

Fisica della Materia Condensata

Prof. Paola Gallo

I prova di esonero - 2 Dicembre 2016

Svolgere entrambi gli esercizi in due ore

Esercizio 1

Col metodo delle polveri viene studiato un cristallo monoatomico.

1. Calcolare il modulo dei due vettori di reticolo reciproco ai quali sono associati i primi due massimi di diffrazione, $\theta^{(1)}$ e $\theta^{(2)}$, nei due seguenti reticoli A e B:

A: reticolo cubico semplice (*sc*) con base atomica $\vec{d}_1 = (0, 0, 0)$ e $\vec{d}_2 = \frac{a}{2}(1, 1, 1)$,

B: reticolo cubico a corpo centrato (*bcc*) con base atomica $\vec{d}_1 = (0, 0, 0)$ e $\vec{d}_2 = \frac{a}{4}(1, 1, 1)$.

2. Determinare se il campione studiato ha reticolo di tipo A o di tipo B, dove A e B sono i reticoli descritti nel punto precedente, sapendo che i primi due angoli ai quali si osserva sperimentalmente un massimo di diffrazione valgono $\theta^{(1)} = 35.7^\circ$ e $\theta^{(2)} = 41.5^\circ$.
3. Calcolare il parametro reticolare a del campione, sapendo che la lunghezza d'onda usata nell'esperimento vale $\lambda = 1.1 \text{ \AA}$.
4. Come cambierebbe la posizione del primo massimo di diffrazione se il campione fosse un cristallo biatomico?

Esercizio 2

Un certo elemento di densità 7310 kg/m^3 cristallizza in un reticolo di simmetria cubica semplice. Sia $a = 4 \text{ \AA}$ il lato della cella cubica. Le relazioni di dispersione delle branche acustiche sono:

$$\begin{aligned}\omega_L(q) &= \omega_0 \left| \sin\left(\frac{qa}{2}\right) \right| \\ \omega_{T1}(q) &= \omega_0 \left| \sin(qa) + \sin\left(\frac{qa}{2}\right) \right| \\ \omega_{T2}(q) &= \omega_0 \left| \sin(qa) - \sin\left(\frac{qa}{2}\right) \right|\end{aligned}$$

dove L indica la branca longitudinale, T1 e T2 quelle trasversali. La frequenza longitudinale a bordo zona vale $1 \cdot 10^{13} \text{ rad/s}$.

1. Calcolare le velocità del suono del cristallo;
2. Calcolare le temperature di Debye del cristallo;
3. Calcolare la capacità termica per unità di massa in approssimazione di Debye a $T = 10 \text{ K}$;
4. Calcolare la capacità termica per unità di massa a $T = 1000 \text{ K}$;
5. Quanto vale la capacità termica per unità di massa a $T = 1000 \text{ K}$ nel caso il cristallo abbia tre atomi per cella primitiva?

$$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} = 8.62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$$

$$\hbar = 1.054 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 6.58 \cdot 10^{-16} \text{ eV}\cdot\text{s}$$