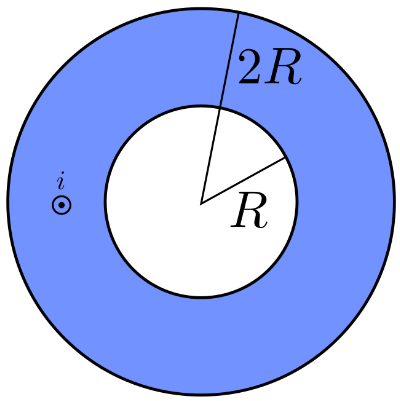
Tutorato Fisica 2

Foglio di Esercizi n.7

Esercizio 1

Un tubo di raggio interno R e raggio esterno $2R$ è percorso da una corrente i.
Calcolare il campo $\vec{B}$ generato per:

- $r < R$
- $R < r < 2R$
- $r > 2R$



Esercizio 2

Un elettrone, dopo aver percorso un tratto $l = 1$ cm in una regione nella quale è presente un campo magnetico $\vec{B}$, viaggia con velocità $v = 1$ m/s con una traiettoria che forma un angolo $\theta = \pi/4$ con la traiettoria originale.
Determinare il valore del campo $\vec{B}$.
Dati: $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, $q_e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

$[|\vec{B}| = 4.47 \cdot 10^{-10}$ T$]$

Esercizio 3

Un fascio di ioni $^{12}C^{++}$, con velocità iniziale nulla, viene accelerato da un d.d.p. $\Delta V = 25$ V. Penetra in una regione in cui è presente un campo magnetico $\vec{B}$ in direzione normale alla velocità del fascio incidente. Il raggio di curvatura r della traiettoria descritta dalle particelle è $r = 100$ mm.
Se ora si utilizza un fascio di $^{32}S^{--}$, nelle stesse condizioni, quale sarà il suo raggio di curvatura? (Unità di massa atomica 1.65)

$[r' = 0.163$ m$]$

SOLUZIONE 1

APPLICHIAMO IL TH. DELLA CIRCUITAZIONE DI AMPERE

$$\oint_\gamma d\vec{s} \cdot \vec{B} = \mu_0 \sum_k i_k$$

SCEGLIAMO γ COME UNA CIRCONFERENZA DI RAGGIO r
$\Longrightarrow$ IN OGNI PUNTO $\vec{B} \parallel d\vec{s}$

$$\Downarrow$$

$$d\vec{s} \cdot \vec{B} = dsB$$

$$\oint_\gamma d\vec{s} \cdot \vec{B} = \oint_\gamma dsB = 2\pi r B = \mu_0 \sum_k i_k$$

a) $r < R$

$2\pi r B = 0 \Rightarrow B = 0$ all' interno non c'è corrente

b) $r > 2R$

$2\pi r B = \mu_0 i \Rightarrow B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$, come se la corrente fosse generata da un filo

b) $R < r < 2R$

QUANDO γ È ALL' INTERNO DI QUESTA REGIONE NON TUTTA LA CORRENTE i È CONCATENATA A γ

$$\sum_k i_k = \int_\sigma d\sigma \, \vec{J} \cdot \hat{n}$$

σ : superficie che ha γ come perimetro

$$J = \frac{i}{\sigma_{TOT}} = \frac{i}{\pi(2R)^2 - \pi R^2} = \frac{i}{3\pi R^2}$$

$$\Longrightarrow \sum_k i_k = \frac{i}{3\pi R^2} \int_\sigma d\sigma = \frac{i}{3\pi R^2} \int_R^r dr' \, 2\pi r' =$$

$$= \frac{2i}{3R^2} \left. \frac{r'^2}{2} \right|_R^r = \frac{i}{3R^2}\left(r^2 - R^2\right)$$

$$\Longrightarrow 2\pi r B = \mu_0 \sum_k i_k = \frac{\mu_0 i}{3R^2 \pi}\left(r^2 - R^2\right)$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{6\pi} \frac{1}{r} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right)$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 2

LA FORZA DI LORENTZ CHE AGISCE SULL'ELETTRONE E' SEMPRE PERPENDICOLARE ALLA VELOCITÀ E QUINDI E' UNA FORZA CENTRIPETA

$$q v B = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{mv}{qB} = r$$

POICHE' L'ELETTRONE PERCORRE ALMENO UN OTTAVO DI CIRCONFERENZA

$$l = \frac{2\pi r}{8} = \frac{\pi r}{4}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{mv}{qB} = \frac{4l}{\pi} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\pi m v}{4 l q} = \frac{\pi \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1}{4 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 4{,}47 \cdot$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 3

LA FORZA AGENTE SUL FASCIO DI IONI E' LA FORZA DI LORENTZ E L'ACCELERAZIONE E' SOLO CENTRIPETA:

$$q_c v B = m_c \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m_c v}{q_c B}$$

PER LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA:

$$\frac{1}{2} m_c v^2 = q_c V$$

DUNQUE SI PUO' RICAVARE B:

$$B = \frac{m_c v}{q_c r} = \frac{m_c}{q_c r}\sqrt{\frac{2 q_c V}{m_c}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2 m_c V}{q_c}}$$

SE SI HA UN FASCIO DI $^{32}S^{--}$, DALLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA SI PUO' RICAVARE LA VELOCITÀ:

$$v' = \sqrt{\frac{2 q_s V}{m_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 25}{32 \cdot 1{,}65 \cdot 10^{-27}}} = 1{,}74 \cdot 10^4 \ \frac{m}{s}$$

IL RAGGIO DI CURVATURA E' DETERMINATO DALLA FORZA DI LORENTZ

$$r' = \frac{m_s v'}{q_s B} = \frac{m_s v'}{q_s}\, r \sqrt{\frac{q_c}{2 m_c V}} = \frac{m_s r}{q_s}\sqrt{\frac{\cancel{2} q_s \cancel{V}}{m_s} \cdot \frac{q_c}{\cancel{2} m_c \cancel{V}}} =$$

$$= r\sqrt{\frac{m_s q_c}{q_s m_c}} = 0{,}1\sqrt{\frac{32 \cdot 2}{2 \cdot 12}} = 0{,}163 \ m$$