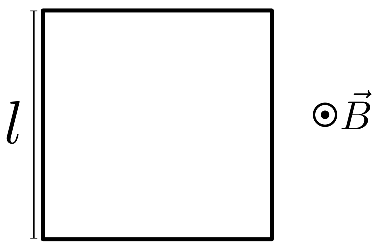
Tutorato Fisica 2
Foglio di Esercizi n. 8

Esercizio 1

Una bobina composta di $N = 200$ spire ha una resistenza totale di $R = 2\ \Omega$. Ogni spira è un quadrato di lato l18 cm. Si accende un campo $\vec{B}$ uniforme, perpendicolare al piano della bobina. Se il campo varia uniformemente nel tempo da 0 a 0.5 T in 0.8 s si calcoli la fem indotta nella bobina e lìintensità della corrente durante la variazione di $\vec{B}$

[$fem = 4.05$ V, $i = 2.03$ A]

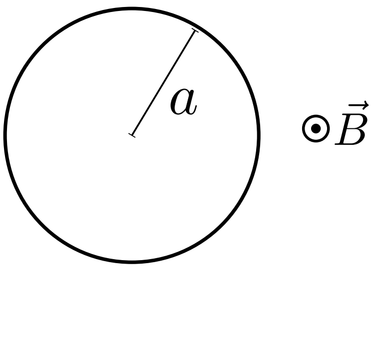


Esercizio 2

Una spira circolare di raggio $a = 4$ cmè immersa in un campo magnetico $\vec{B}$, normale al piano, che varia secondo la legge $B(t) = B_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ con $B_0 = 0.1$ T e $\tau = 1$ ms. La spira ha una resistenza per unità di lunghezza pari a $\lambda = 0.5\ \Omega$/m. Determinare (Trascurando l'induttanza della spira):

- La corrente massima generata nella spira.
- l'energia totale dissipata nella spira.

[$i_{MAX} = 4$ A, $E = 1$ mJ]



Esercizio 3

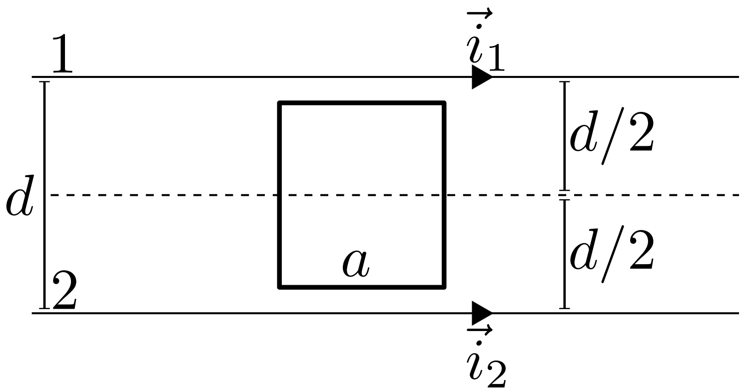
Due fili 1 e 2, rettilinei ed infiniti, sono disposti parallelamente ad una distanza d l'uno dall'altro. Tali fili sono percorsi, nello stesso verso, dalle correnti :

$$i(t) = \beta t^2 - \gamma t$$

$$i(t) = \delta t^2$$

con $\beta = 5 \cdot 10^{-2}$ A/s^2, $\gamma = 10^{-2}$ A/s, $\delta = 10^{-3}$ A/s^2. Una spira quadrata di lato a giace nel piano dei due fili. Due dei suoi lati sono paralleli ai fili mentre il centro della spira è equidistante dai due fili stessi, determinare:

- Il flusso atraverso la spira del campo magnetico $\vec{B}$ generato dai due fili ad un generico istante t.
- L'istante t^* in cui la fem indotta nella spira è nulla.



SOLUZIONE 1

IL CAMPO $\vec{B}$ VARIA UNIFORMEMENTE

$$\begin{cases} B(t) = B_0 + \alpha t \\ B(0) = 0 \implies B_0 = 0 \\ B(0.8) = 0.5 \implies \alpha\, 0.8 = 0.5 \implies \alpha \simeq 0.63\ T/s \end{cases}$$

$B(t) = \alpha t$

Scegliamo $\hat{n} \perp$ alla spira e di verso opposto a $\vec{B}$

$$f_i = -\frac{d}{dt}\Phi_\Sigma(\vec{B})$$

$$\Phi_\Sigma(\vec{B}) = N \int_\Sigma d\vec{S}\, \vec{B}(t) = -N\alpha t\, \ell^2$$

$$\frac{d}{dt}\Phi_\Sigma(\vec{B}) = +N\alpha \ell^2 \implies f_i = +N\alpha \ell^2 = +4.05V$$

$$f_i = Ri \implies i = \frac{f_i}{R} = 2.03\ A$$

SOLUZIONE 2

ESSENDO:

$$f_i = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = Ri \quad ; \quad R = 2\pi a \lambda$$

SCEGLIAMO $\hat{n}$ PERPENDICOLARE ALLA SPIRA, DI VERSO OPPOSTO A $\vec{B}$

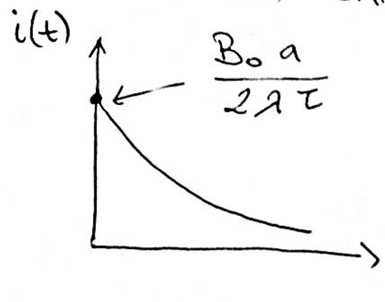
$$\phi(\vec{B}) = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_S -B\,dS = -\pi a^2 B$$

$$\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -\pi a^2 \frac{d}{dt}\left[B_0(1-e^{-t/\tau})\right] = -\pi a^2 B_0\left(\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}\right) =$$

$$= -\frac{\pi a^2 B_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow \quad i = \frac{\cancel{\pi} a^{\cancel{2}} B_0}{\tau} e^{-t/\tau} \cdot \frac{1}{2\cancel{\pi}\cancel{a}\lambda} = \frac{B_0 a}{2\lambda\tau} e^{-t/\tau}$$

L'ANDAMENTO DI $i(t)$ SARÀ



DUNQUE i È MASSIMA PER $t=0$

$$i_{MAX} = \frac{B_0 a}{2\lambda\tau} = 4A$$

A POTENZA DISSIPATA

$$P = f_i\, i = \frac{\pi a^2 B_0}{\tau} e^{-t/\tau} \cdot \frac{B_0 a}{2\lambda\tau} e^{-t/\tau} = \frac{B_0^2 \pi a^3}{2\lambda\tau^2} e^{-2t/\tau}$$

L'ENERGIA TOTALE DISSIPATA È:

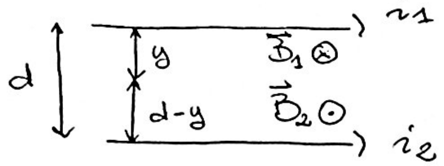
$$E = \int_0^\infty P\,dt = \frac{B_0^2\pi a^3}{2\lambda\tau^2}\int_0^\infty e^{-2t/\tau}dt = \frac{B_0^2 \pi a^3}{4\lambda\tau} = 1\ mJ$$

SOLUZIONE 3

VALUTIAMO IL CAMPO $\vec{B}$ PRODOTTO DAI DUE FILI

$$B_1(t) = \frac{\mu_0\, i_1(t)}{2\pi y} \Rightarrow$$ $\vec{B}_1(t)$ PERPENDICOLARE AL FOGLIO, VERSO ENTRANTE

$$B_2(t) = \frac{\mu_0\, i_2(t)}{2\pi (d-y)} \Rightarrow$$ $\vec{B}_2(t)$ PERPENDICOLARE AL FOGLIO, VERSO USCENTE



SIA $\hat{n}$ IL VERSORE PERPENDICOLARE ALLA SPIRA, PRESO USCENTE DAL FOGLIO

$$\vec{B}(t) = -B_1(t)\,\hat{n} + B_2(t)\,\hat{n} = \left[-\frac{\mu_0\, i_1(t)}{2\pi y} + \frac{\mu_0\, i_2(t)}{2\pi(d-y)}\right]\hat{n} =$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{i_2(t)}{d-y} - \frac{i_1(t)}{y}\right)\hat{n}$$

$$\Rightarrow \phi(\vec{B}) = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_{\frac{d}{2}-\frac{a}{2}}^{\frac{d}{2}+\frac{a}{2}} \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{i_2(t)}{d-y} - \frac{i_1(t)}{y}\right) a\, dy =$$

$$= \frac{\mu_0 a}{2\pi}\int_{\frac{d}{2}-\frac{a}{2}}^{\frac{d}{2}+\frac{a}{2}}\left(\frac{i_2(t)}{d-y} - \frac{i_1(t)}{y}\right) dy = \frac{\mu_0 a}{2\pi}\Big[-i_2(t)\ln(d-y) - i_1(t)\ln y\Big]_{\frac{d}{2}-\frac{a}{2}}^{\frac{d}{2}+\frac{d}{2}}$$

$$= -\frac{\mu_0 a}{2\pi}\left[i_2(t)\left(\ln\left(d-\frac{d}{2}-\frac{a}{2}\right) - \ln\left(d-\frac{d}{2}+\frac{a}{2}\right)\right) + i_1(t)\cdot\left(\ln\left(\frac{d}{2}+\frac{a}{2}\right) - \ln\left(\frac{d}{2}-\frac{y}{2}\right)\right)\right]$$

$$= -\frac{\mu_0 a}{2\pi}\left[i_2(t)\left(\ln\left(\frac{d/2 - a/2}{d/2 + a/2}\right)\right) + i_1(t)\left(\ln\left(\frac{d/2 + a/2}{d/2 - a/2}\right)\right)\right] =$$

$$= +\frac{\mu_0 a}{2\pi}\left[i_2(t) - i_1(t)\right]\ln\left(\frac{d+a}{d-a}\right)$$

$$f_i = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d-a}\right)\frac{d}{dt}\left[\delta t^2 - \beta t^2 + \gamma t\right] =$$

$$= \frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{d-a}\right)\left(2\beta t - 2\delta t - \gamma\right)$$

(6)

$\Rightarrow f_{ci} = 0$ PER $2\beta t^* - 2\delta t^* - \gamma = 0$

$$\Rightarrow t^* = \frac{\gamma}{2\beta - 2\delta} =$$

0.1 s