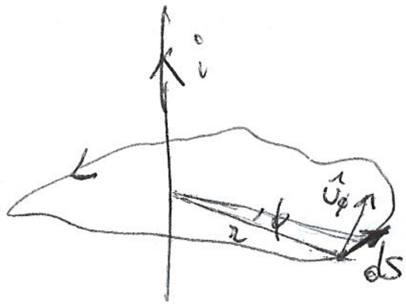
LEGGE DI AMPERE

Consideriamo un filo rettilineo indefinito e un cammino generico descritto dal vettore infinitesimo $\vec{ds}$

$\Rightarrow$ il prodotto scalare $\vec{B} \cdot \vec{ds}$ sarà dato da

$$\vec{B} \cdot \vec{ds} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \hat{u}_\phi \cdot \vec{ds}$$



$$\hat{u}_\phi \cdot \vec{ds} = r \, d\phi$$

$$B \cdot dS = \frac{\mu_0 i}{2\pi} d\phi$$

Consideriamo la circuitazione di $\vec{B}$ lungo una linea chiusa

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint d\phi$$

abbiamo 2 possibilità:

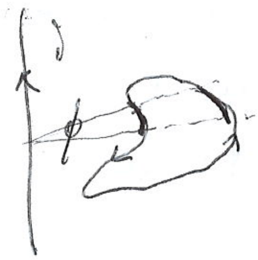
- o la linea chiusa concatena la corrente i

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \pm \mu_0 i$$

il segno dipende dal fatto che il verso di percorrenza della linea sia legato o no a quello di i

- la linea chiusa non concatena il filo

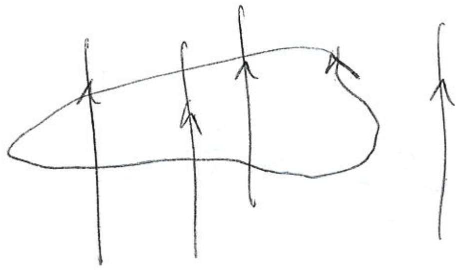
$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$



Se ho n fili j dei quali concatenati con il cammino considerato avremo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint \left(\sum_n \vec{B}_n\right) \cdot d\vec{S} = \sum_n \oint \vec{B}_n \cdot d\vec{S}$$

$$= \sum_j \mu_0 i_j$$



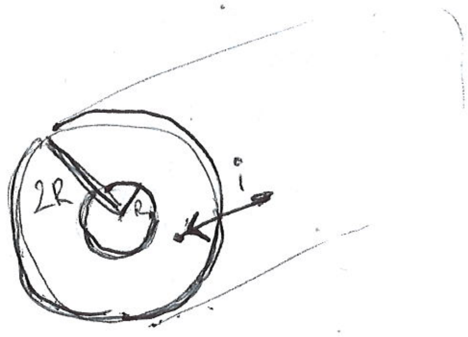
dove nella somma delle correnti concatenate uso preso il segno opportuno

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \sum_j \mu_0 i_j}$$

LEGGE DI AMPERE

ESERCIZIO

Un conduttore cilindrico cavo di raggio interno R e raggio esterno 2R è percorso da una corrente i. Trovare il campo B in tutto lo spazio



Applico la legge di Ampere

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_k i_k = \mu_0 \int_S \vec{J}\cdot\vec{u}\, dS$$

→ scrivo la corrente concatenata in termini densità di corrente J

Distinguiamo vari casi

$\boxed{r<R}$

All'interno della cavità $i=0 \Rightarrow B=0$

$\boxed{r > 2R}$

$$\oint_r \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 i \Rightarrow$$

$$\oint_r B\, dS = B \oint_r dS = 2\pi r B = \mu_0 i$$

$$\Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$\boxed{R < r < 2R}$

Solo una porzione della densità di corrente J sarà concatenata

Nell'ipotesi in cui J sia uniforme sulla sezione avremo

$$J = \frac{i}{\sigma} = \frac{i}{4R^2\pi - \pi R^2} = \frac{i}{3\pi R^2}$$

$$\int_S \vec{J} \cdot \vec{u}\, dS = \frac{i}{3\pi R^2} \int_R^r 2\pi r'\, dr' = \frac{i}{3\pi R^2}\, 2\pi\, \frac{r^2 - R^2}{2} =$$

$$= \frac{i}{3R^2}\left(r^2 - R^2\right)$$

Quindi

$$2\pi r B = \frac{\mu_0 i}{3R^2}(r^2 - R^2)$$

da cui otteniamo

$$B = \frac{\mu_0 i}{6\pi R^2} \frac{r^2 - R^2}{r}$$

ESERCIZIO

Un conduttore cilindrico di raggio R_1 è contenuto all'interno di una guaina conduttrice cilindrica di raggio interno R_2 e raggio esterno R_3.
Il conduttore interno è percorso da una corrente i mentre nella guaina circola la stessa corrente i in verso opposto. Sapendo che la corrente che circola nella guaina è uniforme calcolare B in tutto lo spazio nel caso in cui

1) i è distribuita solo sulla superficie del conduttore
2) i è uniforme sulla sezione del conduttore

Considero 4 regioni

$0 < r \leq R_1$ $\quad R_1 \leq r \leq R_2$ $\quad R_2 \leq r \leq R_3$ $\quad r \geq R_3$

Applico la legge di Ampere

$\boxed{\text{per } r \geq R_3}$ $B=0$ perché la somma delle correnti concatenate è nulla

$\boxed{\text{per } R_1 \leq r \leq R_2}$ $B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$ indipendentemente da come sono distribuite le correnti nel conduttore

$\boxed{0 < r \leq R_1}$

Se la corrente è superficiale il campo è nullo

$B = 0$

Se è uniformemente distribuita

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} \, ds$$

$$J = \frac{i}{\pi R_1^2}$$

$\Rightarrow$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \int_0^r \frac{i}{\pi R_1^2} 2\pi r' \, dr'$$

da cui

$$\cancel{2\pi} r B = \mu_0 \frac{i}{\pi R_1^2} \cancel{2\pi} \frac{r^2}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R_1^2}$$

$\boxed{\text{per } R_2 \leq r \leq R_3}$

$$J_G = \frac{-i}{\pi (R_3^2 - R_2^2)}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dS} = -\frac{\mu_0 i}{\pi (R_3^2 - R_2^2)} \int_{R_2}^{r} 2\pi r' \, dr' + \mu_0 i$$