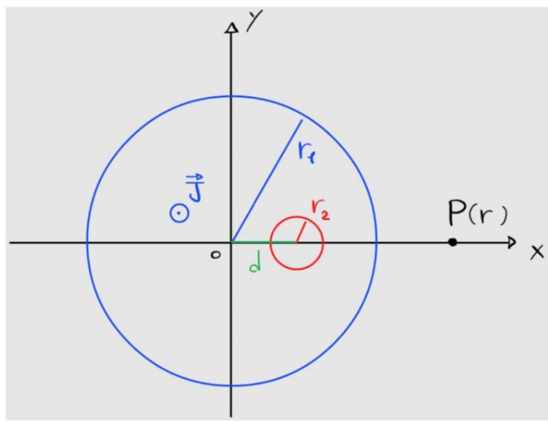
Tutorato FS220
Foglio di Esercizi n.7

Esercizio 1

Un filo cilindrico indefinito di raggio r_1, con una cavità cilindrica di raggio r_2, è percorso da una corrente elettrica continua di densità J (a densità uniforme) che scorre nel verso positivo dell'asse z. L'asse del filo e l'asse della cavità distano tra loro d lungo x (vedi figura). Calcolare il campo di induzione magnetica $\vec{B}$ sull'asse x nei punti P tali che $r > r_1$.



$$\vec{B}_P(\vec{r}) = \hat{y}\,\frac{\mu_0 J}{2}\left(\frac{r_1^2}{r} - \frac{r_2^2}{r-d}\right)$$

Esercizio 2

Un elettrone, dopo aver percorso un tratto $l = 1\,\text{cm}$ in una regione nella quale è presente un campo magnetico $\vec{B}_\omega$, viaggia con velocità $v = 1\,\text{m/s}$ con una traiettoria che forma un angolo $\vartheta = \pi/4$ con la traiettoria originale. Determinare il valore del campo $\vec{B}$. **Dati:** [$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$, $q_e = 1.6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$]

$$[\,|\vec{B}| = 4.47 \cdot 10^{-10}\,\text{T}\,]$$

Esercizio 3

Un fascio di ioni $^{12}C^{++}$, con velocità iniziale nulla, viene accelerato da un d.d.p. $\Delta V = 25\,\text{V}$. Penetra in una regione in cui è presente un campo magnetico $\vec{B}_\omega$ in direzione normale alla velocità del fascio incidente. Il raggio della traiettoria è $r = 100\,\text{mm}$.

Se ora si utilizza un fascio di $^{32}S^{--}$, nelle stesse condizioni, quale sarà il suo raggio di curvatura? (Unità di massa atomica = 1.65)

$$[\,r' = 0.163\,\text{m}\,]$$

Soluzione Esercizio 1

Vogliamo sfruttare il principio di sovrapposizione assieme al teorema della circuitazione di Ampère, per calcolare il campo di induzione magnetica nel punto P come somma del campo generato da un cilindro infinito pieno di raggio r_1 e di un cilindro di raggio r_2, centrato a distanza d dal primo e preso con segno opposto. Dall'ipotesi di densità uniforme possiamo scrivere che il modulo della densità di corrente per i due cilindri è la stessa e vale:

$$J = \frac{I}{\pi(r_1^2 - r_2^2)}$$

Dalla simmetria del problema ci aspettiamo che la direzione del campo magnetico in un punto P dell'asse x al di fuori del cilindro di raggio r_1 sia solamente lungo y, in quanto la corrente scorre lungo z ed i contributi lungo x del prodotto vettoriale tra un qualsiasi elementino di corrente e la distanza da tale elementino da P si sommano a zero. Per il modulo del campo possiamo sfruttare invece il teorema della circuitazione di Ampère: Avremo dunque due curve, una centrata nel primo cilindro di raggio r e una nel secondo cilindro di raggio r'. Avremo dunque, due circuitazioni in modo tale da esplicitare il campo magnetico:

$$\oint \vec{B}1 \cdot d\vec{l} = \mu 0 I_{int} \Rightarrow B_1(r) = \frac{\mu_0 J}{2r} r_1^2$$

$$\oint \vec{B}2 \cdot d\vec{l} = \mu 0 I'_{int} \Rightarrow B_2(r') = \frac{\mu_0 J}{2r'} r_2^2$$

Esplicitando ora che $r' = r - d$, concludiamo che il campo magnetico in P lungo l'asse x è dato da:

$$\vec{B}P(\vec{r}) = y\frac{\mu 0 J}{2}\left(\frac{r_1^2}{r} - \frac{r_2^2}{r-d}\right)$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 2

LA FORZA DI LORENTZ CHE AGISCE SULL'ELETTRONE E' SEMPRE PERPENDICOLARE ALLA VELOCITÀ E QUINDI E' UNA FORZA CENTRIPETA

$$q v B = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{m v}{q B} = r$$

POICHE' L'ELETTRONE PERCORRE ALMENO UN OTTAVO DI CIRCONFERENZA

$$l = \frac{2\pi r}{8} = \frac{\pi r}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{m v}{q B} = \frac{4 l}{\pi} \Rightarrow B = \frac{\pi m v}{4 l q} = \frac{\pi \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1}{4 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 4{,}47 \cdot$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 3

LA FORZA AGENTE SUL FASCIO DI IONI E' LA FORZA DI LORENTZ E L'ACCELERAZIONE E' SOLO CENTRIPETA:

$$q_c v B = m_c \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m_c v}{q_c B}$$

PER LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA:

$$\frac{1}{2} m_c v^2 = q_c V$$

DUNQUE SI PUO' RICAVARE B:

$$B = \frac{m_c v}{q_c r} = \frac{m_c}{q_c r} \sqrt{\frac{2 q_c V}{m_c}} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2 m_c V}{q_c}}$$

SE SI HA UN FASCIO DI $^{32}S^{--}$, DALLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA SI PUO' RICAVARE LA VELOCITÀ:

$$v' = \sqrt{\frac{2 q_s V}{m_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 25}{32 \cdot 1{,}65 \cdot 10^{-27}}} = 1{,}74 \cdot 10^4 \ \frac{m}{s}$$

IL RAGGIO DI CURVATURA E' DETERMINATO DALLA FORZA DI LORENTZ

$$r' = \frac{m_s v'}{q_s B} = \frac{m_s v'}{q_s} r \sqrt{\frac{q_c}{2 m_c V}} = \frac{m_s r}{q_s} \sqrt{\frac{\cancel{2} q_s \cancel{V}}{m_s} \cdot \frac{q_c}{\cancel{2} m_c \cancel{V}}} =$$

$$= r \sqrt{\frac{m_s q_c}{q_s m_c}} = 0{,}1 \sqrt{\frac{32 \cdot 2}{2 \cdot 12}} = 0{,}163 \ m$$