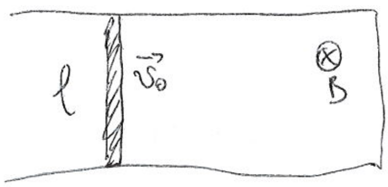
ESERCIZIO

Una sbarretta conduttrice di lunghezza l e massa m si muove senza attrito lungo due binari conduttori formando un circuito chiuso. La sbarretta si muove con velocità v_0 ed entra in una zona in cui è presente un campo $B \perp$ al piano del circuito. Sapendo che il circuito ha resistenza R trovare $V(t)$ e dopo quanto tempo $V(t^*) = V_0/3$



La f.e.m indotta è pari a

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi(B)}{dt} = -\frac{Bl\,dx}{dt} = -Blv_0$$

la corrente sarà quindi

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{Blv_0}{R}$$

La sbarretta sarà quindi sottoposta ad una forza di Lorentz pari a

$$F = i\,\vec{l} \times \vec{B} \qquad \text{NB } \vec{l} \text{ e } \vec{B} \text{ sono } \perp$$

$$F = i l B = -\frac{B l v}{R} l B = -\frac{B^2 l^2 v}{R}$$

dalla legge di Newton

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 l^2 v}{R}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dv}{v} = -\frac{B^2 l^2}{mR} dt$$

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t}$$

$$e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t^*} = \frac{1}{3} \Rightarrow t^* = \frac{Rm}{B^2 l^2} \log 3$$

Stessa configurazione di prima ma con un generatore attaccato alla sbarretta che fornisce una ddp pari a V

Nella sbarretta circola una corrente $i = \frac{V}{R}$

Essendo immersa in un campo magnetico alla sbarretta agirà una forza

$$F = iBl = \frac{V}{R} Bl$$

il moto della sbarretta farà variare il flusso di B concatenato

$$\frac{d\phi(B)}{dt} = Blv$$

la variazione di $\phi(B)$ produrrà una fem. nel circuito che si oppone a V

$Ri = V - fem \rightarrow iR = V - Blv$

$$i = \frac{V - Blv}{R}$$

la forza agente sul circuito è

$$F = iBl = \frac{V - Blv}{R} Bl = \frac{VBl}{R} - \frac{B^2l^2v}{R} = m\frac{dv}{dt}$$

che ha una soluzione del tipo

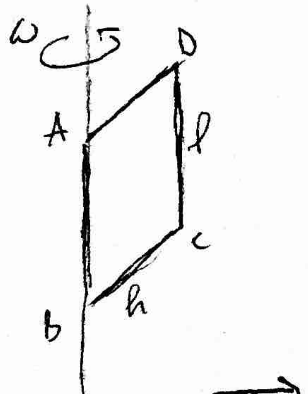
$$v(t) = \frac{V}{Bl}\left[1 - e^{-\frac{B^2l^2}{mR}t}\right]$$

ESERCIZIO

Una spira conduttrice rettangolare, di lati $AB = l = 20$ cm e $BC = h = 10$ cm, è costituita da un filo omogeneo a sezione $S = 1\,mm^2$ e resistività $\rho = 10^{-3}\,\Omega/m$. Ruota attorno al lato AB con velocità $\omega = 157$ rad/s. Nello spazio è presente un campo $B = 0.5T$ // al piano della spira al tempo $t=0$.

Trovare:

- La fem indotta
- Il tempo $\tilde{t}$ per cui la fem è massima
- Il valore massimo della fem
- Il valore massimo ΔV_{max} tra i punti C e D della spira



La fem indotta è pari a

$$fem = - \frac{d\phi(B)}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n}\, dS$$

$\Phi(B) = Blh \cos\omega t$

da cui si ottiene

$$fem = Blh\omega \, \text{sen}\,\omega t$$

La fem max si ottiene per $\text{sen}\,\omega t = 1$
ossia

$$\tilde{t} = \frac{\pi}{2}\frac{1}{\omega} = 10 \text{ ms}$$

$$fem(\tilde{t}) = Blh\omega = 1.57 V$$

Troviamo la resistenza

$$R_T = \rho \frac{2l + 2h}{S} = 6.2 \; 10^2 \Omega$$

$$i(t) = \frac{fem(t)}{R_T} = \frac{Blh\omega \, \text{sen}\,\omega t}{R_T}$$

$$i_{max} = i(\tilde{t}) = \frac{Blh\omega}{R_T} = 2.62 \; 10^{-3} A$$

La differenza di potenziale tra C e D sarà pari alla fem meno la caduta di tensione sul ramo CD

Questo perché la fem indotta si trova sul ramo CD

Infatti essendo originata dalla forza di Lorentz

- non può trovarsi sul ramo AB che è fermo
- sui rami BC e DA la forza di Lorentz è $\perp$ a $d\vec{l}$ quindi non compie lavoro

In conclusione

$$V_{CD} = fem - iR_{CD}$$

$$V_{CD}(\hat{t}) = Blh\omega - \frac{Blh\omega}{R_T} R_{CD}$$

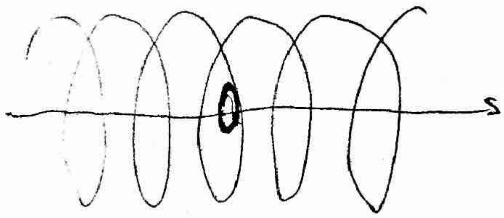
$$\frac{R_{CD}}{R_T} = \frac{l}{2(l+h)}$$

da cui

$$V_{CD} = Blh\omega\left(1 - \frac{l}{2(l+h)}\right)$$

ESERCIZIO

Un solenoide di lunghezza L composto da N spire di raggio r è percorso da una corrente $i = i_0 \sin\omega t$. All'interno del solenoide si trova una spira di raggio $a \ll r$ e resistenza R, coassiale, come in figura. Calcolare l'intensità della forza per unità di lunghezza esercitata sulla spira. ½ risultante totale. Se il periodo di oscillazione della corrente è T calcolare l'energia dissipata in 1 ora.



Il campo $\vec{B}$ del solenoide e' diretto lungo l'asse e vale

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 \frac{N}{L} i_0 \sin\omega t$$

calcoliamo il flusso di B sulla spira

$$\Phi(\vec{B}(t)) = \int \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS = \int B\, dS = B \pi a^2 =$$

$$= \pi a^2 \mu_0 \frac{N}{L} i_0 \sin\omega t$$

$$f_{em} = -\frac{d\,\Phi(B)}{dt} =$$

$$= -\pi a^2 \mu_0 \frac{N}{L}\,\omega\, i_0 \cos\omega t$$

la corrente che circola nella spira sarà allora data da

$$i_s = \frac{f_{em}}{R} = \frac{-\pi a^2 \mu_0 \omega\, i \cos\omega t}{LR}$$

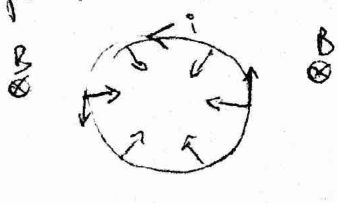
$$\vec{F} = i_s \vec{\ell} \times \vec{B} \qquad \text{con } \vec{\ell} \perp \vec{B}$$

$$\Rightarrow F = i_s \ell B$$

la forza per unità di lunghezza sarà data da

$$\frac{F}{\ell} = i_s B = \frac{\pi a^2}{R}\left(\mu_0 \frac{N}{L}\, i_0\right)^2 \omega \,\mathrm{sen}\,\omega t \cos\omega t$$

La risultante complessiva delle forze agenti sulla spira è nulla



medio su un periodo

$$E = \int_t P\, dt = \bar{P} \cdot 1h$$

calcoliamo $\bar{P}$

$$\bar{P} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{f_{em}^2}{R}\, dt =$$

$$= \left(\frac{\pi a^2 \mu_0 N i_0 \omega}{L}\right)^2 \frac{1}{RT} \underbrace{\int_0^T \cos^2\omega t\, dt}_{T/2} =$$

$$= \left(\frac{\pi a^2 \mu_0 N i_0 2\pi}{LT}\right)^2 \frac{1}{2R}$$