

Fisica della Materia Condensata.
Prof. Paola Gallo.
Prova del II appello di esame - 8 Febbraio 2023

Istruzioni - Esame completo: svolgere tutti e quattro gli esercizi in quattro ore. Recupero del primo esonero: svolgere gli esercizi 1 e 2 in due ore. Secondo esonero: risolvere gli esercizi 3 e 4 in due ore.

1 Esercizio 1

Si abbia un campione con reticolo rettangolare di parametri reticolari a e b . Il cristallo viene studiato con il metodo delle polveri ($\lambda = 2.8 \text{ \AA}$) e il terzo picco di diffrazione si osserva ad un angolo $\theta = 55^\circ$.

1. Calcolare i moduli dei primi tre vettori di reticolo reciproco se il fattore di impacchettamento del reticolo è pari a 0.58. (5 punti)
2. Determinare i parametri reticolari del cristallo. (5 punti)
3. Calcolare gli angoli a cui si osserva il picco di diffrazione successivo. (5 punti)

2 Esercizio 2

Un cristallo bidimensionale quadrato con base monoatomica vibra in due dimensioni. L'atomo ha massa $M = 6.0 \text{ u.m.a.}$ e la densità vale $\rho = 1.5 \text{ u.m.a./\AA}$. Siano le relazioni di dispersione delle branche fononiche date da

$$\begin{aligned}\omega_{AL} &= \omega_{AL}^0 \sin\left(\frac{q a}{2}\right) \\ \omega_{AT} &= \omega_{AT}^0 \sin\left(\frac{q a}{2}\right)\end{aligned}$$

con $\omega_{AL}^0 = 2.3 \cdot 10^{12} \text{ rad/s}$ e $\omega_{AT}^0 = 4.1 \cdot 10^{12} \text{ rad/s}$

1. Quante branche sono presenti? Di che tipo? Disegnare in forma schematica le curve di dispersione fononica nella Prima Zona di Brillouin. (3 punti)

2. Determinare i valori delle velocità del suono. (4 punti)
3. Determinare quanto vale la capacità termica per unità di volume a $T = 350$ K. (4)
4. Se la base fosse biatomica e la relazione di dispersione per la banda ottica valesse $1.2 \cdot 10^{13}$ rad/s a centro zona, determinare quanto varrebbe la capacità termica per unità di volume a $T = 450$ K. (4)

3 Esercizio 3

Sia data una catena monoatomica lineare disposta lungo l'asse \hat{x} di passo reticolare $a = 1.5 \text{ \AA}$. Su ogni nodo è disposto un atomo bivalente.

1. Scrivere la forma esplicita delle bande $E_s(\vec{k})$ e $E_{p_x}(\vec{k})$ in approssimazione a tight binding per interazione a primi vicini da funzioni di tipo s e p_x . Siano $E_{0,s} = 1.3 \text{ eV}$, $E_{0,p_x} = 4.7 \text{ eV}$, $|\gamma_s| = 0.3 \text{ eV}$, $|\gamma_{p_x}| = 0.5 \text{ eV}$. Si trascurino tutti gli altri integrali di sovrapposizione. (5 punti)
2. Disegnare le bande di energia, determinare quanto vale l'energia di gap a bordo e centro zona e l'energia di Fermi. Specificare se il materiale si comporta da isolante o da conduttore. (5 punti)
3. Scrivere l'espressione della banda derivante da orbitali s nell'approssimazione a secondi vicini. L'integrale di sovrapposizione tra secondi vicini vale $\gamma_{s,2} = 0.1 \text{ eV}$. Supponendo che la banda p rimanga invariata, specificare nuovamente se il cristallo si comporta come un isolante o come un conduttore. (5 punti)

4 Esercizio 4

Un semiconduttore intrinseco presenta gap diretta $E_G = 1 \text{ eV}$. Il potenziale chimico si trova sempre a metà della gap proibita e una misura della densità di portatori intrinseci fornisce $n_i(300K) = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

1. Determinare il numero di elettroni in banda di conduzione a $T = 450K$ e la massa dei portatori di carica. (5 punti)

Il semiconduttore viene ora drogato con densità di donatori $N_d = 1.2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. L'energia di ionizzazione delle impurezze è di $\epsilon_d = 11.3 \text{ meV}$

2. Determinare in quale regime si trova il semiconduttore e il numero di elettroni in banda di conduzione a $T_1 = 25K$. (5 punti)
3. Determinare con la massima precisione possibile il numero di elettroni in banda di conduzione a $T_2 = 450K$. (5 punti)

1 u.m.a. = $1.67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$, $K_B = 8.6167 \cdot 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$, $h = 4.136 \cdot 10^{-15} \text{ eV s}$.