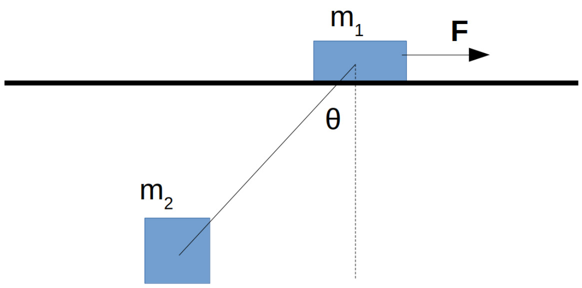
Fisica 1 - Esame scritto settembre 2023

Esercizio 1

Una massa ($m_1 = 0.7$ kg) si muove con accelerazione costante su un piano orizzontale, sottoposta ad una forza $\vec{F}$ di modulo 9.81 N. La massa m_1 è collegata tramite un filo inestensibile ad un'altra massa sospesa $m_2 = 0.3$ kg. Il filo forma un angolo costante θ con la verticale.

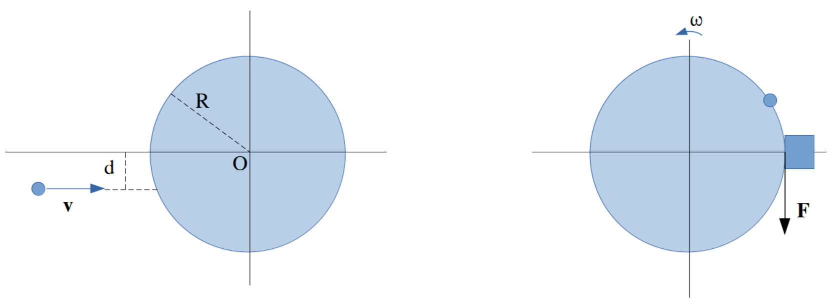
1. Disegnare il diagramma delle forze per entrambe le masse. [**4 punti**]
2. Calcolare l'angolo θ. [**4 punti**]
3. Calcolare il modulo della reazione vincolare del piano orizzontale. [**3 punti**]



Esercizio 2

Una pallina di massa $m = 0.5$ kg viene lanciata con velocità costante $v = 13$ m/s contro un disco in quiete di massa $M = 3$ kg e raggio $R = 0.6$ m che può ruotare intorno al suo asse senza attrito. La traiettoria della pallina è a distanza $d = 0.1$ m dall'asse del disco. La pallina colpisce il disco e vi rimane attaccata.

1. Calcolare la velocità angolare del sistema subito dopo l'urto. [**4 punti**]
2. Calcolare quanta energia viene dissipata nell'urto. [**3 punti**]
3. Si pone un freno a contatto con il disco e questo si ferma dopo un tempo $\Delta t = 2$ s. Calcolare quanto vale la forza di attrito F, supponendola costante. [**4 punti**]



Esercizio 3

Un recipiente adiabatico è diviso da un setto fisso in due parti A e B, di volumi $V_A = 0.1$ m^3 e $V_B = 0.2$ m^3, in cui viene versato del gas perfetto biatomico. In A si versano $n_A = 5$ moli di gas a temperatura $T_A = 300$ K, mentre in B si versano $n_B = 3$ moli di gas a temperatura $T_B = 450$ K. Il setto divisore è permeabile al calore. Si lascia che il sistema raggiunga l'equilibrio termico.

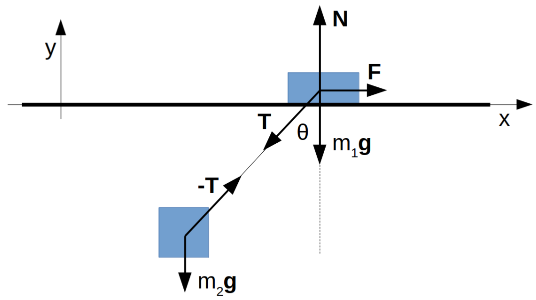
1. Dimostrare che l'energia totale del gas rimane costante. [**3 punti**]
2. Calcolare la temperatura finale del gas all'equilibrio, e la pressione finale in A e in B. [**4 punti**]
3. Calcolare la variazione di entropia di tutto il gas nel processo. [**4 punti**]

Soluzione del primo esercizio:

1. Sulla massa m_1 agiscono: forza $\vec{F}$, peso $m_1\vec{g}$, tensione del filo $\vec{T}$, reazione del piano $\vec{N}$.

Sulla massa m_2 agiscono solo il peso $m_2\vec{g}$ e la tensione del filo $-\vec{T}$.

Per le caratteristiche del problema, conviene scomporre le forze lungo l'asse orizzontale x e quello verticale y.



2. Per la massa m_1 si ha:

$$F - T\sin\theta = m_1 a \tag{1}$$
$$N - m_1 g - T\cos\theta = 0 \tag{2}$$

mentre per la massa m_2:

$$T\sin\theta = m_2 a \tag{3}$$
$$T\cos\theta - m_2 g = 0 \tag{4}$$

Le equazioni (1), (3) e (4) costituiscono un sistema di tre equazioni nelle tre incognite T, θ e a. Da (1) e (3) si ricava:

$$F - m_2 a = m_1 a \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 9.81 \text{ m/s}^2 \tag{5}$$

Inoltre risulta conveniente eseguire il rapporto fra (3) e (4), da cui si trova:

$$\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{m_2 a}{m_2 g} \Rightarrow \tan\theta = \frac{a}{g} \tag{6}$$

quindi:

$$\theta = \arctan\frac{a}{g} = 45° \tag{7}$$

3. Dall'eq. (2), si ha $N = m_1 g + T\cos\theta$. Dalla (4) si ricava $T = m_2 g/\cos\theta$, quindi $N = m_1 g + m_2 g = 9.81$ N.

Soluzione del secondo esercizio:

1. Nell'urto il momento delle forze esterne rispetto al centro del disco è zero, quindi si conserva il momento angolare. Inizialmente questo vale (rispetto al centro del disco):

$$L = mvd \tag{8}$$

Dopo l'urto, si ha $L = I\omega$ dove I è il momento d'inerzia totale del sistema disco+pallina rispetto al centro del disco e ω la velocità angolare del sistema. I è dato dalla somma del momento d'inerzia del disco, che vale $\frac{1}{2}MR^2$, e quello della pallina, che vale mR^2:

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2 \tag{9}$$

quindi

$$\omega = \frac{L}{I} = \frac{mvd}{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2} = 0.9 \text{ rad/s} \tag{10}$$

2. L'energia meccanica iniziale è quella cinetica della pallina:

$$E_{\text{k,in}} = \frac{1}{2}mv^2 = 42.25 \text{ J} \tag{11}$$

mentre quella finale è l'energia cinetica del sistema:

$$E_{\text{k,fin}} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{L^2}{2I} = \frac{(mvd)^2}{2I} = \frac{1}{2}mv^2\left(\frac{md^2}{I}\right) = 0.29 \text{ J} \tag{12}$$

Quindi 41.96 J di energia sono stati persi durante l'urto.

3. La forza F produce un momento rispetto al centro del disco, di modulo

$$\mathcal{M} = RF \tag{13}$$

Poiché sia F che $\mathcal{M}$ sono costanti, si ha:

$$\mathcal{M} = \frac{\Delta L}{\Delta t} \tag{14}$$

dove ΔL è la variazione di momento angolare. Quando il disco si ferma, $L = 0$ e quindi si ha:

$$\mathcal{M} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{mvd}{\Delta t} \tag{15}$$

infine

$$F = \frac{\mathcal{M}}{R} = \frac{mvd}{R\,\Delta t} = 0.54 \text{ N.} \tag{16}$$

Soluzione del terzo esercizio:

1. Basta applicare il primo principio della termodinamica:

$$Q = \mathcal{L} + \Delta U \tag{17}$$

dove $Q = 0$ perché non c'è scambio di calore con l'esterno e $\mathcal{L} = 0$ perché il volume del recipiente è costante, quindi il gas non compie lavoro. Quindi $\Delta U = 0$. Più precisamente, essendo il recipiente diviso in due parti, possiamo scrivere:

$$\Delta U_A + \Delta U_B = 0 \tag{18}$$

2. Detta T_f la temperatura finale e ricordando che $\Delta U = nc_v \Delta T$, l'eq. (18) si riscrive:

$$n_A c_V (T_f - T_A) + n_B c_V (T_f - T_B) = 0 \tag{19}$$

allora

$$T_f = \frac{n_A T_A + n_B T_B}{n_A + n_B} = 356.25 \text{ K.} \tag{20}$$

La pressione finale vale

$$p_{A,f} = \frac{n_A R T_f}{V_A} = 1.48 \times 10^5 \text{ Pa} \tag{21}$$

$$p_{B,f} = \frac{n_B R T_f}{V_B} = 0.56 \times 10^5 \text{ Pa} \tag{22}$$

3. La variazione totale di entropia è $\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B$. Per calcolare ΔS_A e ΔS_B possiamo considerare una isocora reversibile tra stato iniziale e finale.

$$\Delta S_A = n_A c_V \log\left(\frac{T_f}{T_A}\right) = 17.86 \text{ J/K} \tag{23}$$

$$\Delta S_B = n_B c_V \log\left(\frac{T_f}{T_B}\right) = -14.57 \text{ J/K} \tag{24}$$

quindi

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B = 3.29 \text{ J/K.} \tag{25}$$