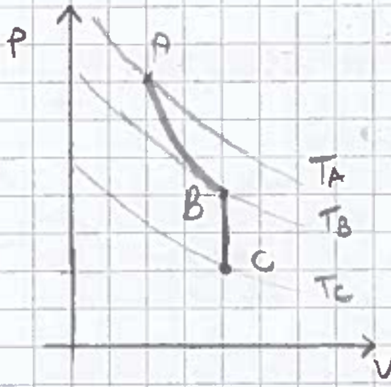
ESERCIZIO

Due moli di un gas ideale biatomico passano dallo stato termodinamico A, $T_A = 400\ K$, allo stato B con $T_B = 300\ K$ tramite un'espansione adiabatica reversibile e successivamente allo stato C con $T_C = 100\ K$ tramite una trasformazione isocora reversibile. Si determini per il processo ABC:
1) Il lavoro compiuto dal gas
2) La quantità di calore scambiato, in modulo e segno
3) La variazione di energia interna



$T_A = 400\ K$
$T_B = 300\ K$
$T_C = 100\ K$

$c_V = \frac{5}{2} R$ (biatomico)

$n = 2$ moli

Il lavoro totale compiuto dal gas è dato da:

$$L_{TOT} = L_{AB} + L_{BC}$$

ma $L_{BC} = 0$ perché si tratta di una trasformazione isocora: rimane da calcolare L_{AB}. Scriviamo allora il primo principio per questa trasformazione:

$$Q - L = \Delta U$$

ma qui $Q = 0$ (è adiabatica) quindi:

$$L_{AB} = -\Delta U_{AB} = -n c_V (T_B - T_A)$$

dove $c_V = 5/2\ R$ essendo il gas biatomico. Ma allora:

$$L_{TOT} = -\frac{5}{2} R n (T_B - T_A) = 4155\ J$$

La quantità di calore scambiato si riduce a quello del tratto BC, dove il primo principio è:

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} = n c_V (T_C - T_B) = -8314\ J$$

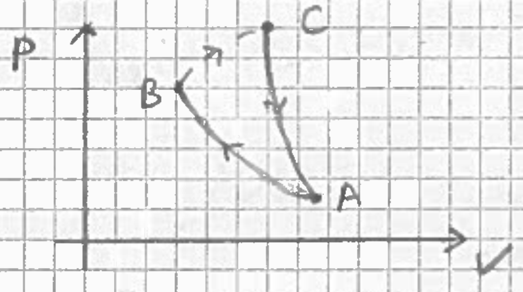
quindi è calore ceduto dal sistema.
Infine, la variazione di energia interna vale:

$$\Delta U_{TOT} = \Delta U_{AC} = n c_V (T_C - T_A) = -12471\ J$$

(calore ceduto dal sistema)

ESERCIZIO

Un gas ideale biatomico si trova in equilibrio termodinamico nello stato A ($p_A = 1$ bar, $V_A = 20 \times 10^{-3}\, m^3$, $T_A = 288\, K$). Con una compressione isoterma reversibile il volume viene ridotto a $V_B = 5 \times 10^{-3}\, m^3$; dallo stato B il gas passa successivamente allo stato C e infine ritorna allo stato A tramite un'espansione adiabatica reversibile. Il gas assorbe nella trasformazione BC la quantità di calore $Q_{BC} = 4560\, J$; la variazione di entropia dell'ambiente nella stessa trasformazione è $\Delta S = -9.63\, J/K$ (ambiente). Calcolare il calore scambiato in un ciclo ed il rendimento. Ricavare inoltre se la trasformazione BC è reversibile o irreversibile.



$p_A = 1$ bar, $V_A = 20 \times 10^{-3}\, m^3$

$T_A = 288\, K$, $V_B = 5 \times 10^{-3}\, m^3$

$Q_{BC} = 4560\, J$, $\Delta S_{amb} = -9.63\, J/K$

Dall'equazione di stato dei gas perfetti nello stato A posso ricavare il numero di moli del gas:

$$n = \frac{p_A V_A}{R T_A} = 0.835$$

Possiamo quindi calcolare il calore ceduto da A a B, poiché sappiamo che AB è un'isoterma, quindi:

$$\Delta U_{AB} = 0 \longrightarrow Q_{AB} = L_{AB}$$

Ma allora:

$$L_{AB} = \int_A^B p\, dV = \int_A^B n R T_A \frac{dV}{V} = n R T_A \ln \frac{V_B}{V_A} = -2771.7\, J$$

Essendo CA un'adiabatica avremo poi:

$$Q_{CA} = 0$$

Quindi il calore totale sarà dato da:

$$Q_{TOT} = Q_{AB} + Q_{BC} = (-2771.7 + 4650)\, J =$$
$$= 1788.3\, J$$

Essendo la trasformazione totale un ciclo, per definizione avremo:

$$\Delta U_{TOT} = 0 \longrightarrow L_{TOT} = Q_{TOT}$$

Ma allora il rendimento sarà:

$$\eta = \frac{L}{Q_{ass}} = \frac{L_{TOT}}{Q_{BC}} = 0.392$$

Affinché la trasformazione BC sia reversibile, deve valere

$$(\Delta S_{amb} + \Delta S_{sist})_{BC} = 0$$

ovvero:

$$-\Delta S_{sist}^{BC} = \Delta S_{amb}^{BC}$$

Essendo poi la trasformazione totale un ciclo sappiamo che:

$$\Delta S_{TOT}^{sist} = 0$$

ovvero:

$$\Delta S^{AB}_{sist} + \Delta S^{BC}_{sist} + \Delta S^{CA}_{sist} = 0$$

Ma $\Delta S^{CA}_{sist} = 0$ essendo CA un'adiabatica reversibile, quindi:

$$\Delta S^{AB}_{sist} = -\Delta S^{BC}_{sist}$$

Quindi la trasformazione BC è reversibile se:

$$\Delta S^{BC}_{amb} = \Delta S^{AB}_{sist}$$

calcoliamo quest'ultima:

$$\Delta S^{AB}_{sist} = nR \log \frac{V_B}{V_A} = -9.69\ J/K = \Delta S^{BC}_{amb}$$

ma allora la trasformazione BC è reversibile.

ESERCIZIO

Una macchina termica compie un ciclo reversibile scambiando calore con 3 sorgenti a temperature $T1 = 400$ K, $T2 = 300$ K e $T3 = 200$ K. Prima lavora tra le sorgenti $T1$ e $T2$ e poi tra $T1$ e $T3$. Complessivamente assorbe una quantità di calore $Q_1 = 1200$ J dalla sorgente $T1$ e compie un lavoro $L_1 = 400$ J. Trovare:

a) la quantità di calore Q_2 e Q_3 scambiati con le due sorgenti

b) la variazione di entropia di ciascuna sorgente

Per il teorema di Carnot, il rendimento della prima parte della macchina, quando lavora tra $T1$ e $T2$ è dato da:

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{L_1}{Q_0} \longrightarrow L_1 = \frac{1}{4} Q_0$$

dove Q_0 è il calore assorbito dalla sorgente a temperatura $T1$.

Quando la macchina lavora tra $T1$ e $T3$ avremo:

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_3}{T_1} = \frac{L_2}{Q_0'} \longrightarrow L_2 = \frac{1}{2} Q_0'$$

Quindi complessivamente avrò le seguenti condizioni:

$$L_1 = \frac{1}{4} Q_0 \quad , \quad L_2 = \frac{1}{2} Q_0'$$

$$L = L_1 + L_2 \quad , \quad Q_1 = Q_0 + Q_0'$$

Ho un sistema di quattro equazioni in quattro incognite, che darà:

$$Q_0 = 800 \text{ J} , \quad Q_0' = 400 \text{ J} , \quad L_1 = 200 \text{ J} , \quad L_2 = 200 \text{ J}$$

So inoltre che:

$$L = Q_{ass} + Q_{ced}$$

quindi

$$L_1 = Q_0 + Q_2 \quad e \quad L_2 = Q_0' + Q_3$$

da cui:

$$Q_2 = -600 \text{ J} , \quad Q_3 = -200 \text{ J}$$

Essendo le sorgenti a temperatura costante:

$$\Delta S_1 = -\frac{Q_1}{T_1} = -3 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_2 = -\frac{Q_2}{T_2} = 2 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_3 = -\frac{Q_3}{T_3} = 1 \text{ J/K}$$