μ_r = PERMEABILITÀ MAGNETICA RELATIVA DEL MEZZO

χ_m = SUSCETTIVITÀ MAGNETICA

$$\boxed{\mu_r = 1 + \chi_m} \qquad \boxed{\chi_m = \mu_r - 1}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \qquad \vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} - \vec{M}$$

dove $\vec{M}$ è la magnetizzazione

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$\Rightarrow$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{M} = (\mu_r - 1)\vec{H} \qquad \vec{M} = \vec{B}\,\frac{\mu_r - 1}{\mu_r \mu_0}$$

	χ_m	μ_r	χ_m, μ_r	$\vec{M}, \vec{H}$	B, B_0
DIAMAGNETICA	<0	<1	costanti	$\vec{M}$ opposta ad $\vec{H}$	$B < B_0$
PARAMAGNETICA	>0	>1	costanti	$\vec{M}$ concorde ad $\vec{H}$	$B > B_0$
FERROMAGNETICA	$\gg 0$	$\gg 1$	funzione di H	$\vec{M}$ concorde ad $\vec{H}$ *	$B \gg B_0$

ESERCIZIO

Una bobina formata da 200 spire è avvolta attorno a un anello di materiale ferromagnetico di permeabilità $\mu_r = 8 \cdot 10^3$ e di raggio $R = 25$ cm. Trovare la corrente che deve passare nella bobina per avere una magnetizzazione $M = 3.5 \; 10^5$ A/m

La magnetizzazione è collegata a B

$$B = \mu_0 \mu_r H = \mu H$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} - M$$

$$M = (\mu_r - 1) H$$

Applico la legge di Ampere per H

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = Ni \Rightarrow 2\pi R H = Ni$$

$$H = \frac{Ni}{2\pi R}$$

ottengo quindi $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \frac{Ni}{2\pi R}$

$$\vec{M} = \vec{B} \frac{\mu_r - 1}{\mu_r \mu_0} \implies$$

$$\vec{M} = \mu_0 \mu_r \frac{Ni}{2\pi R} \frac{(\mu_r - 1)}{\mu_0 \mu_r} = (\mu_r - 1) \frac{Ni}{2\pi R}$$

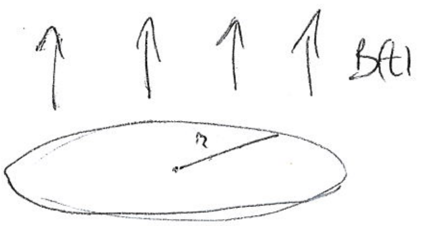
Da qui posso ricavare i

$$i = \frac{2\pi R M}{(\mu_r - 1) N}$$

ESERCIZIO

Una spira circolare di raggio $r = 1\,cm$ e resistenza $R = 2\Omega$ è immersa in un campo B uniforme diretto parallelamente all'asse della spira di modulo variabile nel tempo $B(t) = B_0 e^{-t}$ con $B_0 = 1\,T$.

Trovare la corrente indotta sulla spira quando $B = \frac{B_0}{2}$



$$\mathcal{E} = -\frac{d\,\phi(B)}{dt}$$ legge di Faraday-Neumann

consideriamo come superficie la superficie piana che ha come bordo la spira

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\cdot\vec{n}\,dS = -\frac{\partial}{\partial t} B(t)\int dS$$

$$= -\pi r^2 \frac{\partial}{\partial t}(B_0 e^{-t}) = \pi r^2 B_0 e^{-t}$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{E} = \pi r^2 B_0 e^{-t}$$ f.e.m indotta

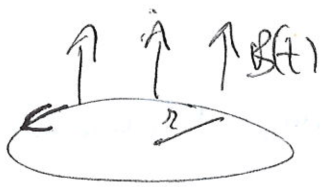
$$\mathcal{E} = Ri = \pi r^2 B_0 e^{-t}$$

da cui segue

$$i = \frac{B_0 e^{-t}}{R} \pi r^2$$

Se il campo B vale $\frac{B_0}{2}$ la corrente indotta sarà

$$i = \frac{B_0}{2R} \pi r^2 = 7.85 \; 10^{-5} \, A$$



$$\frac{d\phi}{dt} < 0 \qquad \mathcal{E} > 0$$

ESERCIZIO

Un filo indefinito e una spira quadrata di lato $l = 1\,mm$ sono posti come in figura. All'istante $t=0$ nel filo circola una corrente $i_0 = 1\,A$ e $d = 1\,mm$

Trovare:

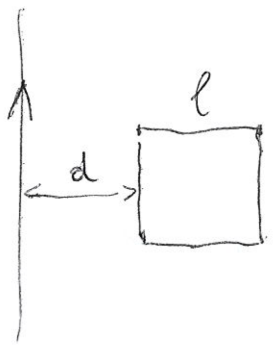
1) B al centro della spira a $t=0$

2) la f.e.m. indotta sulla spira se d resta costante e la corrente varia come:

$$i = i_0 \cos \omega t \qquad \text{con} \qquad \omega = 1\ rad/s$$

3) la f.e.m. indotta a $\bar{t} = 1\,s$ se i resta costante e la spira si muove di moto rettilineo uniforme

$$d(t) = d + vt \qquad v = 1\ mm/s$$



1) Il campo nel centro della spira si trova applicando la legge di Ampere

La curva da considerare è una circonferenza di raggio $x = d + l/2$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i$$

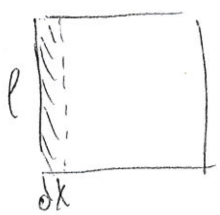
$$2\pi x B = \mu_0 i$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi x} = \frac{\mu_0 i}{2\pi\left(d+\frac{\ell}{2}\right)} = 1.33\ 10^{-4}\ T$$

2)

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\cdot\vec{n}\ dS$$

considero come elemento di superficie ℓdx



il campo ad una generica distanza x è

$$B(t) = \frac{\mu_0\ i(t)}{2\pi x} = \frac{\mu_0\ i_0\ \cos(\omega t)}{2\pi x}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_d^{d+\ell} \frac{\mu_0\ i_0\ \cos\omega t}{2\pi x}\,\ell dx = \frac{\mu_0 i_0\, \ell\, \omega\ \mathrm{sen}\ \omega t}{2\pi}\int_d^{d+\ell}\frac{dx}{x}$$

$$\mathcal{E} = \frac{\mu_0 i_0 l \omega \operatorname{sen} \omega t}{2\pi} \log \frac{d+l}{d}$$

sostituendo

$$\mathcal{E} = 1{,}39 \; 10^{-10} \operatorname{sen} \omega t$$

ad esempio se $\tilde{t} = 1.57\,s$ $\quad \mathcal{E}(\tilde{t}) = 1.39 \; 10^{-10}\,V$

3) In questo caso è la spira a muoversi ma comunque cambia il flusso concatenato

Il campo ha la stessa espressione di prima ma gli estremi di integrazione variano nel tempo

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{d+vt}^{d+vt+l} \frac{\mu_0 i}{2\pi x} l\,dx = -\frac{\mu_0 i l}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} \log\left(\frac{d+vt+l}{d+vt}\right) =$$

$$= -\frac{\mu_0 i l}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t}\left(\log\left(1+\frac{l}{d+vt}\right)\right) =$$

$$= \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \frac{1}{1+\frac{l}{d+vt}} \frac{l}{d+vt} v = \frac{\mu_0 i l^2}{2\pi (d+vt+l)(d+vt)} v$$

per $\bar{t} = 1\,s$ $\quad \mathcal{E} = 3.33 \; 10^{-11}\,V$