

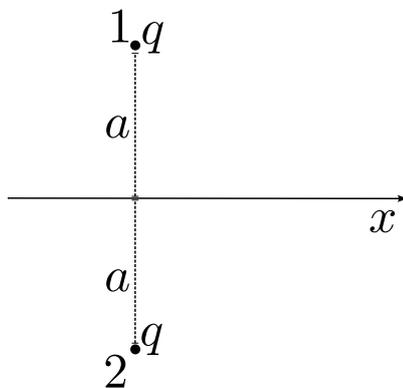
Tutorato Fisica 2

Foglio di Esercizi n. 1

Esercizio 1

Su di un piano orizzontale sono poste due cariche $q = 1 \mu\text{C}$ ad una distanza $2a$ l'una dall'altra, con $a = 0.5 \text{ m}$. Determinare il punto dell'asse x in cui il campo elettrico raggiunge il valore massimo.

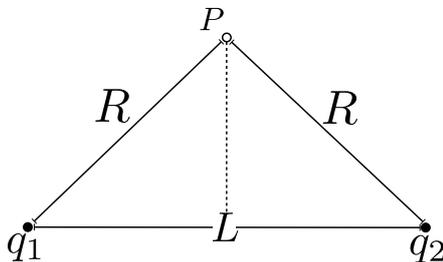
[$x = 0.35 \text{ cm}$]



Esercizio 2

Si considerino due cariche puntiformi di carica $q_1 = q$ e $q_2 = -q$, poste nel vuoto a distanza L . Calcolare l'intensità del campo elettrico generato a distanza R da ciascuna carica.

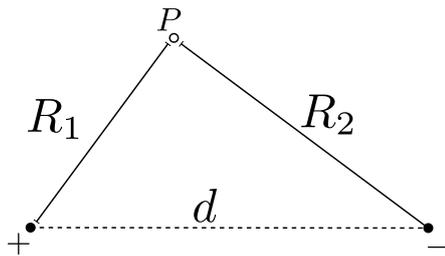
Si calcoli in oltre il caso limite $R \gg L$.



Esercizio 3

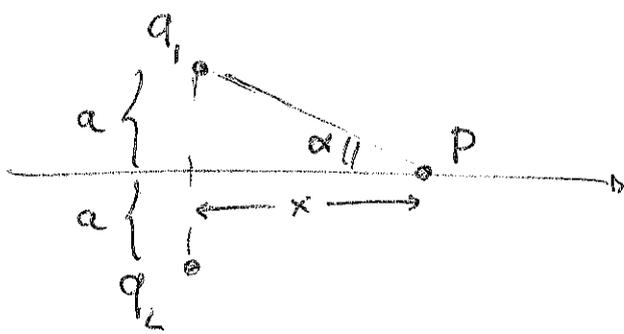
Due fili, paralleli ed infiniti, sono carichi con densità uniforme λ , uguali in modulo ma di segno opposto con $|\lambda| = 10^{-8}$ C/m. La distanza tra i due fili è $d = 5$ cm. Calcolare il campo elettrostatico E nel punto P distante $R_1 = 3$ cm dal filo positivo e $R_2 = 4$ cm da quello negativo. Calcolare inoltre la forza per unità di lunghezza con cui i fili si attraggono.

$$[E = 7.5 \cdot 10^3 \text{ V/m}, F_l = 3.6 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}]$$



SOLUZIONE ESERCIZIO 1

3



$$q_1 = q_2 = q = 1 \mu\text{C}$$

$$a = 0.5 \text{ m}$$

NEL PUNTO P IL CAMPO ELETTRICO È DATO DALLA COMBINAZIONE LINEARE DEL CAMPO GENERATO DA q_1 e q_2

IN MODULO

$$|\vec{E}_j| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a^2 + x^2} \quad j = 1, 2$$

$$\Rightarrow |\vec{E}| = \frac{2q}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{a^2 + x^2}$$

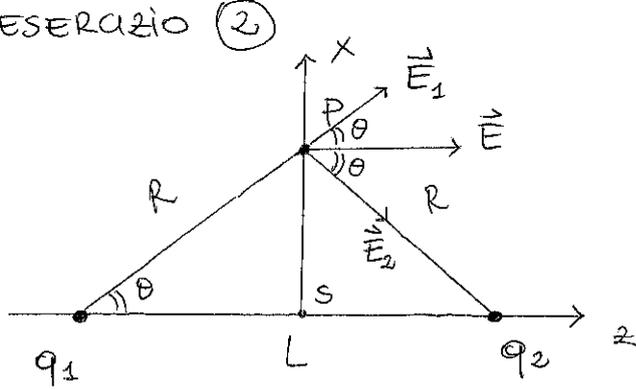
$$\begin{cases} E_x = |\vec{E}| \cos\alpha \\ E_y = |\vec{E}| \sin\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} \\ \sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \end{cases} \Rightarrow E_x = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

IL PUNTO IN CUI IL CAMPO È MASSIMO È TALE PER CUI

$$\frac{dE_x}{dx} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dx} \left\{ \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \right\} = \frac{a^2 - 2x^2}{(a^2 + x^2)^{5/2}} = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}} \approx 0.35 \text{ m}$$



Siano \vec{E}_1 ed \vec{E}_2 i campi elettrici prodotti rispettivamente da q_1 e q_2 , nel punto P.

\vec{E}_1 ed \vec{E}_2 saranno diretti come in figura ed avranno modulo pari a:

$$\begin{cases} E_1 = \left| \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R^2} \right| \\ E_2 = \left| \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R^2} \right| \end{cases} \implies E_1 = E_2$$

$$|q_1| = |q_2| = q$$

Il campo elettrico risultante sarà $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.
Tale campo non ha componente lungo \hat{x} , essendo

$$E_{1x} = -E_{2x} \implies E_x = 0$$

ma è diverso da zero lungo la componente perpendicolare a \hat{x} , che chiameremo \hat{z}

$$E_z = E_{1z} + E_{2z} = E_1 \cos\theta + E_2 \cos\theta = 2 E_1 \cos\theta = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \cos\theta$$

$E_1 = E_2$

che riscritto in termini di $x = \overline{PS}$ ed L :

$$\frac{L}{2} = R \cos\theta \implies R^2 = \frac{L^2}{4} + x^2; \cos\theta = \frac{L}{2R} = \frac{L}{2\sqrt{\frac{L^2}{4} + x^2}}$$

$$x = R \sin\theta$$

$$\implies E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qL}{\left(\frac{L^2}{4} + x^2\right)^{3/2}}; \quad q\vec{L} = \vec{p} \text{ è chiamato MOMENTO DI DIPOLO}$$

Per calcolare il campo elettrico generato da un dipolo a grande distanza ($x \gg L$)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qL}{\left(\frac{L^2}{4} + x^2\right)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qL}{x^3} \underbrace{\left(\frac{L^2}{4x^2} + 1\right)^{-3/2}}_{(1+\delta)^\alpha}$$

Sviluppando in serie di Taylor:

$$(1+\delta)^\alpha \approx 1 + \alpha\delta + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} \delta^2 + O(\delta^3)$$

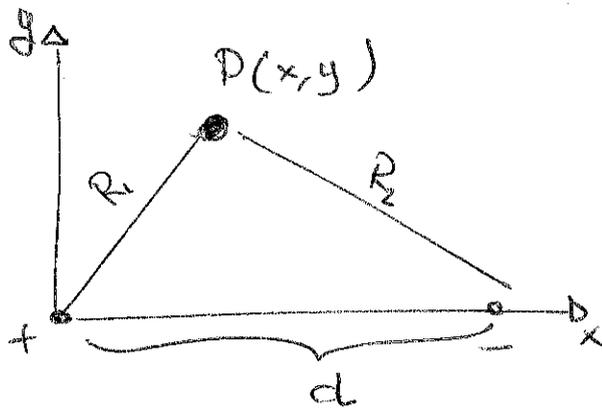
$$\Rightarrow E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qL}{x^3} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{L^2}{4x^2} + \dots\right)$$

Se ci fermiamo al leading order otteniamo:

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qL}{x^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3}$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 3

6



$$R_1 = 3 \text{ cm} \quad R_2 = 4 \text{ cm}$$

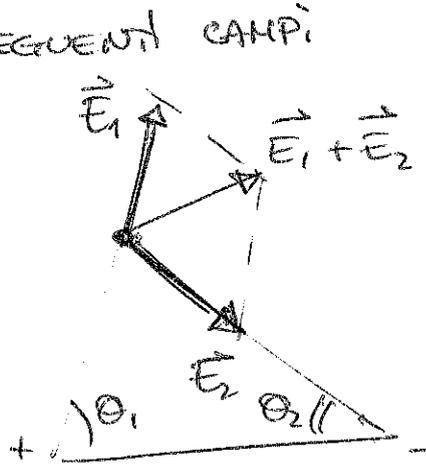
$$\lambda = 10^{-8} \text{ C/m}$$

$$d = 3 \text{ cm}$$

NEL PUNTO P AGISCONO I SEGUENTI CAMPI:

$$|\vec{E}_1| = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} R_1^{-1}$$

$$|\vec{E}_2| = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} R_2^{-1}$$



LE COORDINATE x, y DI P SI TROVANO COME INTERSEZIONE DI DUE CIRCONFERENZE

$$\begin{cases} R_1^2 = x^2 + y^2 \\ R_2^2 = (x-d)^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{d^2 + R_1^2 - R_2^2}{2d} = \frac{9}{5} \text{ cm} = 1.8 \text{ cm} \\ y = \pm \frac{1}{2d} \sqrt{-(d+R_1-R_2)(d+R_1+R_2) \times (d-R_1+R_2)(d-R_1-R_2)} \end{cases}$$

$$\left. \times (d-R_1+R_2)(d-R_1-R_2) \right\}^{1/2} = \pm \frac{12}{5} \text{ cm} = \pm 2.4 \text{ cm}$$

C'E' QUINDI SIMMETRIA RISPETTO L'ASSE ORIZZONTALE ($y \rightarrow -y$)

LE COMPONENTI E_x & E_y SI OTTENGONO COME SOVRAPPOSIZIONE DELLE COMPONENTI x, y DEI CAMPI E_1 e E_2

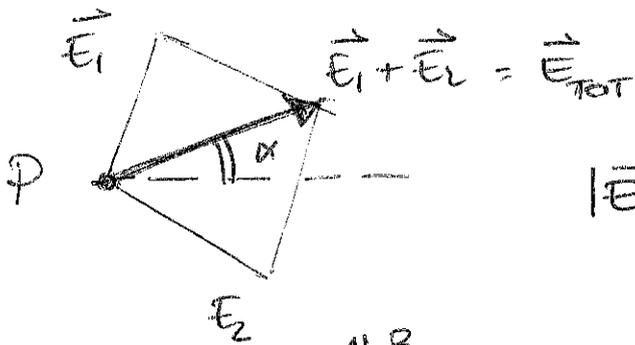
$$\begin{cases} E_x = E_1^x + E_2^x = E_1 \cos\theta_1 + E_2 \cos\theta_2 \\ E_y = E_1^y + E_2^y = E_1 \sin\theta_1 - E_2 \cos\theta_2 \end{cases}$$

DOVE

$$\begin{cases} \sin\theta_1 = \frac{y}{R_1} = 0.8 \Rightarrow \cos\theta_1 = 0.6 \\ \sin\theta_2 = \frac{y}{R_2} = 0.6 \Rightarrow \cos\theta_2 = 0.8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_x = 7.2 \times 10^3 \text{ V/m} \\ E_y = 2.1 \times 10^3 \text{ V/m} \end{cases}$$

⑦



$$|\vec{E}_{TOT}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 7.5 \times 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

N.B.

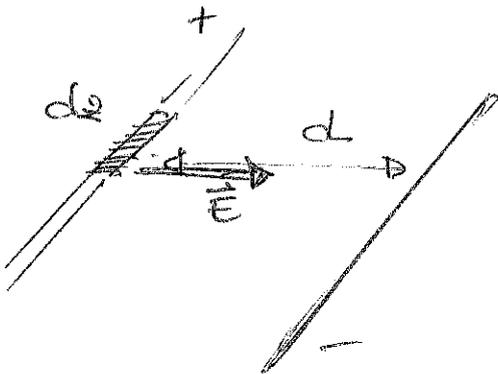
L'ANGOLO α È DATO DA

$$\text{tg } \alpha = E_y / E_x \Rightarrow \alpha \approx 16.3^\circ$$

LA FORZA CON CUI SI ATTRAGGONO I DUE FILI SI CALCOLA FACILMENTE A PARTIRE DALLA FORZA RISENTITA DA UN ELEMENTO DI FILO $d\ell$ POSTO NEL CAMPO DELL'ALTRO FILO

LA CARICA IN $d\ell$ È $dq = \lambda d\ell$

$$d\vec{F} = E dq = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{d} \lambda d\ell = \frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0 d} d\ell$$



$$F_\ell = \frac{d|\vec{F}|}{d\ell} = \frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0 d} = 3.6 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$