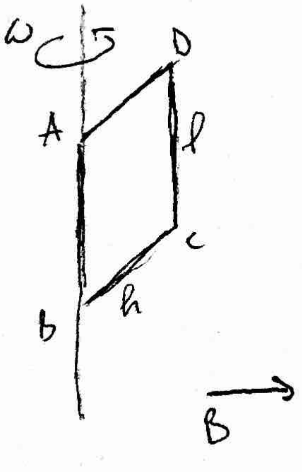
ESERCIZIO

Una spira conduttrice rettangolare, di lati $AB = l = 20\ cm$ e $BC = h = 10\ cm$, è costituita da un filo omogeneo a sezione $S = 1\ mm^2$ e resistività $\rho = 10^{-3}\ \Omega/m$. Ruota attorno al lato AB con velocità $\omega = 157\ rad/s$. Nello spazio è presente un campo $B = 0.5T$ // al piano della spira al tempo $t=0$.

Trovare:

- La fem indotta
- Il tempo $\tilde{t}$ per cui la fem è massima
- Il valore massimo della fem
- Il valore massimo ΔV_{max} tra i punti C e D della spira



La fem indotta è pari a

$$fem = -\frac{d\phi(B)}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot\vec{n}\,dS$$

$\Phi(B) = Blh \cos \omega t$

da cui si ottiene

$f_{em} = Blh\omega \operatorname{sen} \omega t$

La fem max si ottiene per $\operatorname{sen}\omega t = 1$ ossia

$\tilde{t} = \frac{\pi}{2}\frac{1}{\omega} = 10\ ms$

$f_{em}(\tilde{t}) = Blh\omega = 1.57\ V$

Troviamo la resistenza

$R_T = \rho \frac{2l+2h}{S} = 6.2\ 10^2\ \Omega$

$i(t) = \frac{f_{em}(t)}{R_T} = \frac{Blh\omega \operatorname{sen}\omega t}{R_T}$

$i_{max} = i(\tilde{t}) = \frac{Blh\omega}{R_T} = 2.62\ 10^{-3} A$

La differenza di potenziale tra C e D sarà pari alla fem meno la caduta di tensione sul ramo CD

Questo perché la fem indotta si trova sul ramo CD

Infatti essendo originata dalla forza di Lorentz

- non può trovarsi sul ramo AB che è fermo
- sui rami BC e DA la forza di Lorentz è $\perp$ a $d\vec{l}$ quindi non compie lavoro

In conclusione

$$V_{CD} = fem - iR_{CD}$$

$$V_{CD}(\hat{t}) = Blh\omega - \frac{Blh\omega}{R_T} R_{CD}$$

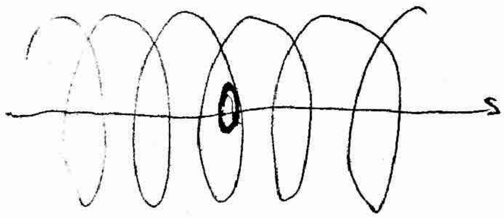
$$\frac{R_{CD}}{R_T} = \frac{l}{2(l+h)}$$

da cui

$$V_{CD} = Blh\omega\left(1 - \frac{l}{2(l+h)}\right)$$

ESERCIZIO

Un solenoide di lunghezza L composto da N spire di raggio r è percorso da una corrente $i = i_0 \operatorname{sen} \omega t$.
All'interno del solenoide si trova una spira di raggio $a \ll r$ e resistenza R, coassiale, come in figura. Calcolare l'intensità della forza per unità di lunghezza esercitata sulla spira.
R. risultante totale. Se il periodo di oscillazione della corrente è T calcolare l'energia dissipata in 1 ora.



Il campo $\vec{B}$ del solenoide è diretto lungo l'asse e vale

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 \frac{N}{L} i_0 \operatorname{sen} \omega t$$

calcoliamo il flusso di B sulla spira

$$\Phi(\vec{B}(t)) = \int \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS = \int B\, dS = B \pi a^2 =$$

$$= \pi a^2 \mu_0 \frac{N}{L} i_0 \operatorname{sen} \omega t$$

$$f_{em} = -\frac{d\Phi(B)}{dt} =$$

$$= -\pi a^2 \mu_0 \frac{N}{L} \omega i_0 \cos\omega t$$

la corrente che circola nella spira sarà allora data da

$$i_s = \frac{f_{em}}{R} = \frac{-\pi a^2 \mu_0 \omega i \cos\omega t}{LR}$$

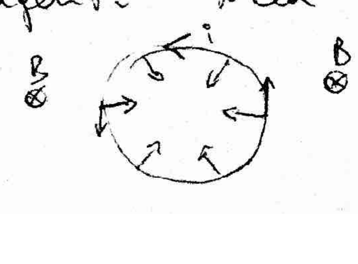
$$\vec{F} = i_s \vec{l} \times \vec{B} \qquad \text{con } \vec{l} \perp \vec{B}$$

$$\Rightarrow F = i_s l B$$

la forza per unità di lunghezza sarà data da

$$\frac{F}{l} = i_s B = \frac{\pi a^2}{R}\left(\mu_0 \frac{N}{L} i_0\right)^2 \omega \operatorname{sen}\omega t \cos\omega t$$

La risultante complessiva delle forze agenti sulla spira è nulla



$$E = \int_t P\, dt = \overline{P} \cdot 1h$$

($\overline{P}$: medio su un periodo)

calcoliamo $\overline{P}$

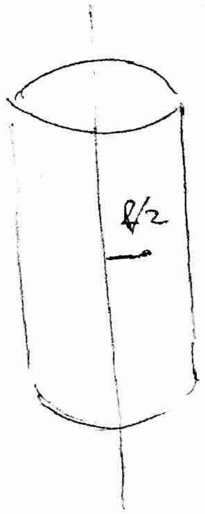
$$\overline{P} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{f_{em}^2}{R} dt =$$

$$= \left(\frac{\pi a^2 \mu_0 N i_0 \omega}{L} \right)^2 \frac{1}{RT} \underbrace{\int_0^T \cos^2 \omega t \, dt}_{T/2} =$$

$$= \left(\frac{\pi a^2 \mu_0 N i_0 2\pi}{LT} \right)^2 \frac{1}{2R}$$

ESERCIZIO

Un cilindro di raggio $R = 1\,cm$ e lunghezza $L \gg R$, costituita da un materiale con $\mu_r = 100$, è percorso da corrente in direzione // all'asse del cilindro. Trovare il campo il campo a distanza $\frac{R}{2}$ dall'asse sapendo che la densità di corrente varia come $J = k r$ con $k = 1.86\, 10^8\, A/m$.



Teorema di Ampere

$$\oint B\, dl = \mu_r \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot \vec{n}\, dS$$

prendo come linea una circonferenza $\perp$ all'asse del cilindro con centro sull'asse e $r = R/2$

$$\oint B\, dl = 2\pi \frac{R}{2} B = \pi R B$$

$$\mu_r \mu_0 \int J \cdot n\, dS = \mu_0 \mu_r \int_0^{R/2} k r\, 2\pi r\, dr =$$

$$= 2\pi \mu_0 \mu_r k \int_0^{R/2} r^2 dr =$$

$$= 2\pi \mu_0 \mu_r \left[\frac{R^3}{3}\right]_0^{R/2} = 2\pi \mu_r \mu_0 k \frac{R^3}{24}$$

$\Rightarrow$

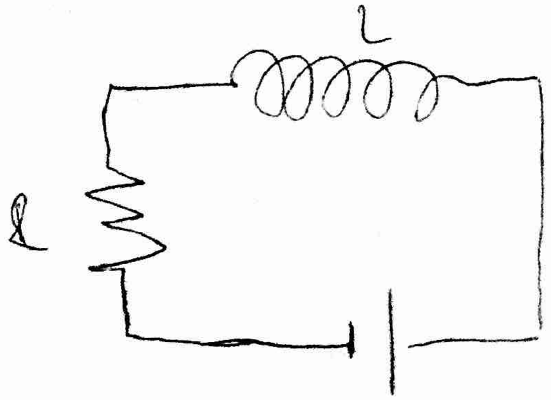
$$\cancel{\pi} \cancel{R} B = \cancel{2\pi} \mu_r \mu_0 \frac{k R^{\cancel{3}2}}{24}$$

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{k R^2}{12} = 2.99 \cdot 10^{-1}\ T$$

ESERCIZIO

Una bobina di induttanza $L = 2H$ e resistenza $R = 10\,\Omega$ è collegata ad una batteria con R_{int} trascurabile e $V_0 = 100V$. Calcolare dopo 0.1 s

- L'energia magnetica immagazzinata nella bobina
- Il calore sviluppato per effetto Joule
- L'energia erogata dalla batteria



$$V_0 - L\frac{di}{dt} = Ri$$

$$i(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$\frac{V_0}{R} = 10A \qquad \tau = \frac{L}{R} = 0.2\ s$$

La corrente dopo 0.1 s vale

$$i = 3.93 A$$

L'energia immagazzinata si ricava da

$$U = \frac{1}{2} L i^2 = 15.4 J$$

La potenza dissipata per effetto Joule vale

$$W = Ri^2 = \frac{V_0^2}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)^2$$

$$W_{Tot} = \int_{t=0}^{t=0.1s} W dt = \frac{V_0^2}{R} \int \left(1 + e^{-2\frac{R}{L}t} - 2e^{-\frac{R}{L}t}\right) dt =$$

$$= \frac{V_0^2}{R}\left[t - \frac{L}{2R} e^{-\frac{2R}{L}t} + \frac{2L}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \right]_0^{0.1s} = 5.81 J$$

L'energia erogata si può ottenere integrando

$P_g = V\, i(t)$

$$W_g = \int_0^{0.1s} P_g \, dt = \frac{V_0^2}{R}\left(1 - e^{-R/L\, t}\right) dt =$$

$$= \frac{V_0^2}{R}\left[t + \frac{L}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \right]_0^{0.1} = 21.2 \, J$$

oppure come somma dell'energia magnetica più l'energia dissipata per effetto Joule