

# Fisica della Materia Condensata.

Prof. Paola Gallo.

Prova del II appello di esame - 9 Febbraio 2022

Istruzioni - Esame completo: svolgere tutti e quattro gli esercizi in quattro ore. Recupero del primo esonero: svolgere gli esercizi 1 e 2 in due ore. Secondo esonero: risolvere gli esercizi 3 e 4 in due ore.

## 1 Esercizio 1

Un cristallo  $AB_2$  che ha struttura *fcc* viene studiato con il metodo delle polveri ( $\lambda = 1.5 \text{ \AA}$ ). I tre atomi sono individuati dai vettori di base  $\vec{d}_A = \vec{0}$ ,  $\vec{d}_{B_1} = \frac{a}{4}(1, 1, 1)$  e  $\vec{d}_{B_2} = -\frac{a}{4}(1, 1, 1)$ . Sia il fattore di forma dell'atomo A il doppio di quello dell'atomo B ( $f_A = 2f_B$ ).

1. Studiare il fattore di struttura del cristallo e determinare quali riflessioni sono permesse. (5 punti)
2. Determinare il rapporto tra le intensità dei picchi associati alle famiglie di piani  $\{1, 1, 1\}$ ,  $\{1, 1, 2\}$  e  $\{1, 1, 4\}$ . (5 punti)
3. Se il parametro reticolare vale  $a = 6.2 \text{ \AA}$ , determinare l'angolo in corrispondenza del quale si trova il secondo picco. (5 punti)

## 2 Esercizio 2

Si assuma che un cristallo di litio metallico venga cresciuto mescolando in uguali proporzioni i due isotopi  $Li^5$  e  $Li^9$ . Si ottiene un reticolo cubico semplice, con lato del cubo  $a$ , nel quale i due isotopi sono regolarmente alternati nelle tre direzioni dello spazio. La densità del cristallo è  $0.747 \text{ g/cm}^3$ . La dispersione della branca acustica triplamente degenere è  $\omega_{ac} = \Omega \sin(ka/2)$  e il numero d'onde del fonone ottico a centro zona è  $318 \text{ cm}^{-1}$ .

1. Ricavare le pulsazioni ottica e acustica a bordo zona. (5 punti)
2. Ricavare la velocità del suono. (5 punti)
3. Ricavare la capacità termica a volume costante del solido per unità di volume a  $T = 3 \text{ K}$  e a  $T = 600 \text{ K}$ . (5 punti)

### 3 Esercizio 3

Si consideri un ipotetico cristallo bidimensionale quadrato con reticolo anche esso quadrato nel piano x-y e di passo reticolare  $a$ , composto da  $N^2$  atomi monovalenti con orbitale di valenza di tipo  $p_x$ . Utilizzando l'approssimazione di legame forte limitata ai primi vicini e trascurando l'integrale di sovrapposizione  $\alpha$  si risponda alle seguenti domande:

1. Assumendo  $E_{0p} - \beta = 0$ , scrivere l'espressione esplicita dell'energia  $E(k_x, k_y)$  sapendo che vi compaiono due integrali di trasferimento di moduli  $|\gamma_1| = 0.8$  eV e  $|\gamma_2| = 0.5$  eV. (5 punti)
2. Determinare  $E(k_x, k_y)$  nei punti  $(0,0)$ ,  $(0, \frac{\pi}{a})$ ,  $(\frac{\pi}{a}, 0)$  e  $(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a})$  e le componenti  $m_{xx}$  e  $m_{yy}$  del tensore massa efficace. (5 punti)
3. Considerando gli elettroni  $p_x$  del sistema come se fossero totalmente liberi, confrontare il cerchio di Fermi con la prima zona di Brillouin e dire se a  $T=0$  gli stati sul perimetro della ZB sono vuoti, occupati, o parzialmente occupati. (5 punti)

### 4 Esercizio 4

In un semiconduttore drogato con donatori si sono determinate le seguenti densità  $n$  di elettroni in funzione della temperatura:

$T$ (K)	900	800	700	600	500
$n$ ( $10^{13}$ cm $^{-3}$ )	1090	408	118,4	24,1	3,12

Si chiede di:

1. Determinare l'energia della gap del semiconduttore. (5 punti)
2. Trovare la densità del drogaggio. (5 punti)
3. Fissare un limite superiore all'energia di ionizzazione degli atomi donatori. (5 punti)

$$1 \text{ u.m.a.} = 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ g}, K_B = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}, h = 6.63 \cdot 10^{-27} \text{ erg s.}$$