

Tutorato Fisica 2

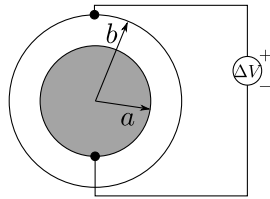
Foglio di Esercizi n. 4

Esercizio 1

Le armature di un condensatore sferico hanno raggio $a = 7 \text{ cm}$ e $b = 10 \text{ cm}$, e vengono mantenute ad una differenza di potenziale $\Delta V = 0.5 \text{ V}$ da una pila (vedi figura).

- Calcolare la capacità del condensatore e l'energia elettrostatica in esso racchiusa.
- a parità di ΔV e raggio b dell'armatura quanto deve essere il raggio a perchè su di essa il campo elettrico sia minimo.

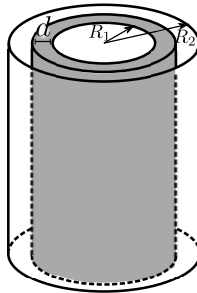
$$[C = 2.60 \cdot 10^{-11} \text{ F}; U = 3.24 \cdot 10^{-12} \text{ J}; a = 5 \text{ cm}]$$



Esercizio 2

Un condensatore cilindrico di raggio interno R_1 e di raggio esterno R_2 e lunghezza l è inizialmente vuoto. Al condensatore viene applicata una differenza di potenziale ΔV . Successivamente viene riempito per uno spessore d con un dielettrico con costante ε_r , a partire dal raggio interno (vedi figura).

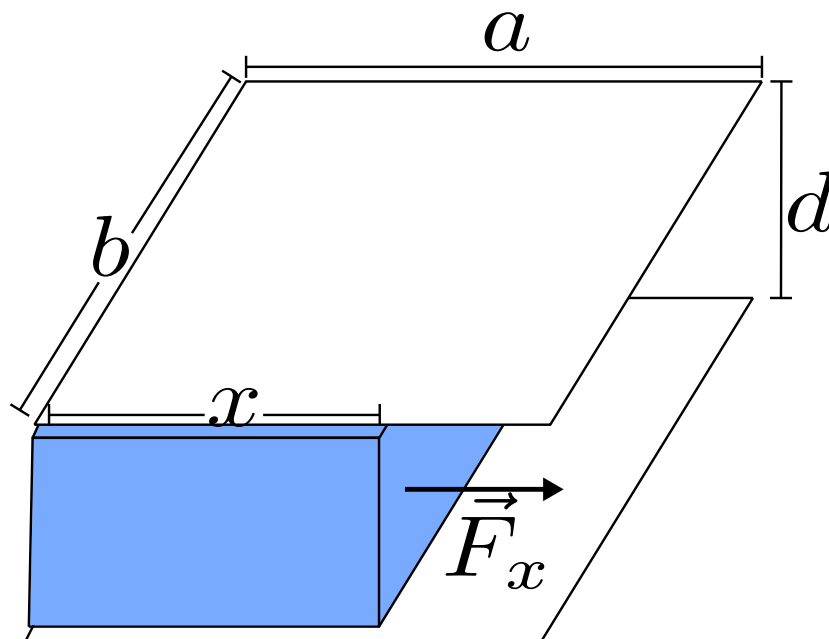
- Calcolare la variazione della capacità del condensatore dopo l'inserimento del dielettrico.
- Quanto deve aumentare ΔV affinché l'energia all'interno del condensatore rimanga costante.



Esercizio 3

Sia dato un condensatore a facce rettangolari di lati a e b , parallele tra loro e distanti d . Il condensatore, inizialmente vuoto, viene riempito con una lastra di materiale dielettrico con costante relativa ε_r e spessore d . Il dielettrico ha la forma di un parallelepipedo e penetra nel condensatore per un tratto x (vedi figura), mentre il condensatore con carica Q viene mantenuto isolato.

Verificare che il dielettrico viene risucchiato verso l'interno del condensatore e calcolare la forza F_x con cui viene risucchiato.



$$1) C = Q/\Delta V$$

CALCOLIAMO ΔV PARTENDO DAL CAMPO ELETTRICO $E(r)$.
USANDO GAUSS:

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

$$\Delta V = - \int_b^a dr E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \right) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)} =$$

$$= 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} = 2.60 \times 10^{-11} \text{ F}$$

L'ENERGIA ELETTROSTATICA VALE

$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{b-a}{ab} =$$

$$= 3.24 \times 10^{-12} \text{ J}$$

2) IL VALORE DEL CAMPO ELETTRICO SULL' ARMATURA VALE

$$E_a = \frac{\sigma_a}{\epsilon_0}$$

; σ_a densità di carica sull'
armatura interna

DOVE

$$\sigma_a = \frac{Q}{4\pi a^2} = \frac{\left(\Delta V 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} \right)}{4\pi a^2} = \epsilon_0 \Delta V \frac{b}{a(b-a)}$$

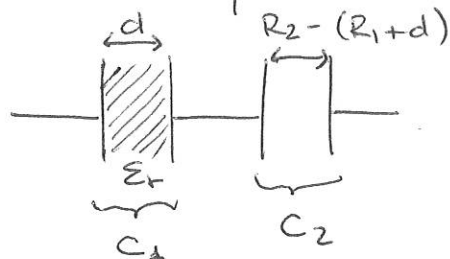
$\Downarrow$

$$E_a = \frac{\sigma_a}{\epsilon_0} = \Delta V \frac{b}{a(b-a)}$$

PER TROVARE IL MINIMO

$$\frac{dE_a}{da} = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a-b)^2} = 0 \Rightarrow a = \frac{b}{2} = \cancel{5} \text{ cm}$$

Il sistema equivale a due condensatori in serie



$$C_1 = \frac{2\pi \epsilon l}{\ln\left(\frac{R_1 + d}{R_1}\right)}$$

$$C_2 = \frac{2\pi \epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1 + d}\right)}$$

1)

$$\begin{aligned} C_{TOT} &= (C_1^{-1} + C_2^{-1})^{-1} = \left(\frac{\ln\left(\frac{R_1 + d}{R_1}\right)}{2\pi \epsilon l} + \frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1 + d}\right)}{2\pi \epsilon_0 l} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{\ln\left(\frac{R_1 + d}{R_1}\right) + \epsilon_r \ln\left(\frac{R_2}{R_1 + d}\right)}{2\pi \epsilon l} \right)^{-1} = \frac{2\pi \epsilon l}{\ln\left(\frac{R_1 + d}{R_1}\right) + \epsilon_r \ln\left(\frac{R_2}{R_1 + d}\right)} \end{aligned}$$

2) L'energia del condensatore è data da

$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2$$

$$U_i = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 \quad ; \quad C_0 = \frac{2\pi \epsilon_0 l}{\ln R_2/R_1}$$

$$U_f = \frac{1}{2} C_{TOT} (V_0 + \Delta V)^2$$

Affinché l'energia all'interno del condensatore resti costante

$$U_i = U_f \Rightarrow \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = \frac{1}{2} C_{TOT} (V_0^2 + \Delta V^2 + 2V_0 \Delta V)$$

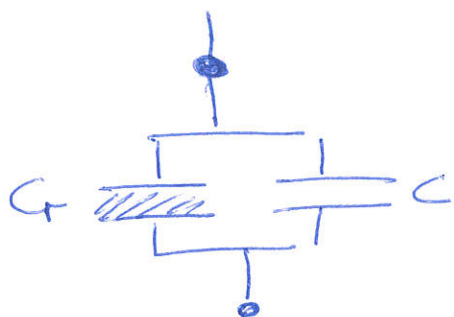
$$C_{TOT} \Delta V^2 + 2C_{TOT} V_0 \Delta V + V_0^2 (C_{TOT} - C_0) = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{-C_{TOT} V_0 \pm \left(V_0^2 C_{TOT}^2 - V_0^2 C_{TOT} (C_{TOT} - C_0) \right)^{1/2}}{C_{TOT}} \\ &= \frac{-C_{TOT} V_0 \pm \left(V_0^2 C_{TOT} C_0 \right)^{1/2}}{C_{TOT}} = -V_0 \left(1 \mp \sqrt{\frac{C_0}{C_{TOT}}} \right) \end{aligned}$$

SOLUZIONE 3

(5)

IL SISTEMA EQUIVALE A DUE CONDENSATORI IN ~~SERIE~~
PARALLELO



$$G = \epsilon \frac{S_r}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{x b}{d}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \epsilon_0 \frac{(a-x)b}{d}$$

$$C_{\text{TOT}} = G + C = \epsilon_0 \frac{b}{d} [x \epsilon_r + (a-x)] = \epsilon_0 \frac{b}{d} [a + x(\epsilon_r - 1)]$$

$$F_x = - \frac{\delta U}{\delta x}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2 d}{2 \epsilon_0 b [a + x(\epsilon_r - 1)]}$$

$$F_x = - \frac{\delta U}{\delta x} = - \frac{Q^2 d}{2 \epsilon_0 b} \frac{\delta}{\delta x} [a + x(\epsilon_r - 1)]^{-1} =$$

$$= \frac{Q^2 d}{2 \epsilon_0 b} \frac{(\epsilon_r - 1)}{[a + x(\epsilon_r - 1)]^2} > 0 \Rightarrow \text{forza di risucchio nel condensatore}$$