

# Fisica della Materia Condensata.

Prof. Paola Gallo.

Prova del I appello di esame - 20 Gennaio 2020

Istruzioni - Esame completo: svolgere tutti e quattro gli esercizi in quattro ore. Recupero del primo esonero: svolgere gli esercizi 1 e 2 in due ore. Secondo esonero: risolvere gli esercizi 3 e 4 in due ore.

## 1 Esercizio 1

Un cristallo triatomico ha struttura  $fcc$  e viene studiato con il metodo delle polveri ( $\lambda = 2 \text{ \AA}$ ). Un atomo ha fattore di forma  $f_A$ , gli altri due atomi sono uguali fra loro ed hanno fattore di forma  $f_B = f_A/2$ . I tre atomi sono individuati dai vettori di base  $\vec{d}_A = \vec{0}$ ,  $\vec{d}_{B_1} = \frac{a}{4}(1, 1, 1)$  e  $\vec{d}_{B_2} = -\frac{a}{4}(1, 1, 1)$ .

1. Studiare il fattore di struttura del cristallo. (4 punti)
2. Determinare il valore del parametro reticolare  $a$  se il primo picco di riflessione si trova in corrispondenza dell'angolo  $\theta = 35^\circ$ . (4 punti)
3. Determinare il rapporto delle intensità tra il primo e il secondo picco di diffrazione. (4 punti)
4. Determinare la densità del cristallo, sapendo che la massa della molecola  $AB_2$  vale  $m = 9 \cdot 10^{-23} g$ . (3 punti)

## 2 Esercizio 2

Si consideri una catena lineare monoatomica disposta lungo l'asse  $\hat{x}$  e libera di muoversi nel piano  $\hat{x}\hat{y}$ . Sia  $a = 1.5 \text{ \AA}$  il parametro reticolare e  $\rho = 6 \text{ u.m.a. \AA}^{-1}$  la densità lineare.

1. Quante branche e di che tipo sono presenti? Che tipo di branche si avrebbero se il cristallo fosse biatomico? (4 punti)
2. Dati i valori delle costanti di forza associati al moto lungo  $\hat{x}$ , e lungo  $\hat{y}$ :  $\alpha = 9 \cdot 10^2 \text{ dyne/cm}$ , e  $\beta = 1.5 \cdot 10^2 \text{ dyne/cm}$ , rispettivamente, determinare

i valori delle branche acustiche a centro e bordo zona e disegnare le curve di dispersione dei fononi nella Prima Zona di Brillouin. (4 punti)

3. Determinare la velocità del suono. (3 punti)
4. Determinare la capacità termica per unità di volume a  $T_1 = 10$  K e a  $T_2 = 300$  K. (4 punti)

$$1 \text{ u.m.a.} = 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ g}, \quad K_B = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}, \quad \hbar = 1.05 \cdot 10^{-27} \text{ erg s}, \\ 1 \text{ dyne} = \frac{1 \text{ g} \cdot 1 \text{ cm}}{\text{s}^2}.$$

### 3 Esercizio 3

Si consideri una catena lineare monoatomica di passo  $a$ , e lunghezza  $L$ , composta da  $N$  atomi monovalenti e disposta lungo l'asse  $z$ . Nell'approssimazione di tight-binding, trascurando gli integrali di sovrapposizione  $\alpha$  e  $\beta$  e date  $E_{0s} = 1eV$ ,  $E_{0pz} = 5eV$ ,  $|\gamma_s| = 1eV$  e  $|\gamma_{pz}| = 0.5eV$ , si chiede di:

1. Ricavare l'espressione esplicita delle due bande in funzione di  $k$ , considerando solo l'interazione a primi vicini, discutendo il segno degli integrali di sovrapposizione  $\gamma$ . Graficare le due bande nella prima zona di Brillouin e specificare la minima energia necessaria per un fotone per essere assorbito. (4 punti)
2. Ricavare il valore del  $k$  di Fermi e dell'energia di Fermi, e determinare se il sistema ha comportamento metallico o isolante. (4 punti)
3. Determinare come cambiano il  $k$  di Fermi e il comportamento della catena se gli atomi sono bivalenti. (3 punti)
4. Descrivere come cambia il comportamento della catena per atomi bivalenti se  $E_{0pz} = 3.5eV$  mentre tutti gli altri valori restano invariati. Graficare nuovamente le bande e determinare per quali valori di  $k$  esse risultano occupate. (4 punti)

### 4 Esercizio 4

Un semiconduttore intrinseco presenta gap diretta  $E_G = 0.99eV$ . Il potenziale chimico si trova sempre a metà della gap proibita e la densità di portatori intrinseci a  $T = 300K$  vale  $n_i(300K) = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .

1. Determinare il numero  $n(T)$  di elettroni in banda di conduzione a  $T = 400K$  e la massa dei portatori di carica. (4 punti)

2. Il semiconduttore viene drogato con densità di donatori  $N_d = 10^{14} \text{cm}^{-3}$  e posto alla temperatura  $T_1 = 20 \text{K}$ . Sapendo che la loro energia di ionizzazione è di  $\epsilon_d = 10.5 \text{meV}$ , determinare in modo quantitativo in quale regime si trova il semiconduttore e calcolare il numero di elettroni in banda di conduzione  $n(T)$ . (4 punti)
3. Portiamo ora il semiconduttore a  $T_2 = 400 \text{K}$ . Si calcoli di nuovo il numero totale di elettroni in banda di conduzione, specificando quanti livelli donori sono ionizzati e scrivendo l'equazione del bilancio di carica. (4 punti)
4. Si porti infine il semiconduttore a  $T_2 = 600 \text{K}$ , si determini in quale regime si trova il semiconduttore e si scriva l'equazione per la conducibilità  $\sigma(600 \text{K})$  in tale regime. (3 punti)

$K_B = 8.6167 \cdot 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$ ,  $h = 4.136 \cdot 10^{-15} \text{ eV s}$ ,  $1 \text{ J} \cdot 1 \text{ m}^{-2} \cdot 1 \text{ s}^2 = 1 \text{ Kg}$ ,  
 $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

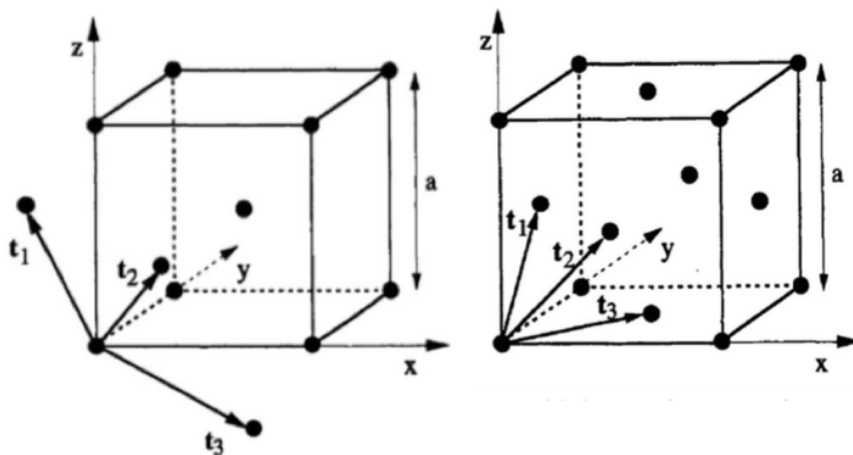


Figure 1: Reticolo cristallino bcc a sinistra e fcc a destra.