Secondo esonero- 10 Gennaio 2022

Esercizio 1

Due fili conduttori rettilinei, paralleli ed infiniti, sono posti ad una distanza $d = 20\,\mathrm{cm}$ l'uno dall'altro. I due fili sono percorsi da correnti variabili nel tempo secondo le leggi:

$$i_1(t) = i_0 \cos(\omega t), \qquad i_2(t) = i_0 \sin(\omega t)\ ,$$

con $i_0 = 200\,\mathrm{A}$ e $\omega = 100\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Una spira quadrata di lato $L = 10\,\mathrm{cm}$ giace nel piano formato dai due fili. La spira è posta simmetricamente tra i due fili come mostrato in figura 1.

- Determinare il campo magnetico $B_0(t)$ al tempo t, nel centro della spira (**3 punti**).
- Determinare, in funzione del tempo t, il flusso del campo magnetico $\phi_B(t)$ concatenato alla spira (**5 punti**).
- Sapendo che la corrente che scorre nella spira al tempo $t' = \pi/2\omega$ vale $i(t') = 2 \times 10^{-6}$ A, determinare la resistenza R della spira (**5 punti**).
- Calcolare la forza per unità di lunghezza $dF/d\ell$ agente sul lato AB della spira al tempo $t'' = 3\pi/4\omega$ (**4 punti**).

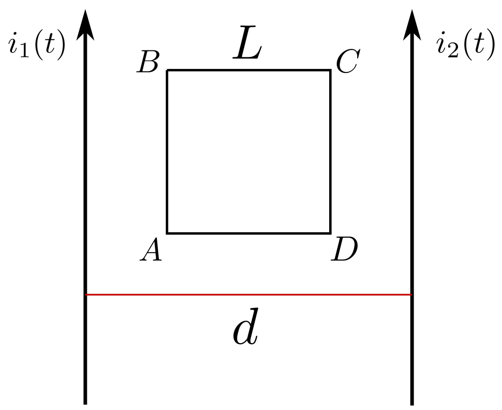

Figura 1

Esercizio 2

Due guide verticali, parallele e conduttrici, separate da una distanza $d = 0.5\,\mathrm{m}$, sono chiuse all'estremo superiore da un induttore con induttanza $L = 0.5 \times 10^{-2}$ H, come mostrato in figura 2. Lungo le guide può scorrere senza attrito una sbarretta conduttrice di massa $m = 20\,\mathrm{g}$. Il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme di modulo $B = 0.5\,\mathrm{T}$, ortogonale al foglio e con verso uscente. Si trascurino le resistenze dei conduttori.

- Scrivere l'espressione dell'accelerazione $dv(t)/dt \equiv a(t)$ della sbarretta al tempo t, in funzione della corrente $i(t)$ che scorre nel circuito, assumendo che $i(t) > 0$ se la corrente scorre in senso antiorario (**3 punti**).
- Determinare la relazione che lega la velocità $v(t)$ della sbarretta alla derivata temporale $di(t)/dt$ della corrente, in funzione di B, L, d (**3 punti**).
- Utilizzando le relazioni trovate ai punti precedenti, mostrare che la velocità $v(t)$ soddisfa l'equazione differenziale:

  $$\frac{d^2v(t)}{dt^2} = -\omega^2 \; v(t) \ ,$$

  e determinare la pulsazione ω (**6 punti**).
- L'equazione differenziale precedente ha, come noto, soluzione generale

  $$v(t) = V \sin{(\omega t + \phi)} \ .$$

  Determinare il valore dell'ampiezza V e della fase ϕ, sapendo che al tempo $t = 0$ si ha: $v(0) = 0$, $i(0) = 0$ (**4 punti**).

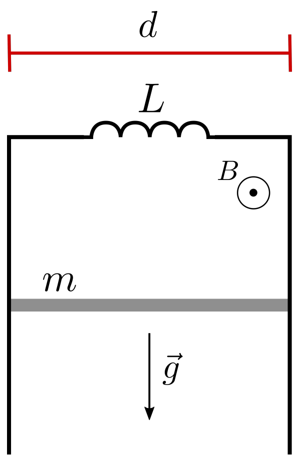

Figura 2