Quarto scritto- 5 Settembre 2022

Esercizio 1

Una carica totale $Q = 1.5 \times 10^{-5}$C è uniformemente distribuita su di un anello di raggio $R = 3\,$cm e sezione trascurabile, come mostrato in figura 1.

- Determinare il campo elettrico lungo l'asse di simmetria dell'anello (**4 punti**).
- Individuare i punti lungo l'asse di simmetria dove il modulo del campo elettrico è massimo (**3 punti**).

Un punto materiale di massa $m = 1\,$g e carica elettrica $q = -2 \times 10^{-6}$C viene posto a riposo lungo l'asse di simmetria dell'anello ad una distanza d dal centro.

- Dimostrare che per $d \ll R$ il punto materiale è soggetto ad una forza approssimativamente armonica e determinare il periodo delle piccole oscillazioni (**4 punti**).

Costante dielettrica del vuoto: $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$F m^{-1}.

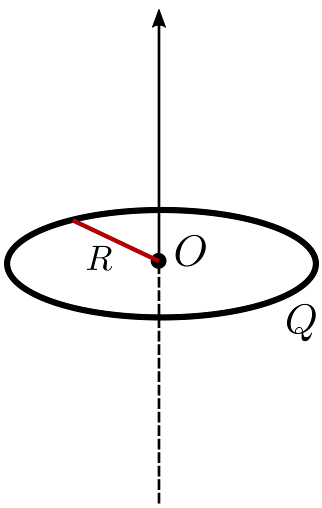

Figura 1

Esercizio 2

In un piano sono presenti una spira conduttrice a forma di triangolo equilatero di lato $L = 5\,\mathrm{cm}$, ed un filo conduttore rettilineo ed infinito, come mostrato in figura 2. Il filo conduttore si trova a distanza $d = 8\,\mathrm{cm}$ dal vertice A della spira ed è percorso da una corrente variabile nel tempo $i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$, con $i_0 = 2\,\mathrm{A}$ e $\tau = 1\,\mathrm{s}$. Il lato $B - C$ della spira è parallelo al filo conduttore.

- Determinare il campo magnetico $\vec{B}(t)$ prodotto dal filo al tempo t, in funzione della distanza dall'asse del filo (**2 punti**).
- Determinare il flusso del campo magnetico $\phi_B(t)$ al tempo t, concatenato alla spira (**6 punti**).
- Determinare la resistenza R della spira sapendo che al tempo $t = \tau$ la corrente indotta nella spira vale $i_{ind}(t = \tau) = 1.85 \times 10^{-9}$ A (**3 punti**).

Permeabilità magnetica del vuoto: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\mathrm{H\,m^{-1}}$.

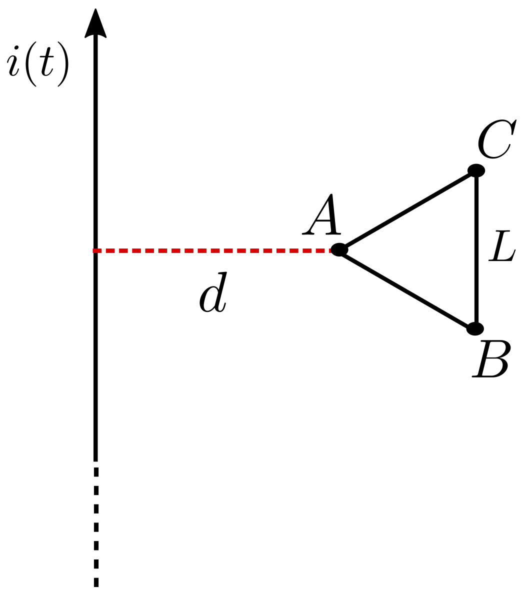

Figura 2

Esercizio 3

Una sbarretta conduttrice di lunghezza $L = 30\,\mathrm{cm}$ e massa $m = 20\,\mathrm{g}$, può muoversi senza attrito lungo due binari conduttori, formando un circuito chiuso con resistenza complessiva $R = 0.2\,\Omega$. Nel piano del circuito è presente un campo magnetico $B = 1\,\mathrm{T}$ uniforme, perpendicolare al piano del foglio e con verso uscente. Come indicato in figura 3, la sbarretta conduttrice è collegata, tramite una molla di costante elastica $k = 100\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ e lunghezza a riposo ℓ, al lato $A - B$ del circuito. La molla è costituita da materiale isolante. Si supponga che le condizioni iniziali siano tali per cui la sbarretta non raggiunga mai il lato $A - B$ del circuito.

- Determinare la corrente $i(t)$ indotta nella sbarretta al tempo t in funzione della sua velocità $v(t)$ (**3 punti**).
- Avendo indicato con $x(t)$ la posizione orizzontale della sbarretta rispetto al lato $A - B$ del circuito, dimostrare che la sbarretta conduttrice compie un moto armonico smorzato descritto da:

  $$\frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} = -\omega^2 \cdot (x(t) - \ell) - \gamma \frac{\partial x(t)}{\partial t} \ ,$$

  e determinare il valore di ω e γ (**5 punti**).
- Sapendo che l'equazione precedente ha come soluzione generale:

  $$x(t) = \ell + A e^{-t/\tau} \cdot \cos(\omega' t + \phi) \ ,$$

  determinare il valore del tempo di smorzamento τ e della pulsazione ω' in funzione di ω e γ (**3 punti**).

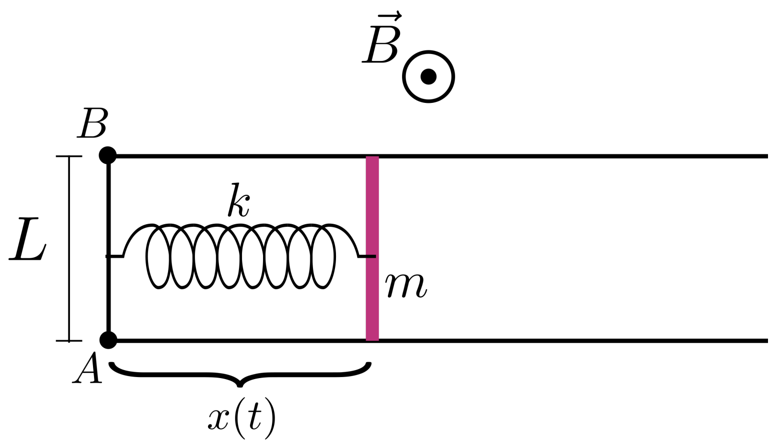

Figura 3