text{m}$ . Determinare (trascurando l'induttanza della spira):

- La corrente massima  $i_{\text{MAX}}$  generata nella spira.
- L'energia totale  $E$  dissipata nella spira.

$$[i_{\text{MAX}} = 4 \text{ A}, E = 1 \text{ mJ}]$$

### Esercizio 4

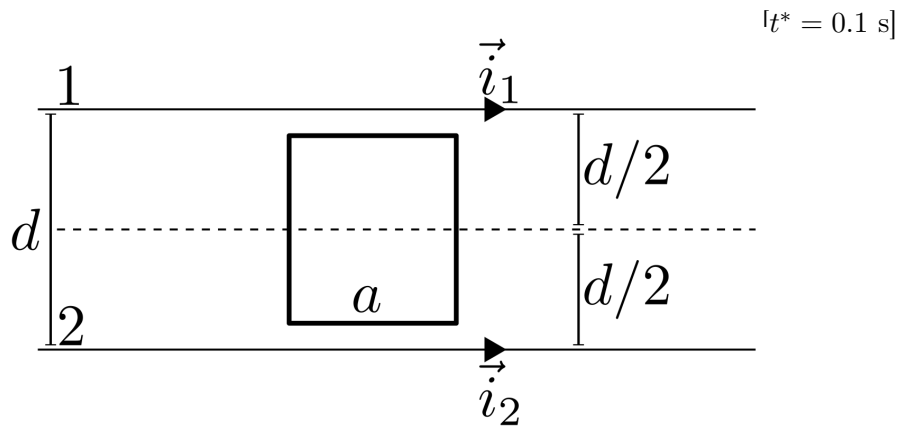
Due fili 1 e 2, rettilinei ed infiniti, sono disposti parallelamente ad una distanza  $d$  l'uno dall'altro. Tali fili sono percorsi, nello stesso verso, dalle correnti:

$$i_1(t) = \beta t^2 - \gamma t$$

$$i_2(t) = \delta t^2$$

con  $\beta = 5 \cdot 10^{-2} \text{ A/s}^2$ ,  $\gamma = 10^{-2} \text{ A/s}$  e  $\delta = 10^{-3} \text{ A/s}^2$ . Una spira quadrata di lato  $a$  giace nel piano dei due fili. Due dei suoi lati sono paralleli ai fili mentre il centro della spira è equidistante dai due fili stessi. Determinare:

- Il flusso del campo magnetico  $\vec{B}$  generato dai due fili attraverso la spira ad un generico istante  $t$ .
- L'istante  $t^*$  in cui la  $fem$  indotta nella spira è nulla.



## Soluzione Es. 1

Il protone sarà sottoposto alla sola forza di Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q(v_{\parallel}\hat{x} + v_{\perp}\hat{y}) \times B_0\hat{x} = qv_{\perp}B_0\hat{z}$$

quindi solo la componente della velocità  $v_{\perp}$  perpendicolare a  $\vec{B}$  viene influenzata dal campo e causerà un moto circolare uniforme nel piano ortogonale a  $\vec{B}$ . Il moto del protone nella direzione parallela al campo sarà rettilineo e uniforme con velocità  $v_{\parallel}$ .

Uguagliando il modulo della forza di Lorentz a quello della forza centripeta che agisce sul protone si ricava il raggio del moto circolare e dunque dell'elica:

$$\frac{mv_{\perp}^2}{R} = qv_{\perp}B_0 \quad \longrightarrow \quad R = \frac{mv_{\perp}}{qB_0}.$$

Il periodo del moto circolare sarà quindi:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi}{v_{\perp}} \frac{mv_{\perp}}{qB_0} = \frac{2\pi m}{qB_0} \approx 2.19 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

da cui si può ricavare il passo  $P$  dell'elica corrispondente alla distanza percorsa dal protone nella direzione parallela a  $\vec{B}$  in un tempo  $T$

$$P = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \frac{2\pi m}{qB_0} \approx 1.09 \text{ m}$$

SOLUZIONE Es. 2

(3)

IL CAMPO  $\vec{B}$  VARIA UNIFORMEMENTE

$$\begin{cases} \vec{B}(t) = B_0 + \alpha t \\ B(0) = 0 \implies B_0 = 0 \\ B(0.8) = 0.5 \implies \alpha \cdot 0.8 = 0.5 \implies \alpha \approx 0.63 \text{ T/s} \end{cases}$$

$$B(t) = \alpha t$$

Scegliamo  $\hat{n}$   $\perp$  alla spirale  
e di verso opposto a  $\vec{B}$ 

$$f_i = - \frac{d}{dt} \Phi_{\Sigma}(\vec{B})$$

$$\Phi_{\Sigma}(\vec{B}) = N \int_{\Sigma} d\vec{S} \cdot \vec{B}(t) = N \alpha t l^2$$

$$\frac{d}{dt} \Phi_{\Sigma}(\vec{B}) = + N \alpha l^2 \implies f_i = + N \alpha l^2 = + 4.05 \text{ V}$$

$$f_i = R i \implies i = \frac{f_i}{R} = 2.03 \text{ A}$$

### SOLUZIONE Es. 3

①

ESSENDO:

$$f_i = - \frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = Ri \quad ; \quad R = 2\pi a \lambda$$

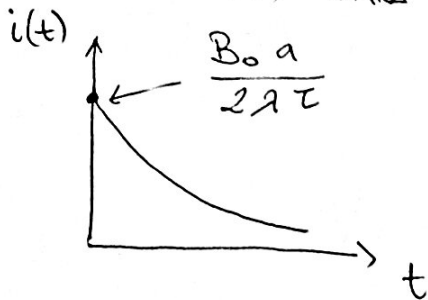
SCEGUAMO  $\hat{n}$  PERPENDICOLARE ALLA SPIRA, DI VERSO OPPOSTO A  $\vec{B}$

$$\phi(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S -B dS = -\pi a^2 B$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(\vec{B})}{dt} &= -\pi a^2 \frac{d}{dt} [B_0(1 - e^{-t/\tau})] = -\pi a^2 B_0 \left( \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \right) = \\ &= -\frac{\pi a^2 B_0}{\tau} e^{-t/\tau} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow i = \frac{\pi a^2 B_0}{\tau} e^{-t/\tau} \cdot \frac{1}{2\pi a \lambda} = \frac{B_0 a}{2\lambda \tau} e^{-t/\tau}$$

L'ANDAMENTO DI  $i(t)$  SARA'



DUNQUE  $i$  È MASSIMA PER  $t=0$

$$i_{\max} = \frac{B_0 a}{2\lambda \tau} = 4 \text{ A}$$

LA POTENZA DISSIPATA

$$P = f_i i = \frac{\pi a^2 B_0}{\tau} e^{-t/\tau} \cdot \frac{B_0 a}{2\lambda \tau} e^{-t/\tau} = \frac{B_0^2 \pi a^3}{2\lambda \tau^2} e^{-2t/\tau}$$

L'ENERGIA TOTALE DISSIPATA È:

$$E = \int_0^{\infty} P dt = \frac{B_0^2 \pi a^3}{2\lambda \tau^2} \int_0^{\infty} e^{-2t/\tau} dt = \frac{B_0^2 \pi a^3}{4\lambda \tau} = 1 \text{ mJ}$$

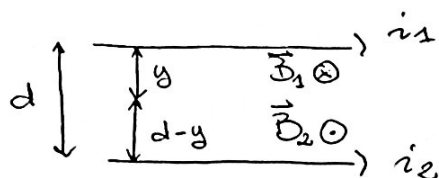
# SOLUZIONE Es. 4

(5)

VALUTIAMO IL CAMPO  $\vec{B}$  PRODOTTO DAI DUE FILI

$$B_1(t) = \frac{\mu_0 i_1(t)}{2\pi y} \Rightarrow \vec{B}_1(t) \text{ PERPENDICOLARE AL FOGLIO, VERSO ENTRANTE}$$

$$B_2(t) = \frac{\mu_0 i_2(t)}{2\pi (d-y)} \Rightarrow \vec{B}_2(t) \text{ PERPENDICOLARE AL FOGLIO, VERSO USCENTE}$$



SIA  $\hat{n}$  IL VETTORE PERPENDICOLARE ALLA SPIRA, PRESO USCENTE DAL FOGLIO

$$\vec{B}(t) = -B_1(t) \hat{n} + B_2(t) \hat{n} = \left[ -\frac{\mu_0 i_1(t)}{2\pi y} + \frac{\mu_0 i_2(t)}{2\pi (d-y)} \right] \hat{n} =$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{i_2(t)}{d-y} - \frac{i_1(t)}{y} \right) \hat{n}$$

$$\Rightarrow \phi(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{\frac{d}{2}-\frac{a}{2}}^{\frac{d}{2}+\frac{a}{2}} \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{i_2(t)}{d-y} - \frac{i_1(t)}{y} \right) a dy =$$

$$= \frac{\mu_0 a}{2\pi} \int_{\frac{d}{2}-\frac{a}{2}}^{\frac{d}{2}+\frac{a}{2}} \left( \frac{i_2(t)}{d-y} - \frac{i_1(t)}{y} \right) dy = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \left[ -i_2(t) \ln(d-y) - i_1(t) \ln y \right]_{\frac{d}{2}-\frac{a}{2}}^{\frac{d}{2}+\frac{a}{2}}$$

$$= -\frac{\mu_0 a}{2\pi} \left[ i_2(t) \left( \ln\left(d - \frac{d}{2} - \frac{a}{2}\right) - \ln\left(d - \frac{d}{2} + \frac{a}{2}\right) \right) + i_1(t) \left( \ln\left(\frac{d}{2} + \frac{a}{2}\right) - \ln\left(\frac{d}{2} - \frac{a}{2}\right) \right) \right]$$

$$= -\frac{\mu_0 a}{2\pi} \left[ i_2(t) \left( \ln\left(\frac{\frac{d}{2} - \frac{a}{2}}{\frac{d}{2} + \frac{a}{2}}\right) \right) + i_1(t) \left( \ln\left(\frac{\frac{d}{2} + \frac{a}{2}}{\frac{d}{2} - \frac{a}{2}}\right) \right) \right] =$$

$$= +\frac{\mu_0 a}{2\pi} \left[ i_2(t) - i_1(t) \right] \ln\left(\frac{d+a}{d-a}\right)$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d-a}\right) \frac{d}{dt} [\delta t^2 - \beta t^2 + \gamma t] =$$

$$= \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d-a}\right) (2\beta t - 2\delta t - \gamma)$$

6

$\Rightarrow \dot{d}_i = 0$  PER

$2\beta t^* - 2\delta t^* - \gamma = 0$

$\Rightarrow t^* = \frac{\gamma}{2\beta - 2\delta} = \underline{\hspace{2cm}} \quad 0.1 \text{ s}$