ESERCIZIO 1

La carica Q è distribuita uniformemente sulla sfera di raggio r_1.

$$\frac{4}{3}\pi r_1^3 \rho = Q \rightarrow \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi r_1^3}$$

Sulla superficie interna del guscio si forma per induzione una carica $-Q$ mentre sulla superficie esterna si ha una carica $+Q$

Per trovare il campo elettrico applico il teorema di Gauss nelle varie regioni dello spazio

$\boxed{r < r_1}$

$$\int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \, dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \, dV$$

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^r \rho \, 4\pi r^2 dr = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \frac{1}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{3\varepsilon_0} \rho r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1^3} r$$

$\boxed{r_1 < r < r_2}$

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho \, dV = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$\boxed{r_2 < r < r_3}$

$$4\pi r^2 E = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

ma la carica contenuta all'interno della sfera è nulla

$$E = 0$$

$\boxed{r > r_3}$

$$4\pi r^2 E = \frac{Q + Q - Q}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Passiamo al calcolo del potenziale

Poniamo $V(\infty)=0$

$\Rightarrow$

$$V(r=r_3) = V(r=r_3) - V(\infty) =$$

$$= -\int_{\infty}^{r_3} \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_{\infty}^{r_3} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,dr =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\infty}^{r_3} -\frac{1}{r^2}\,dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_3} = 449.6\,V$$

Dato che il guscio è conduttore
V all'interno sarà costante
$\Rightarrow$ $V(r_2) = V(r_3)$

Per trovare $V(r=0)$ mi basta calcolare la differenza di potenziale $V(r=0) - V(r=r_2)$
e poi sommarci $V(r_2)=V(r_3)$

$$V(r=0) = V(r=r_2) + \left[V(r=0) - V(r=r_2)\right]$$

$$V(r=0) - V(r=r_2) = -\int_{r_2}^{0} \vec{E} \cdot \vec{dr} = -\int_{r_2}^{r_1} \vec{E} \cdot \vec{dr} - \int_{r_1}^{0} \vec{E} \cdot \vec{dr}$$

$$= -\int_{r_2}^{r_1} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr - \int_{r_1}^{0} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q r}{r_1^3} dr =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_2}^{r_1} -\frac{1}{r^2} dr - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^3} \int_{r_1}^{0} r \, dr =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1^3} \frac{r_1^2}{2} =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{3}{2r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 1648.5 \text{ V}$$

$\Rightarrow$

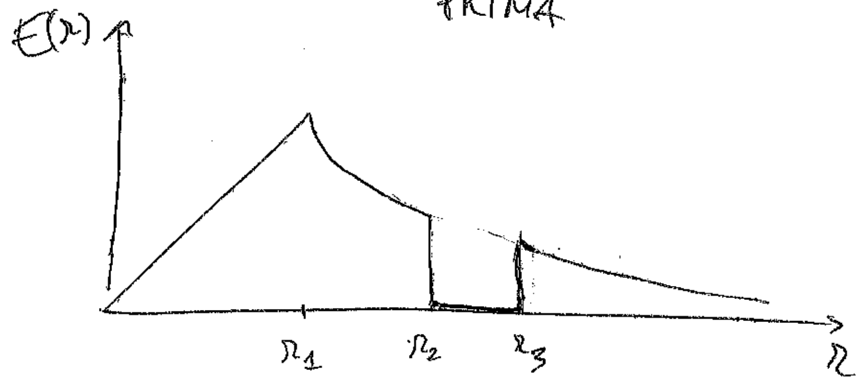
$V(r=0) = 2098.1 \text{ V}$

Se il guscio è a terra

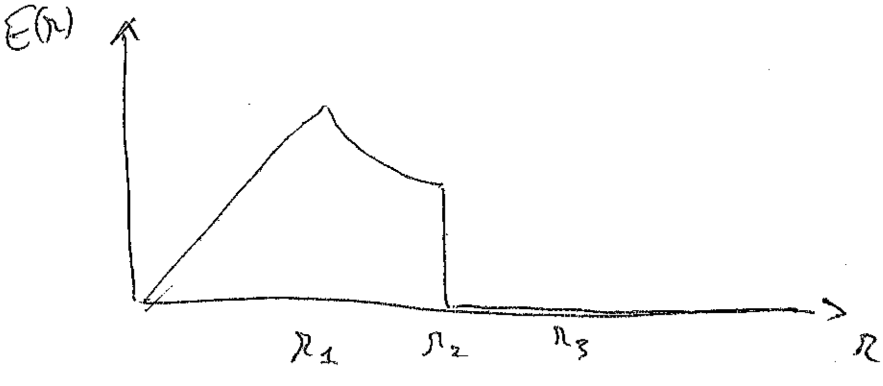
- la carica sulla superficie esterna del guscio ($r=r_3$) si annulla.
- il guscio va a potenziale zero (cioè a terra)
- il campo al di fuori del guscio è nullo mentre all'interno è invariato

Dato che $E(r)$ per $0<r<r_2$ è lo stesso di prima, anche la d.d.p. tra $r=0$ e $r=r_2$ sarà la stessa cioè 1648.5 V

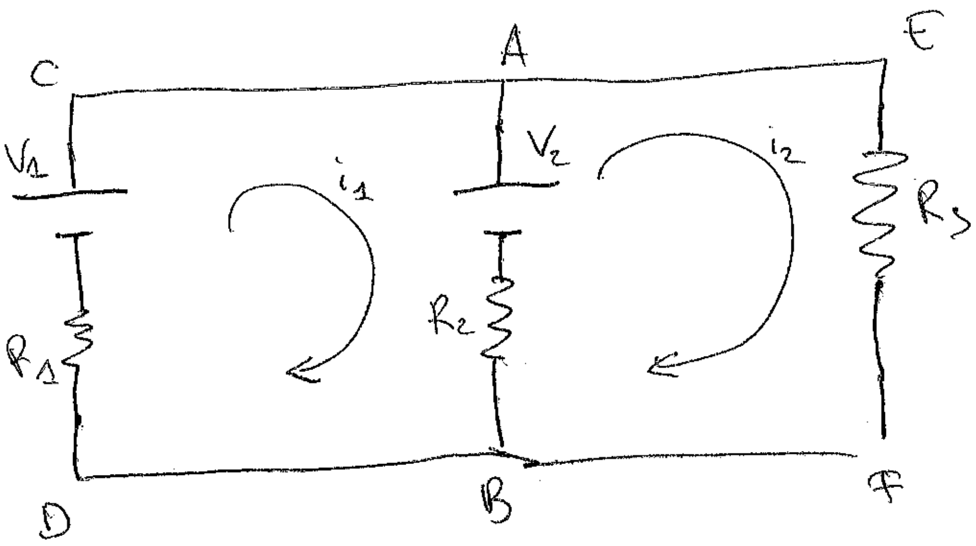
PRIMA



DOPO



ESERCIZIO 2



2 NODI : A, B

3 RAMI : AB, ACDB, AEFB

2 MAGLIE indipendenti : ABCD, ABEF

Leggi di Kirchhoff

$$\sum_k \mathcal{E}_k = \sum_k R_k i_k$$

con i versi scelti in figura si ottiene

$$\begin{cases} V_1 - V_2 = R_1 i_1 + R_2 (i_1 - i_2) \\ V_2 = R_2 (i_2 - i_1) + R_3 i_2 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema

$$i_2 = \frac{V_2 + R_2 i_1}{R_2 + R_3} \quad ; \quad i_1 = \frac{R_2 V_1 + R_3 V_1 - R_3 V_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

Sostituendo

$i_1 = 0.35\ A$

$i_2 = 0.46\ A$

nei rami avremo quindi:

$i_{R_1} = i_1$

$i_{R_2} = 0.11\ A$ (da B verso A)

$i_{R_3} = i_2$

La potenza dissipata da R_3 sarà

$P = i_2^2 R_3 = 2.5\ W$