

Esonero I Materia Condensata. AA 2020/2021 (10/11/2020)

1 Esercizio 1

Un cristallo ha una struttura fcc con base atomica costituita da un atomo A nell'origine e due atomi B in $\vec{d}_1 = \frac{a}{4}(1, 1, 1)$ e $\vec{d}_2 = \frac{3a}{4}(1, 1, 1)$, con fattori di forma $f_A = 2f_B$ e parametro reticolare $a = 3\text{\AA}$. Il sistema viene studiato col metodo delle polveri con lunghezza d'onda della radiazione incidente $\lambda = 1.5\text{\AA}$.

1. Determinare il fattore di struttura del cristallo e le riflessioni permesse. (6 punti)
2. Determinare l'angolo per cui si osserva il terzo picco di diffrazione. (6 punti)
3. Determinare la densità atomica del cristallo. (3 punti)

2 Esercizio 2

Una catena lineare biatomica è disposta ed è libera di muoversi lungo l'asse $\hat{x}$. Siano $M_A = 12\text{ u.m.a.}$ e $M_B = 30\text{ u.m.a.}$ le masse degli atomi nella catena, $\rho = 16 \cdot 10^{10}\text{ u.m.a.} \cdot \text{m}^{-1}$ la densità lineare di massa e $C = 15 \cdot 10^2\text{ dyne} \cdot \text{cm}^{-1}$ la costante di forza.

1. Quante branche e di che tipo sono presenti? Quante sarebbero e di che tipo se la catena fosse libera di muoversi nelle tre direzioni dello spazio? (2 punti)
2. Ricavare la relazione di dispersione in approssimazione armonica e per interazione a primi vicini. Determinare i valori a bordo e a centro zona e disegnare le curve di dispersione fononica nella Prima Zona di Brillouin. (3 punti)
3. Determinare la velocità del suono. (3 punti)
4. Determinare la temperatura di Debye e di Einstein. Si utilizzi l'energia del fonone ottico a bordo zona per stimare la temperatura di Einstein. (3 punti)

Supponendo ora di avere un solido con reticolo cubico con base biatomica, di densità $\rho = 5 \text{ g/cm}^3$ e avente il parametro reticolare e la temperatura di Debye calcolati ai punti precedenti:

5. Determinare la capacità termica per unità di massa a $T_1 = 20 \text{ K}$ e $T_2 = 800 \text{ K}$. A bassa T utilizzare l'approssimazione di Debye in 3D (Capacità termica proporzionale a $\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$). (4 punti)

$1 \text{ u.m.a.} = 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$, $1 \text{ dyne} = 1 \text{ g} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ s}^{-2}$, $K_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$,
 $\hbar = 1.054 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$.