Esame di Fisica Generale 2 del 10 Settembre 2014

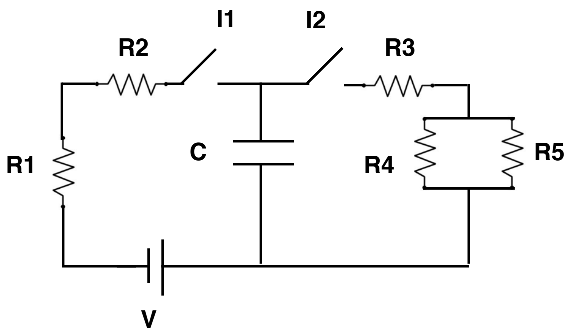
Svolgere tutti gli esercizi in 3 ore

ESERCIZIO 1
Un condensatore è costituito da due superfici cilindriche coassiali di raggio $R_1 = 2\,\mathrm{cm}$ e $R_2 = 5\,\mathrm{cm}$ e di altezza $h = 7\,\mathrm{cm}$. Lo spazio tra le due superfici è riempito da un dielettrico di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 5$.
Calcolare la capacità C (1 Punto).
Il condensatore viene connesso ad un generatore $V_0 = 50\,\mathrm{V}$ attraverso l'interruttore I_1 e due resistenze $R_1 = 1\,\mathrm{k}\,\Omega$ e $R_2 = 1.5\,\mathrm{k}\,\Omega$ (vedi figura). L'interruttore I_1 viene chiuso per un tempo $t_1 = 20\,\mathrm{ns}$. Calcolare:

1. La ddp ai capi del condensatore e la carica immagazzinata
2. L'energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore e il lavoro fatto dal generatore

Il condensatore viene quindi connesso tramite l'interruttore I_2 ad un secondo circuito ($R_3 = 1\,\mathrm{k}\,\Omega,\ R_4 = 1.5\,\mathrm{k}\,\Omega,\ R_5 = 2\,\mathrm{k}\,\Omega$). Calcolare:

1. La corrente che circola nel circuito dopo un tempo $t_2 = 25\,\mathrm{ns}$
2. L'energia dissipata per effetto joule dopo un tempo $t_2 = 25\,\mathrm{ns}$



SOLUZIONE
La capacità del condensatore cilindrico è

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r h}{\ln\frac{R_2}{R_1}} = 21.4\,\mathrm{pF}$$

Quando l'interruttore I_1 viene chiuso il condensatore si carica attraverso la resistenza equivalente

$$R_S = R_1 + R_2 = 2.5\,\mathrm{k}\,\Omega$$

La costante di tempo del circuto è $\tau_1 = CR_S = 53.5\,\mathrm{ns}$, segue che la ddp ai capi del condensatore dopo t_1 è:

$$V_C = V_0(1 - e^{-t/\tau_1}) = 15.6\,\mathrm{V}$$

e la carica immagazzinata vale $Q_C = CV_C = 333.8\,\mathrm{pC}$. L'energia immagazzinata nel condensatore vale

$$U_C = \frac{1}{2}CV_C^2 = 2.6\,\mathrm{nJ}$$

mentre il lavoro fatto dal generatore è pari a $W_G = Q_C V_0 = 16.7\,\mathrm{nJ}$.
Quando l'interruttore I_1 è aperto e I_2 viene chiuso il condensatore si scarica sulla resistenza equivalente

$$R_{eq} = R_3 + R_P = 1.86\,\mathrm{k}\,\Omega, \qquad R_P = \frac{R_4R_5}{R_4 + R_5} = 0.86\,\mathrm{k}\,\Omega$$

Il circuito ha una nuova costante di tempo $\tau_2 = CR_{eq} = 39.8\,\mathrm{ns}$, la ddp ai capi del condensatore vale quindi

$$V_C' = V_C e^{-t/\tau_2} = 8.3\,\mathrm{V}$$

e la corrente vale

$$i = \frac{V_C'}{R_{eq}} = 4.5\,\mathrm{mA}$$

L'energia dissipata si può calcolare come la differenza tra l'energia immagazzinata nel condensatore carico e quella residua dopo il tempo t_2 in cui il condensatore si è scaricato:

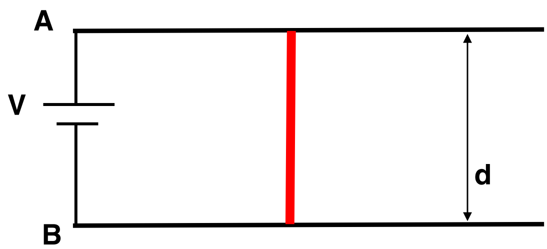
$$\Delta E = \frac{1}{2}CV_C'^2 - \frac{1}{2}CV_C^2 = -1.9\,\mathrm{nJ}$$

ESERCIZIO 2
Una sbarretta conduttrice di massa $m = 0.2\,\mathrm{kg}$ e resistenza $R = 500\,\Omega$ può scorrere senza attrito su due binari orizzontali di resistenza trascurabile. La distanza tra le rotaie è $d = 20\,\mathrm{cm}$. Il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme $B = 4\mathrm{T}$ ortogonale al piano delle rotaie e della sbarra ed entrante nel foglio. Al tempo $t = 0$ un generatore viene collegato ai binari ($V_A > V_B$). Se il generatore fornisce una corrente costante $i = 1\,\mathrm{A}$ calcolare

1. In che direzione si muove la sbarretta e il modulo della forza che agisce su di essa
2. La velocità della sbarretta al tempo $t_1 = 30\,\mathrm{s}$
3. Il lavoro fatto dal generatore fino al tempo t_1

Nel caso in cui la tensione fornita dal generatore sia costante e pari a $V_0 = 40\,\mathrm{V}$ calcolare:

1. la velocità della sbarretta in funzione del tempo considerando che all'istante $t = 0$ si muove con una velocità v_0
2. La velocità limite della sbarretta



SOLUZIONE
La corrente è costante e sulla sbarretta agisce la forza di Lorentz $\bar{F} = i\bar{l} \times \bar{B}$ e il moto è uniformemente accelerato. Dato che $V_A > V_B$ la corrente circola in senso orario ed essendo B entrante nel foglio la sbarretta si muove verso destra. Il modulo della forza vale

$$|F| = idB = 0.8\,\mathrm{N}$$

Segue che la velocità dopo t_1 vale

$$F = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow v = \frac{idB}{m}t_1 = 120\,\mathrm{m/s}$$

Il lavoro fatto dal generatore sarà pari alla somma tra l'energia dissipata per effetto Joule sulla sbarretta e l'energia cinetica acquistata dalla sbarretta stessa. Dato che i è costante la potenza dissipata sulla sbarretta è costante e pari a $P = Ri^2$. Il lavoro W_G vale:

$$W_G = \frac{1}{2}mv^2 + Ri^2t_1 = 2040\,\mathrm{J}$$

Se la tensione del generatore è costante il moto non è uniformemente accelerato perché all'aumentare della velocità della sbarretta aumenta la fem indotta nel circuito. La fem indotta vale:

$$fem = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -lB\frac{dx}{dt} = -lBv$$

Nella sbarretta circola quindi una corrente $i = \frac{-dBv}{R}$. La sbarretta è soggetta quindi a una forza

$$F = -\frac{d^2B^2v}{R} = m\frac{dv}{dt}$$

e la velocità vale

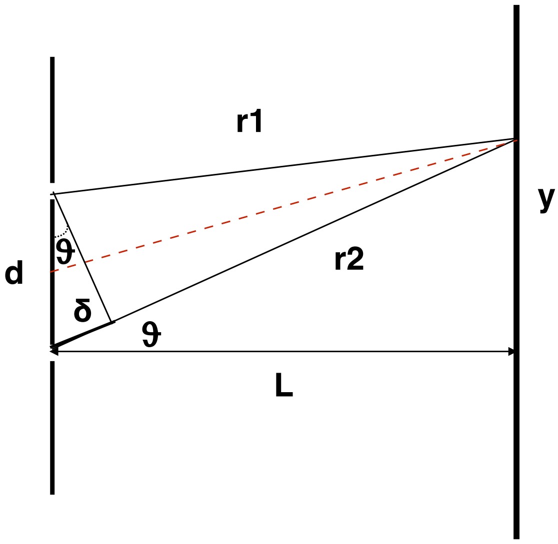
$$v(t) = v_0e^{-\frac{B^2d^2}{Rm}t}$$

La velocità limite viene raggiunta quando la fem indotta eguaglia in modulo la tensione fornita dal generatore: nel circuito non circola pi corrente e la sbarretta non è più soggetta a forze esterne.

$$V_0 - fem = V_0 - v_{lim}lB = 0 \Rightarrow v_{lim} = \frac{V_0}{lB} = 50\,\mathrm{m/s}$$

ESERCIZIO 3
Uno schermo nero si trova a $L = 3\,\mathrm{m}$ da due fenditure illuminate. La distanza tra le due fenditure è $d = 0.05\,\mathrm{mm}$. La frangia scura del quarto ordine (m = 4) si trova ad una distanza $y = 6\,\mathrm{cm}$ dalla frangia centrale. Calcolare la lunghezza d'onda della luce. (6 punti)

SOLUZIONE



Se $L \gg d$ e $d \gg \lambda$ si ha che $\sin\vartheta \approx \tan\vartheta \approx \vartheta$. Sapendo che $d\sin\vartheta = m\lambda$ e che $y = L\tan\vartheta$ gli angoli ϑ a cui corrispondono frange chiare o scure saranno rispettivamente

$$\vartheta_{luce} = \frac{m\lambda}{d} \qquad \vartheta_{buio} = \frac{(m+\frac{1}{2})\lambda}{d}$$

La rispettiva distanza dalla frangia centrale sarà quindi

$$y_{luce} = L\frac{m\lambda}{d} \qquad y_{buio} = L\frac{(m+\frac{1}{2})\lambda}{d}$$

Avremo quindi:

$$y_{buio}(m=4) = \frac{9}{2}\frac{L\lambda}{d} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{9}\frac{dy_{buio}}{L} = 222\,\mathrm{nm}$$