ESERCIZIO

In un recipiente si trovano $m_1 = 3$ kg di ghiaccio alla temperatura $T_1 = 253$ K. Si unisce una massa $m_2 = 1$ kg di acqua bollente ($T_2 = 373$ K). Trovare la situazione di equilibrio del sistema trascurando gli scambi di calore con l'esterno, sapendo che:

$c_1 = 2051$ J / kg K calore specifico ghiaccio

$c_2 = 4187$ J / kg K " " acqua

$\lambda_f = 3.3 \times 10^5$ J / kg calore latente di fusione

Possono verificarsi situazioni diverse in base ai dati del problema.

Innanzitutto prima di iniziare a congelare l'acqua può cedere al massimo un calore dato da:

$$Q_1 = m_2 c_2 (T_2 - T_0)$$

mentre il ghiaccio prima di iniziare a sciogliersi può assorbire al massimo:

$$Q_2 = m_1 c_1 (T_0 - T_1)$$

e poi l'acqua deve congelare tutta, deve cedere un calore pari a:

$$Q_1^c = m_2 \lambda_{fus}$$ c sta per congelamento

e analogamente per il ghiaccio se vuole sciogliersi tutto:

$$Q_1^f = m_1 \lambda_{fus}$$ f sta per fusione

Quello che accadrà dipende dai valori dei calori Q_1 e Q_2. Possiamo schematizzare i diversi casi

nel modo seguente:

$$Q_1 > Q_2$$

$Q_1 > Q_2 + Q_2^f$ → tutto il ghiaccio si scioglie: $T_{eq} > T_0$ ← cioè la T può salire ulteriormente

$Q_1 < Q_2 + Q_2^f$ → solo parte del ghiaccio si scioglie: $T_{eq} = T_0$

Se invece:

$$Q_2 > Q_1$$

$Q_2 > Q_1 + Q_1^c$ → tutta l'acqua congela $T_{eq} < T_0$ ← cioè la T può scendere ulteriormente

$Q_2 < Q_1 + Q_1^c$ → solo parte dell'acqua congela $T_{eq} = T_0$

Nel nostro caso abbiamo:

$$Q_1 = 4.187 \times 10^5 \text{ J}, \quad Q_2 = 1.23 \times 10^5 \text{ J}$$

$$Q_2^f = 9.9 \times 10^5 \text{ J}, \quad Q_1^c = 3.3 \times 10^5 \text{ J}$$

Ma allora:

$$T_{eq} = T_0 = 273 \text{ K}$$

e solo parte del ghiaccio si scioglierà. Per ricavare QUANTO ghiaccio si scioglie basta imporre:

$$m_x d_f = Q_1 - Q_2$$

Da cui:

$$m_x = \frac{Q_1 - Q_2}{d_f} = 0.897 \text{ kg}$$

Alla fine resterà:

$$m_{gh} = m_1 - m_x = 2.103 \text{ kg}$$

$$m_{acq} = m_2 + m_x = 1.897 \text{ kg}$$

ESERCIZIO

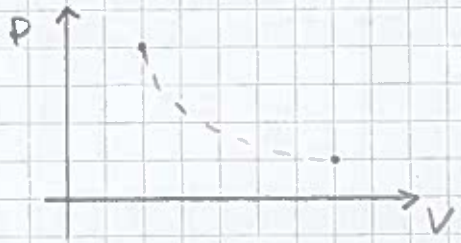
Un gas ideale è contenuto in un cilindro di sezione $S = 0.5\ m^2$ a pareti diatermiche. Il cilindro è posto in contatto con una sorgente a $c \to \infty$ e temperatura $T = 300\ K$. Il cilindro è chiuso da un pistone scorrevole, su cui è poggiato un peso $mg = 30\ N$, e il gas occupa un volume $V_1 = 10^{-2}\ m^3$. Si aggiunge un altro peso $mg = 30\ N$ si porta a un volume $V_2 = 0.5 \times 10^{-2}\ m^3$. Trovare il lavoro subito dal gas. Come sarebbe cambiato il lavoro se, invece di aggiungere un unico pesetto, fossero stati appoggiati gradualmente tanti pesetti di massa dm per lo stesso peso totale?

$S = 0.5\ m^2$ $\quad T = 300\ K$

$V_1 = 10^{-2}\ m^3$ $\quad mg = 30\ N$

$V_2 = 0.5 \times 10^{-2}\ m^3$

Poichè il gas è tenuto in contatto con la sorgente a temperatura T abbiamo una COMPRESSIONE ISOTERMA che sarà irreversibile perchè rapida (cioè il sistema passa attraverso stati di non equilibrio termico/meccanico). Nel piano P-V sarà rappresentata da:



in generale
$dL = p\,dV$

La pressione esterna a cui è sottoposto il gas sarà:

$$P_{ext} = \frac{2mg}{S}$$

Il lavoro sarà:

$$L = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = P_{ext} \int_{V_1}^{V_2} dV = P_{ext}(V_2 - V_1) =$$

$$= \frac{2mg}{S}(V_2 - V_1) = -0.6\ J$$

Il segno negativo indica che il lavoro è compiuto SUL sistema.

Se aggiungessi lentamente dei pesetti infinitesimi di massa dm la trasformazione diventerebbe REVERSIBILE, e quindi la pressione del gas sarebbe determinata in ogni istante come funzione di V secondo

l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$PV = mRT$$

ma allora l'integrale sarebbe:

$$L' = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = \int_{V_1}^{V_2} mRT \frac{dV}{V} = mRT\left[\log(V_2) - \log(V_1)\right]$$

$$= mRT \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$