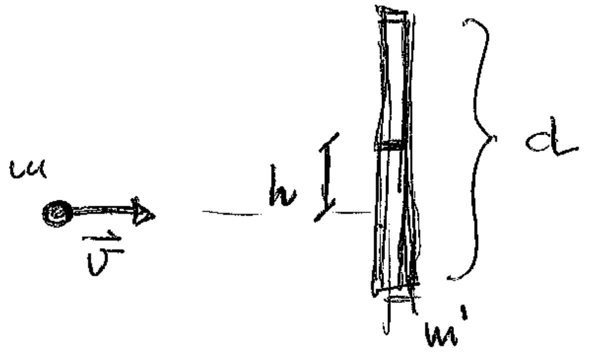
ESERCIZIO

UN PUNTO MATERIALE DI MASSA $m = 0.2$ Kg E VELOCITÀ $v = 3\,m/s$ SI MUOVE SU DI UN PIANO ORIZZONTALE LISCIO E COLPISCE UNA SBARRA AD UNA DISTANZA $h = 0.1\,m$ DAL CENTRO. LA MASSA DELLA SBARRA È $m' = m$ ED È LUNGA $d = 0.4$ m. L'URTO È ANAELASTICO. TROVARE LA PERDITA DI ENERGIA NELL'URTO.



L'URTO È ANAELASTICO $\Rightarrow$ NON SI CONSERVA L'ENERGIA CINETICA

NON CI SONO FORZE ESTERNE $\Rightarrow$ SI CONSERVANO SIA L'IMPULSO SIA IL MOMENTO ANGOLARE

- CONSERVAZIONE IMPULSO

$$\vec{P}_{in} = \vec{P}_{fin} \iff m v = m_{TOT} V_{CM}$$

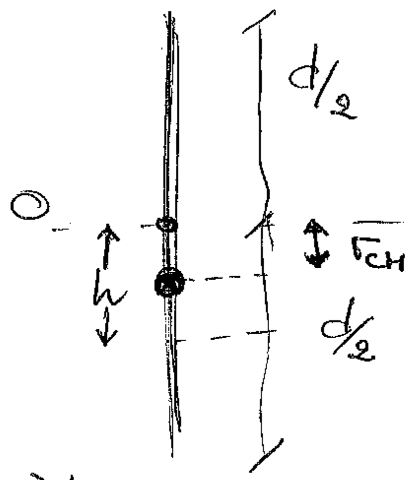
$$m v = 2m V_{CM} \Rightarrow V_{CM} = \frac{v}{2} = 1.5\,m/s$$

- CONSERVAZIONE MOMENTO ANGOLARE

CALCOLIAMO I MOMENTI RISPETTO AL C.D.M. DEL SISTEMA DOPO L'URTO, CHE RISULTA:

$$r_{CM} = \frac{\sum_j r_j m_j}{\sum_j m_j} = \frac{m h + m' \cdot 0}{m + m'} =$$

$$= \frac{m h}{2m} = \frac{h}{2} = 0.05\ m$$



$$\vec{L}_{in} = \vec{L}_{fin}$$

$$\vec{L}_{in} = \vec{r} \wedge \vec{P}_{in} \Rightarrow L_{in} = |\vec{r} \wedge \vec{P}_{in}|$$

$\vec{r}$: distanza della pallina dal centro di massa prima dell'urto $\Rightarrow r = \frac{h}{2}$

$$L_{in} = m v \times \frac{h}{2}$$

$L_{fin} = I\omega$ momento angolare dopo l'urto dove l'inerzia I è valutata rispetto al C.D.M.

USIAMO IL TEOREMA DI H.S.

$$I = \underbrace{I_{sbarra}}_{\text{momento d'inerzia della sbarretta rispetto al nuovo CDM}} + \underbrace{m r_{CM}^2}_{\text{contributo dovuto alla pallina}}$$

$$I_{sbarra} = I_{asse} + m' r_{CM}^2 = \frac{1}{12} m' d^2 + m' r_{CM}^2$$

$$\underset{(m=m')}{\Longrightarrow} \quad I = m\left(\frac{d^2}{12} + \frac{2 r_{CM}^2}{1}\right) = m\left(\frac{d^2}{12} + 2\,\frac{h^2}{4}\right) =$$

$$= \frac{m}{2}\left[\frac{d^2 + 6h^2}{6}\right]$$

$$L_{in} = L_{fin} \iff m v \frac{h}{2} = I\omega$$

$$\cancel{m} v \frac{h}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{m}}{\cancel{2}}\left[\frac{d^2 + 6h^2}{6}\right]\omega$$

$$\omega = \frac{6vh}{d^2 + 6h^2} = 8.18 \text{ rad}/s$$

POSSIAMO USARE IL TEO. DI KÖNIG E CALCOLARE L'ENERGIA FINALE

$$E_f = \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2} m_{TOT} V_{CM}^2$$

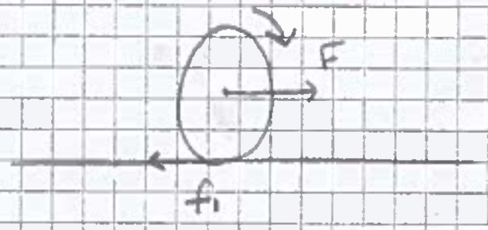
$$\Downarrow$$

$$\Delta E_K = E_f - E_i = \frac{1}{2} I\omega^2 + \frac{1}{2}(2m) V_{CM}^2 - \frac{1}{2} m v^2$$

$$\sim -0.3 \text{ J}$$

ESERCIZIO

Un anello di massa m e raggio r è disposto verticalmente. Esso viene fatto rotolare senza strisciare sopra un piano orizzontale tramite l'applicazione nel suo centro di una forza F orizzontale costante. Successivamente l'anello viene fatto strisciare lungo il piano sempre sotto l'azione della forza F. I coefficienti di attrito sono μ_d e μ_s. Si vuole che nei due casi l'accelerazione sia la stessa. Calcolare il valore della forza F.
Cosa cambia se l'avanzamento dell'anello avviene in quanto è applicato al suo asse un momento M anziché la forza F?



m, r, μ_s, μ_d

$I = mr^2$

Le equazioni che descrivono la traslazione e la rotazione dell'anello nel caso di puro rotolamento sono:

$$\begin{cases} F - f_1 = m a_{CM} \\ M_{TOT} = I\alpha \end{cases}$$

dove M_{TOT} è il momento delle forze esterne. Se il polo è il centro dell'anello l'unica forza a dare contributo è quella d'attrito:

$$M_{TOT} = f_1 r \quad \text{verso entrante}$$

Possiamo poi aggiungere la condizione di puro rotolamento.

$$v_{CM} = \omega r \quad , \quad a_{CM} = \alpha r$$

Ma allora:

$$F - f = m a_{CM}$$

$$f_1 r = I \frac{a_{CM}}{r} = mr^2 \frac{a_{CM}}{r} = mr a_{CM}$$

Da cui:

$$f_1 = a_{CM} m$$

e

$$F - m a_{CM} = m a_{CM} \rightarrow F = 2 m a_{CM}$$

Quindi avremo:

$$a_{CM} = \frac{F}{2m} \quad , \quad f_1 = \frac{F}{2}$$

Nel caso in cui l'anello striscia non c'è rotazione ma solo traslazione, quindi l'equazione non è che

$$F - f_2 = m a_{CM}$$

dove a_{CM} è la stessa di prima (è una richiesta del problema). Questa f_2 è di attrito dinamico:

$$f_2 = \mu_d m g$$

Quindi:

$$f_1 = f_2 = \mu_d m g$$

Ma allora

$$F = 2 f_1 = 2 \mu_d m g \quad , \quad a_{CM} = \frac{F}{2m} = \mu_d g$$

Se invece della forza f avessimo un momento M nel caso di puro rotolamento dovremmo considerare:

$$f = m a_{CM}$$

$$M - fr = I\alpha = mr^2 \frac{a_{CM}}{2r} = mr\,a_{CM}$$

dove la forza f deve produrre un momento opposto a M per garantire il puro rotolamento. In questo caso avremo:

$$a_{CM} = \frac{M}{2mr}, \quad f = \frac{M}{2r}$$