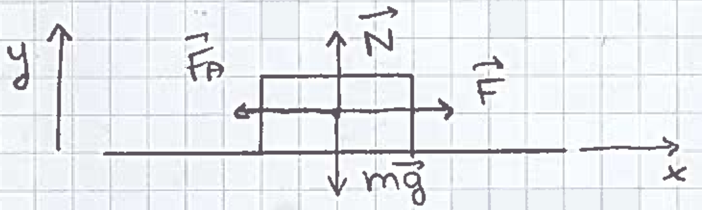
TERZA ESERCITAZIONE

ESERCIZIO 1

Una scatola di massa $m = 2$ Kg giace su un piano. I coefficienti di attrito statico e dinamico tra il piano e la scatola valgono rispettivamente $\mu_S = 0.5$ e $\mu_D = 0.4$. Alla scatola viene applicata una forza F, parallela al piano, la cui intensità cresce linearmente con il tempo secondo la legge $F = c_1 t$ dove $c_1 = 1$ N/s. Quanto vale la forza d'attrito F_A dopo 5 s? Disegnare la forza d'attrito in funzione del tempo.



$m = 2$ kg $\quad \mu_S = 0.5 \quad \mu_D = 0.4$

$F = c_1 t \quad , \quad c_1 = 1$ N/S

$t_0 = 5$ s

Possiamo immediatamente calcolare quanto vale $F(t_0)$:

$$F(t_0) = c_1 t_0 = (1\ N/s)(5\ s) = 5\ N$$

Quanto vale la forza di attrito statico? Per saperlo, scriviamo il secondo principio della dinamica per i due assi:

$$\text{asse } x : \quad F - F_A = m a_x$$

$$\text{asse } y : \quad N - mg = m a_y$$

Poiché la scatola è ferma lungo y, avremo:

$$a_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg$$

La forza di attrito statico è data da:

$$F_A \leq F_A^{MAX} = \mu_S N = \mu_S mg = 9.8\ N$$

Il caso dinamico sarà invece:

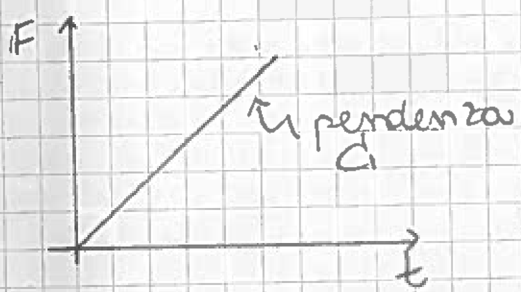
$$F_A = \mu_D N = \mu_D mg = (0.4)(2\ kg)(9.8\ m/s^2) = $$
$$= 7.8\ N$$

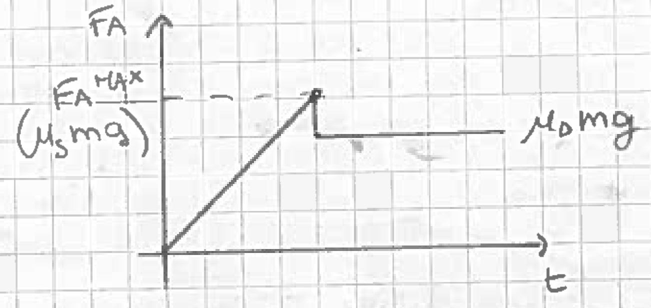
Poiché a $t_0 = 5$ s la forza $F = 5$ N, essa non è sufficiente a vincere l'attrito statico $F_A^{MAX} = 9.8$ N: il corpo quindi sarà fermo. Avremo allora:

$$a_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F = F_A = 5N$$ con F_A diretta in senso opposto ad F

Disegniamo l'andamento di $F(t)$ e $F_A(t)$.

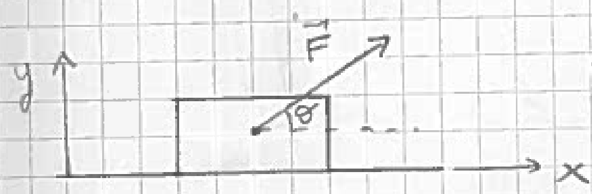
Avremo:





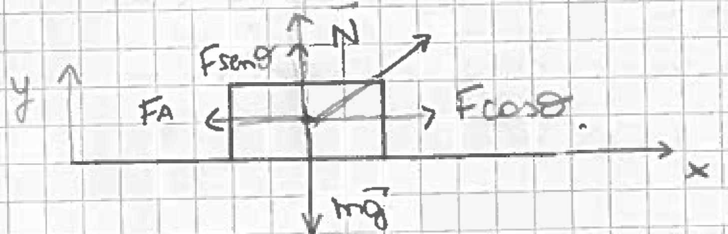
ESERCIZIO 2

Alla scatola del problema precedente applichiamo ora una forza costante che forma un angolo θ con il piano (come in figura). Trovare la forza esercitata dal pavimento sulla scatola e l'accelerazione della scatola. Come cambierebbero i risultati se la scatola invece di essere trascinata fosse spinta?



$\theta = 30°$, $F = 30$ N

Scomponiamo le forze lungo gli assi scelti:



Scriviamo il secondo principio della dinamica sui due assi:

$$\text{asse } x: \quad F\cos\theta - F_A = ma_x \quad (1)$$

$$\text{asse } y: \quad N - mg + F\sin\theta = ma_y$$

Ma poiché $a_y = 0$, da quest'ultima ricaviamo:

$$N = mg - F\sin\theta = 4.6 \text{ N}$$

(da notare che il corpo riesce a muoversi lungo x, poiché $F\cos\theta > F_A^{MAX} = \mu_s N$)

La (1) allora diventa:

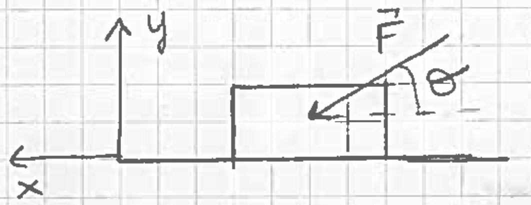
$$F\cos\theta - \mu_D N = ma$$

da cui:

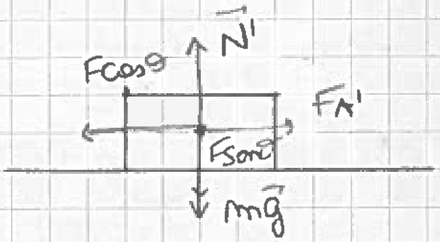
$$a = \frac{1}{m}\left[F\cos\theta - \mu_D N\right] = 12.07 \text{ m/s}^2$$

Se la scatola fosse spinta, la forza applicata avrebbe direzione opposta:

(scelgo l'asse x di verso opposto per comodità).



La scomposizione delle forze in questo caso sarà:



Lungo l'asse y avremo:

$$N' - mg - F\text{sen}\theta = 0$$

Da cui:

$$N' = F\text{sen}\theta + mg = 34.6\,N$$

Ancora una volta, essendo:

$$F\cos\theta = 25.98\,N > \mu_s N' = 17.3\,N$$

il corpo riuscirà a muoversi lungo x, ma allora:

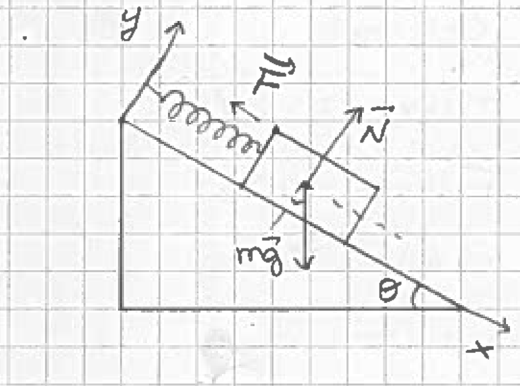
$$F\cos\theta - \mu_D N' = ma'$$

Da cui:

$$a' = \frac{1}{m}\left[F\cos\theta - \mu_D N'\right] = 6.07\,m/s^2$$

ESERCIZIO

Un blocco di massa $m = 0.5$ kg giace su un piano inclinato ($\theta = 45°$) collegato ad una molla come in figura. Si consideri inizialmente il piano privo di attrito. Con il blocco in quiete l'elongazione ℓ della molla è di 5 cm. Trovare la costante elastica K. Si introduca poi un attrito tra il blocco e il piano che vale $\mu_s = 0.4$. Quanto vale l'elongazione massima della molla tale che il blocco non si muova?



$\theta = 45°$ $m = 0.5$ kg

$\ell = 5$ cm $= 0.05$ m

Scriviamo il secondo principio sugli assi scelti:

$$\begin{cases} mg\,\mathrm{sen}\theta - Kx = ma & (1) \\ N - mg\cos\theta = 0 \end{cases}$$

Quando il blocco è in quiete lungo x l'elongazione x della molla vale ℓ, quindi la (1) diventa:

$$mg\,\mathrm{sen}\theta - K\ell = 0$$

Da cui:

$$K = \frac{mg\,\mathrm{sen}\theta}{\ell} = 69.3\ \mathrm{N/m}$$

Introduciamo ora un attrito tra blocco e piano. Affinché il blocco sia fermo l'elongazione della molla non deve essere troppo grande, altrimenti anche F lo diventa e riesce a vincere l'attrito statico $\mu_s N$. L'attrito statico sarà sempre opposto al movimento quindi in questo caso sarà concorde all'asse x scelto

$$mg\,\mathrm{sen}\theta + F_A - K\ell_{MAX} = 0$$

Ma dall'asse y ricaviamo che $F_A = \mu_s mg\cos\theta$, quindi

$$mg\,\mathrm{sen}\theta + \mu_s mg\cos\theta - K\ell_{MAX} = 0$$

Da cui ricaviamo ℓ_{MAX}:

$$\ell_{MAX} = \frac{mg(\mathrm{sen}\theta + \mu_s\cos\theta)}{K} =$$

$$= \frac{\cancel{mg}(\mathrm{sen}\theta + \mu_s\cos\theta)\ell}{\cancel{mg}\,\mathrm{sen}\theta} = \left[1 + \mu_s \cot g\theta\right]\ell =$$

$$= 0.07\ \mathrm{m}$$