La matrice CKM: fenomenologie e origine teorica

misura dei suoi elementi

Particelle elementari conosciute e scoperte

$$\begin{array}{ccc} u & c & t \\ d & s & b \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau \\ e^- & \mu^- & \tau^- \end{array}$$

u Pioni π^+ π^- π^0

d Lattes, Occhialini, Powell 1947 raggi cosmici ad alta quota

c Scoperta della J/ψ 1974

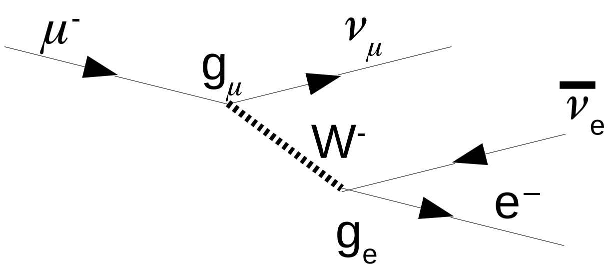
s Particelle strane mesoni K e barioni Λ, Σ (1947) raggi cosmici in camera a nebbia.

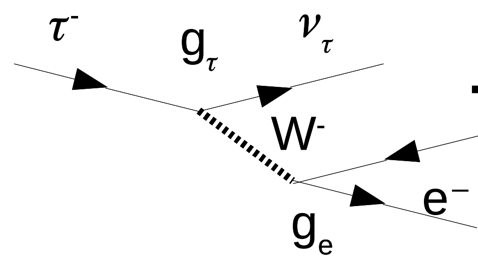
b Scoperta della Υ 1974 Fermilab E288

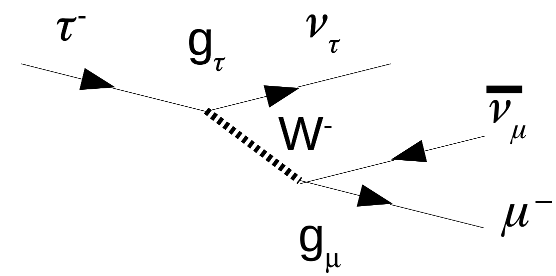
t Scoperta del top 1995 CDF

Angolo di Cabibbo 1 (decadimenti dei leptoni)

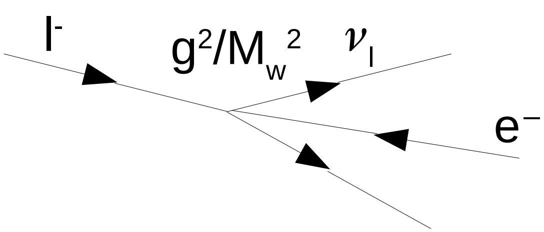
Decadimenti deboli dei letptoni:







Essendo: $m_e \ll m_\mu \ll m_\tau \ll m_{W,}$ il propagatore del W $\dfrac{1}{q^2 - m_W^2} \sim \dfrac{1}{m_W^2}$



$g^2/M_w^2 = 8G_F/\sqrt{2}$

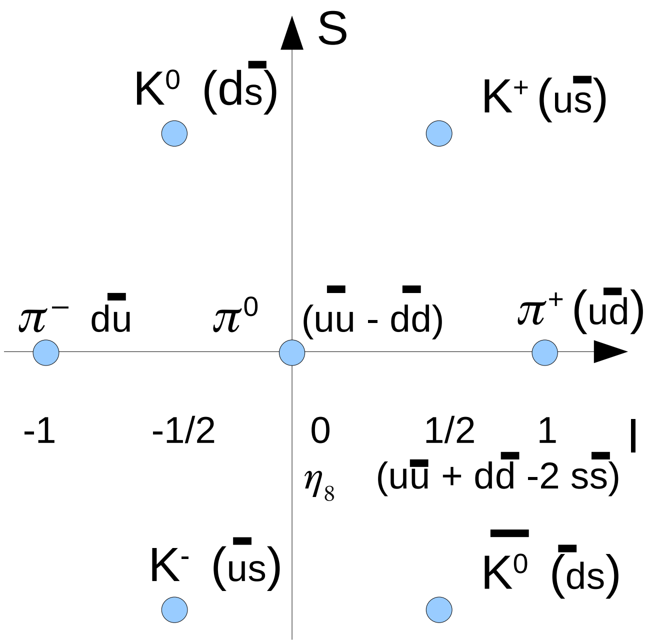
$$\Gamma(\mu^- \to e^- \nu \bar{\nu}) = \frac{G^2_{F\mu e} m_\mu^5}{192\pi^3}$$

$$\Gamma(\tau^- \to e^- \nu \bar{\nu}) = \frac{G^2_{F\tau e} m_\tau^5}{192\pi^3} \qquad \Gamma(\tau^- \to \mu^- \nu \bar{\nu}) = \frac{G^2_{F\tau \mu} m_\tau^5}{192\pi^3}$$

Sperimentalmente si trova $G^2_{F\tau e} = G^2_{F\tau\mu} = G^2_{F\mu e}$ Universalità leptonica: $g_\mu = g_e = g_\tau$

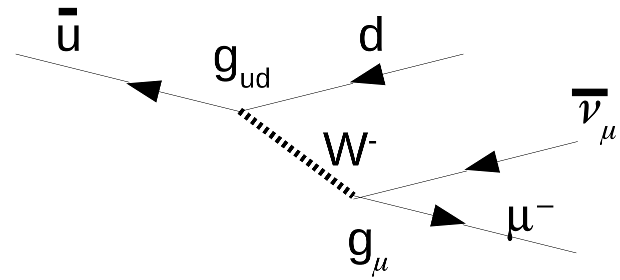
Angolo di Cabibbo 2 (decadimenti dei mesoni)

Modello a quark e nonetto mesonico

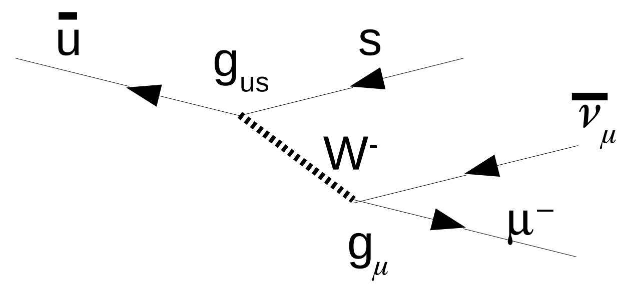


Decadimenti deboli

$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$



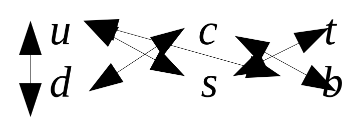
$K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$



$g_{ud} \neq g_{us}$

1964 Ipotesi di Cabibbo:
l'interazione debole è la stessa per quarks e leptoni: $g_{ud}^2 + g_{us}^2 = g_\mu^2 = g^2$

$g_{ud} = g\cos\theta_c$ $g_{us} = g\,\mathrm{sen}\,\theta_c$

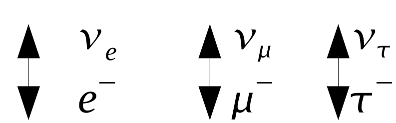


Transizioni tra quarks

Universalità: $g^2_{ud} + g^2_{us} + g^2_{ub} = 1$

$g^2_{cd} + g^2_{cs} + g^2_{cb} = 1$

$g^2_{td} + g^2_{ts} + g^2_{tb} = 1$



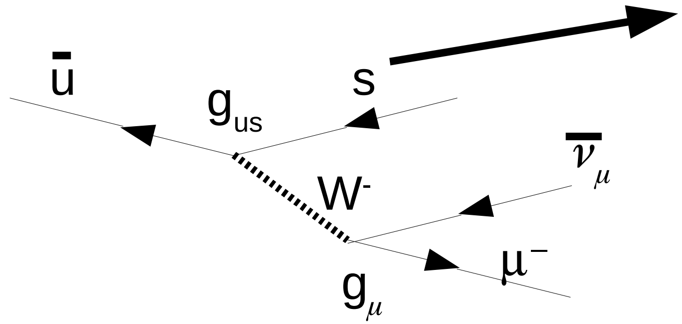
Transizioni leptoniche

Angolo di Cabibbo e variazione di sapore in corrente neutra.

$\Delta S = \Delta Q$ (dello stato adronico)

In corrente carica un decadimento debole di particelle con sapore è sempre accompagnato da variazione di sapore.

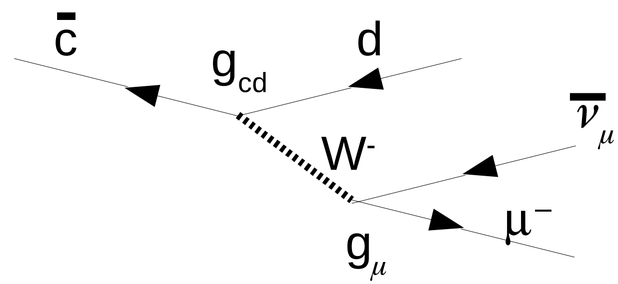
$K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

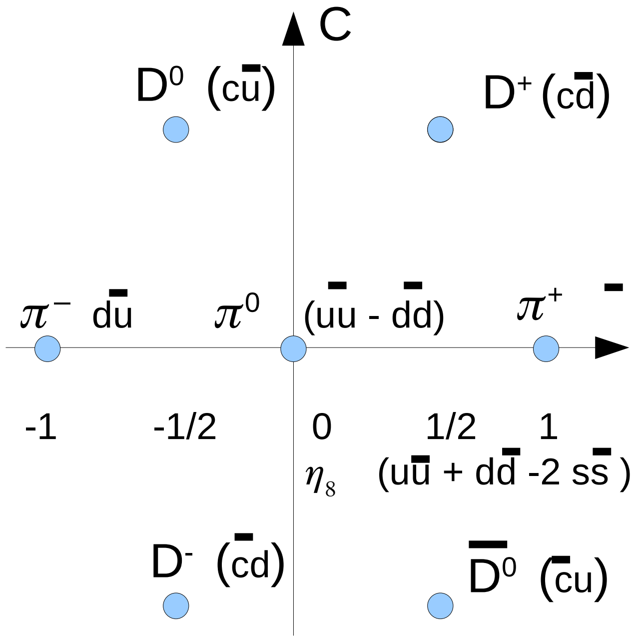


$g_{ud} \neq g_{us}$

$D^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu$

$\Delta C = \Delta Q$

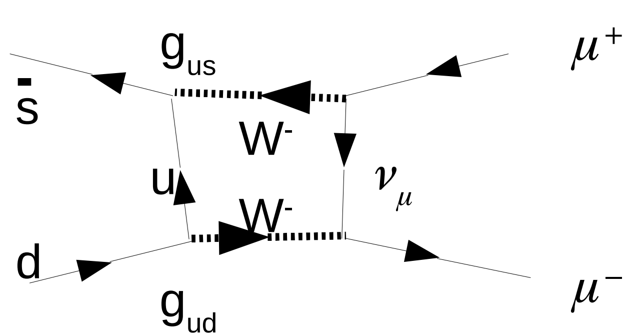


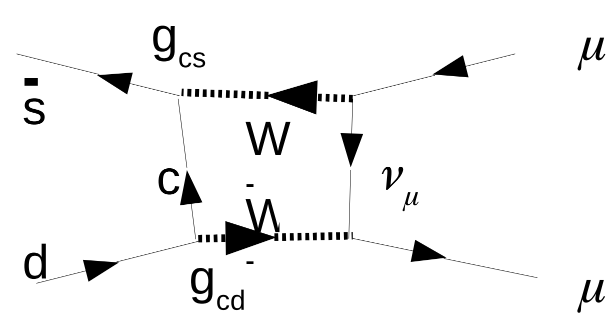


Tuttavia processi in corrente neutra con cambio di sapore possono avvenire ad 1 loop:

$Br(K^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = 10^{-9}$

$\Delta S = -1, \Delta Q = 0$





Nel limite $m_u < m_c << m_W$

Possiamo avere una cancellazione se: $g_{ud}{*}g_{us} = - g_{cd}{*}g_{cs}$

Matrice di Cabibbo:

$$\begin{pmatrix} g_{ud} & g_{us} \\ g_{cd} & g_{cs} \end{pmatrix}$$

Universalità:

$g^2_{ud} + g^2_{us} = 1 \rightarrow g_{ud} = \cos\theta_C \quad g_{us} = \sin\theta_C$

$g^2_{cd} + g^2_{cs} = 1 \rightarrow g_{cd} = \sin\theta_x \quad g_{cs} = \cos\theta_x$

Soppressione di FCNC:

(Flavour Changing in Neutral Currents)

$g_{ud}*g_{us} = - g_{cd}*g_{cs} \rightarrow \cos\theta_C * \sin\theta_C = -\sin\theta_x\cos\theta_x$

$\sin(2\theta_C) = \sin(-2\theta_x) \rightarrow \theta_x = -\theta_C$

Condizioni di ortogonalità della matrice.

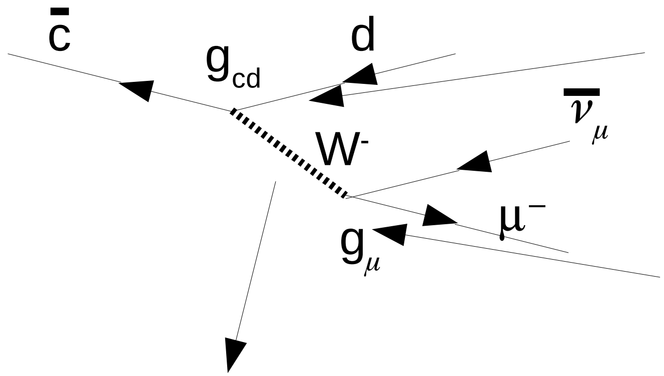
$$\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$R*R^T = 1$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+b^2 & ac+bd \\ ca+db & c^2+d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4 parametri, 3 condizioni → dipendenza da un solo parametro.

Formulazione lagrangiana:

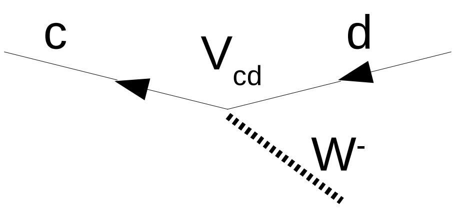


$$J^{\mu}=(\bar{u}\,\bar{c}\,\bar{t})\frac{\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})}{2}V_{CKM}\begin{pmatrix}d\\ s\\ b\end{pmatrix}$$

d,s,b,u,c,t
(spinori di Dirac a 4 componenti)

$$J^{\nu}=(\bar{\nu}_e\,\bar{\nu}_{\mu}\,\bar{\nu}_{\tau})\frac{\gamma^{\nu}(1-\gamma^{5})}{2}\begin{pmatrix}e\\ \mu\\ \tau\end{pmatrix}$$

Distrugge d,s,b crea u,c,t



propagatore

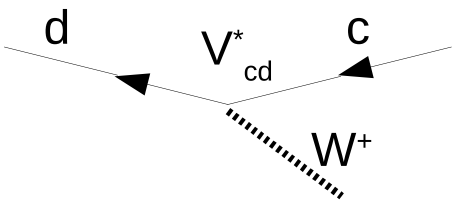
$$\frac{i(-g_{\mu\nu}+p^{\mu}p^{\nu}/M^{2})}{p^{2}-M^{2}}\rightarrow_{p\ll M}\frac{ig_{\mu\nu}}{M^{2}}$$

$$M = J^{\mu}J^{\nu+}g_{\mu\nu}/M^{2}$$

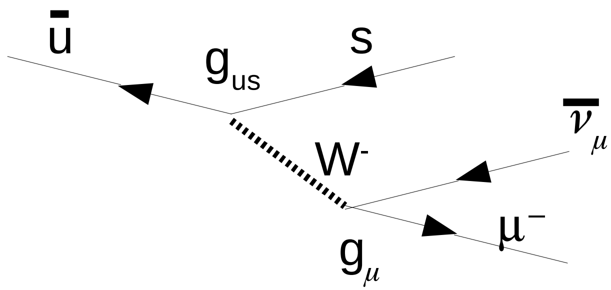
L'hamiltonanina deve essere Hermitiana, quindi deve contenere anche termini $J^{\mu+}$

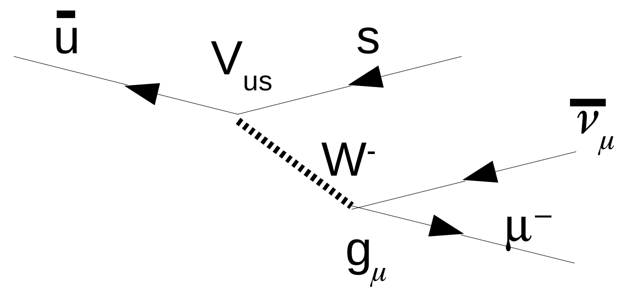
$$J^{\mu+}=\left[(\bar{u}\,\bar{c}\,\bar{t})\frac{\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})}{2}V_{CKM}\begin{pmatrix}d\\ s\\ b\end{pmatrix}\right]^{+}=(d\,s\,b)^{+}\frac{(1-\gamma^{5})^{+}\gamma^{\mu+}}{2}V^{+}_{CKM}\begin{pmatrix}u\\ c\\ t\end{pmatrix}=d^{+}\frac{(1-\gamma^{5})^{+}\gamma^{\mu+}}{2}V^{*}_{ud}\bar{u}^{+}+\ldots=d^{+}\frac{(1-\gamma^{5})\gamma^{\mu+}}{2}V^{*}_{ud}(u^{+}\gamma^{0})^{+}+\ldots$$

$$=d^{+}\frac{(1-\gamma^{5})\gamma^{0}\gamma^{\mu}\gamma^{0}}{2}V^{*}_{ud}(u^{+}\gamma^{0})^{+}+\ldots=d^{+}\gamma^{0}\frac{(1+\gamma^{5})\gamma^{\mu}\gamma^{0}}{2}V^{*}_{ud}\gamma^{0}u+\ldots=\bar{d}\frac{\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})}{2}V^{*}_{ud}\gamma^{02}u+\ldots=(\bar{d}\,\bar{s}\,\bar{b})\frac{\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})}{2}V^{+}_{CKM}\begin{pmatrix}u\\ c\\ t\end{pmatrix}$$



Universalità:





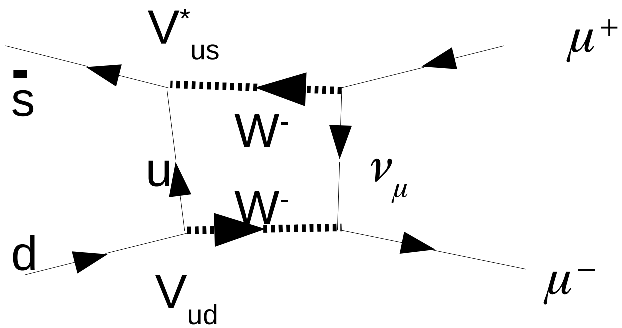
$G \sim |M|^2 \sim |V_{us}|^2$

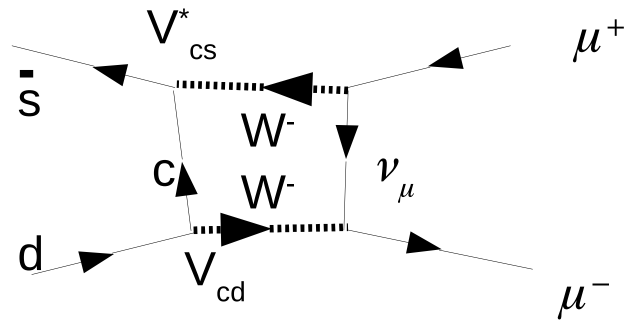
$$g^2_{ud} + g^2_{us} + g^2_{ub} = 1$$
$$g^2_{c\,d} + g^2_{cs} + g^2_{cb} = 1$$
$$g^2_{t\,d} + g^2_{ts} + g^2_{tb} = 1$$

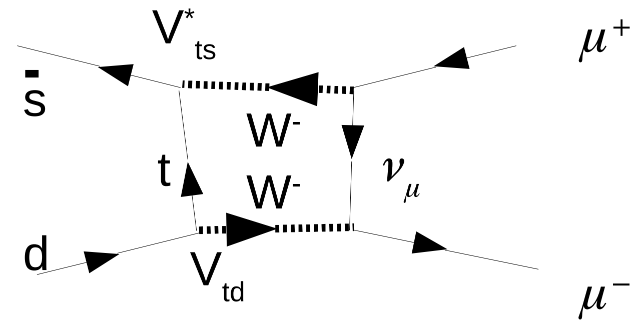
$\Rightarrow$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$$
$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1$$
$$|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1$$

Soppressione di FCNC





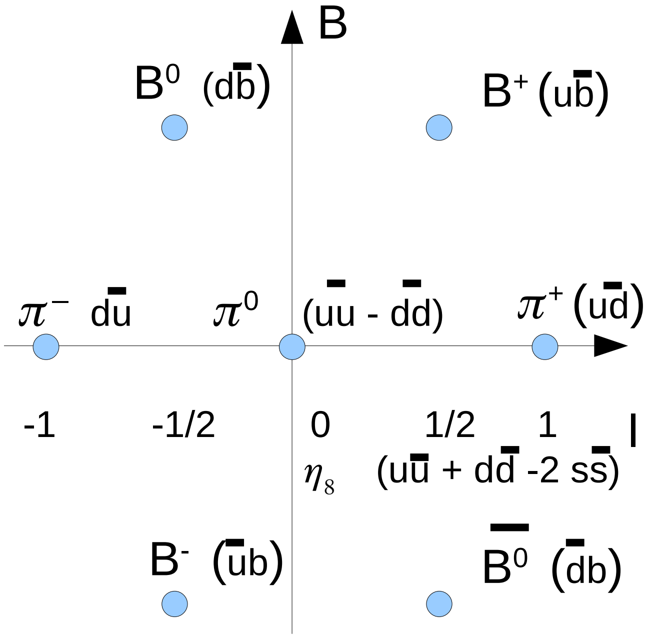


$$V_{ud}{}^*V^*_{us} + V_{cd}{}^*V^*_{cs} + V_{td}{}^*V^*_{ts} = 0$$

Richidendo che la soppressione valga per tutte le famiglie:
$D^0 \to \mu^+\mu^-$, $B^0 \to \mu^+\mu^-$, $B^0_s \to \mu^+\mu^-$

$$V_{ub}{}^*V^*_{ud} + V_{cb}{}^*V^*_{cd} + V_{tb}{}^*V^*_{td} = 0 \qquad V_{ub}{}^*V^*_{us} + V_{cb}{}^*V^*_{cs} + V_{tb}{}^*V^*_{ts} = 0$$

I mesoni B S = 0



I mesoni B strani

B^0_s ($s\bar{b}$) $\bar{B}^0_s$ ($\bar{s}b$)

I mesoni C strani

D^+_s ($c\bar{s}$) D^-_s ($\bar{c}s$)

I mesoni B charmati

B^+_C ($c\bar{b}$) B^-_C ($\bar{c}b$)

CKM e unitarietà

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$$
$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1$$
$$|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1$$

Universalità

$$V_{ud}{*}V^*_{us} + V_{cd}{*}V^*_{cs} + V_{td}{*}V^*_{ts} = 0$$
$$V_{ub}{*}V^*_{ud} + V_{cb}{*}V^*_{cd} + V_{tb}{*}V^*_{td} = 0$$
$$V_{ub}{*}V^*_{us} + V_{cb}{*}V^*_{cs} + V_{tb}{*}V^*_{ts} = 0$$

FCNC suppression

Unitarietà

$$V^+_{CKM} V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}^+ \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V^*_{ud} & V^*_{cd} & V^*_{td} \\ V^*_{us} & V^*_{cs} & V^*_{ts} \\ V^*_{ub} & V^*_{cb} & V^*_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} |V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 & V^*_{ud} V_{us} + V^*_{cd} V_{cs} + V^*_{td} V_{ts} & V^*_{ud} V_{ub} + V^*_{cd} V_{cb} + V^*_{td} V_{tb} \\ V^*_{us} V_{ud} + V^*_{cs} V_{cd} + V^*_{ts} V_{td} & |V_{us}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{ts}|^2 & V^*_{us} V_{ub} + V^*_{cs} V_{cb} + V^*_{ts} V_{tb} \\ V^*_{ub} V_{ud} + V^*_{cb} V_{cd} + V^*_{tb} V_{td} & V^*_{ub} V_{us} + V^*_{cb} V_{cs} + V^*_{tb} V_{ts} & |V_{ub}|^2 + |V_{cb}|^2 + |V_{tb}|^2 \end{pmatrix}$$

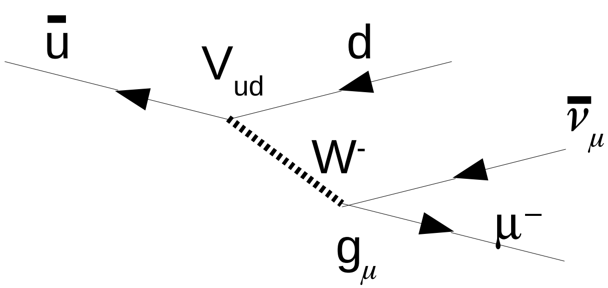
$$=\begin{pmatrix} |V_{ud}|^2+|V_{cd}|^2+|V_{td}|^2 & V_{ud}^*V_{us}+V_{cd}^*V_{cs}+V_{td}^*V_{ts} & V_{ud}^*V_{ub}+V_{cd}^*V_{cb}+V_{td}^*V_{tb} \\ V_{us}^*V_{ud}+V_{cs}^*V_{cd}+V_{ts}^*V_{td} & |V_{us}|^2+|V_{cs}|^2+|V_{ts}|^2 & V_{us}^*V_{ub}+V_{cs}^*V_{cb}+V_{ts}^*V_{tb} \\ V_{ub}^*V_{ud}+V_{cb}^*V_{cd}+V_{tb}^*V_{td} & V_{ub}^*V_{us}+V_{cb}^*V_{cs}+V_{tb}^*V_{ts} & |V_{ub}|^2+|V_{cb}|^2+|V_{tb}|^2 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} |V_{ud}|^2+|V_{cd}|^2+|V_{td}|^2 & \left(V_{ud}V_{us}^*+V_{cd}V_{cs}^*+V_{td}V_{ts}^*\right)^* & \left(V_{ud}V_{ub}^*+V_{cd}V_{cb}^*+V_{td}V_{tb}^*\right)^* \\ V_{us}^*V_{ud}+V_{cs}^*V_{cd}+V_{ts}^*V_{td} & |V_{us}|^2+|V_{cs}|^2+|V_{ts}|^2 & \left(V_{us}V_{ub}^*+V_{cs}V_{cb}^*+V_{ts}V_{tb}^*\right)^* \\ V_{ub}^*V_{ud}+V_{cb}^*V_{cd}+V_{tb}^*V_{td} & V_{ub}^*V_{us}+V_{cb}^*V_{cs}+V_{tb}^*V_{ts} & |V_{ub}|^2+|V_{cb}|^2+|V_{tb}|^2 \end{pmatrix}=$$

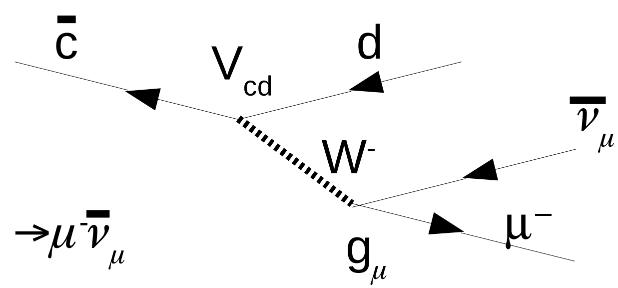
$$=\begin{pmatrix} |V_{ud}|^2+|V_{cd}|^2+|V_{td}|^2 & 0 & 0 \\ 0 & |V_{us}|^2+|V_{cs}|^2+|V_{ts}|^2 & 0 \\ 0 & 0 & |V_{ub}|^2+|V_{cb}|^2+|V_{tb}|^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

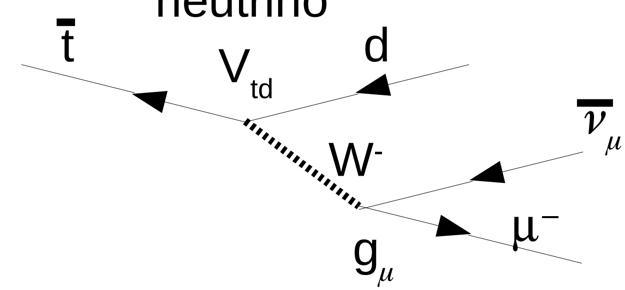
Universalità nel settore dei quark d

Misurabile (in principio) in interazione di neutrino



$D^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu$





V_{CKM} è unitaria, di quanti parametri abbiamo bisogno per descriverla?

Matrice a elementi complessi 3 X 3, 9 parametri complessi , 18 parametri reali

Tuttavia

Parametri della CKM

$$J^{\mu}=(\bar{u}\,\bar{c}\,\bar{t})\frac{\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})}{2}V_{CKM}\begin{pmatrix}d\\s\\b\end{pmatrix}=\left(\bar{u}\frac{\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})}{2}V_{ud}^{CKM}d+\ldots\right)$$

I campi sono definiti a meno di una fase: $d\rightarrow de^{i\phi_d}, u\rightarrow ue^{i\phi_u}$

$$\bar{u}\frac{\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})}{2}V_{ud}^{CKM}d+\ldots\rightarrow\bar{u}\frac{\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})}{2}V_{ud}^{CKM}e^{i(\phi_d-\phi_u)}d$$

Possiamo scegliere le fasi in modo da rendere reali gli elementi di matrice, abbiamo 6 campi, fissata la fase di uno, possiamo scegliere quella degli altri 5 per rendere reali 5 parametri.

In generale per N doppietti abbiamo:
N^2 parametri complessi 2N-1 parametri possono essere resi reali.
Numeri parametri reali 2N-1
Numeri parametri complessi N^2-(2N-1)
Numeri parametri necessario per la descrizione completa
$2(N^2-(2N-1)) + 2N-1 = 2N^2 – (2N-1)$
L'unitarietà impone N^2 condizioni, quindi il numero di parametri è N^2 - (2N-1)

Una matrice unitaria reale è una matrice ortogonale

$$VV^{+}=1 \rightarrow VV^{*T}=1 \rightarrow VV^{T}=1$$

Condizioni di ortogonalità

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ac+bd \\ ca+db & c^2+d^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3 condizioni

In generale per una matrice di ordine N le condizioni si applicano solo alla triangolare alta che ha
N elementi di traccia
+ $(N^2\text{-}N)/2$ del triangolo
quindi il numero di parametri e':

$N^2 - N - N^2/2 + N/2 = N^2/2 - N/2 = N(N-1)/2$

Pertanto la V_{CKM} avra': $N^2 - (2N-1) - N(N-1)/2 = 1/2(N-1)(N-2)$ fasi

Nel caso di N =2 (u,d,s,c) non ci sono fasi, la matrice e' reale (Matrice di Cabibbo)
Nel caso N = 3 c'e' una sola fase
e 3(3-1)/2 3 parametri reali.

Rappresentazione della CKM.

Matrice unitaria con 3 parametri reali e una fase:
1) il prodotto di due matrici unitarie e' una matrice unitaria;
2) il prodotto di una matrice ortogonale per una matrice unitaria e' una matrice unitaria.

Consideriamo il prodotto di tre rotazioni lungo tre assi 1,2,3 (gli assi possono essere considerati come 1 rotazione nelle prime due famiglie, 2 rotazione nella seconda e terza famiglia, 3 rotazione nella prima e terza famiglia:

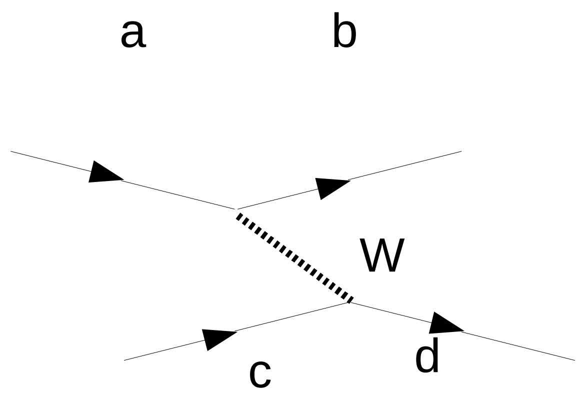
$$V_{CKM}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & c_{23} & s_{23}\\ 0 & -s_{23} & c_{23}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta}\\ 0 & 1 & 0\\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c_{12} & s_{12} & 0\\ -s_{12} & c_{12} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta}\\ -s_{12}c_{23}-c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23}-s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13}\\ s_{12}s_{23}-c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23}-s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13}\end{pmatrix}$$

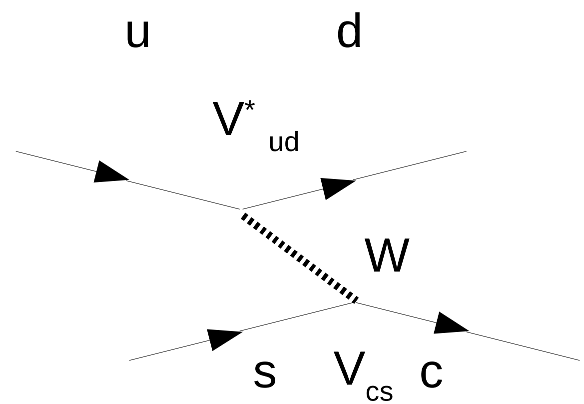
La fase puo' essere spostata ridefinendo le fasi dei quarks.
Ad esempio b->be$^{i\delta}$

$$\begin{pmatrix}c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta}\\ -s_{12}c_{23}-c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23}-s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13}\\ s_{12}s_{23}-c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23}-s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13}\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}\\ -s_{12}c_{23}-c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23}-s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13}e^{i\delta}\\ s_{12}s_{23}-c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23}-s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13}e^{i\delta}\end{pmatrix}$$

Violazione di CP

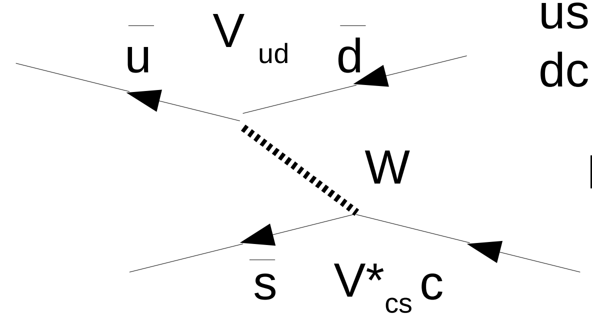
Consideriamo il processo quark scattering ab → cd es. us → dc





$M \sim V_{cs}V^*_{ud}$

CP ab → cd = $\bar{a}\bar{b} \rightarrow \bar{c}\bar{d}$



$\bar{u}\bar{s} \rightarrow \bar{d}\bar{c}$

$M \sim V^*_{cs}V_{ud}$

1) la teoria viola CP se e solo se le ampiezze sono diverse. Cio' avviene solo se la matrice CKM e' complessa;

2) Il modello a quattro quark non puo' comportare violazione di CP (V e' reale);

3) Violazione di CP osservata -> Kobayashi Maskawa ipotizzano l' esistenza della terza famiglia (b,t);

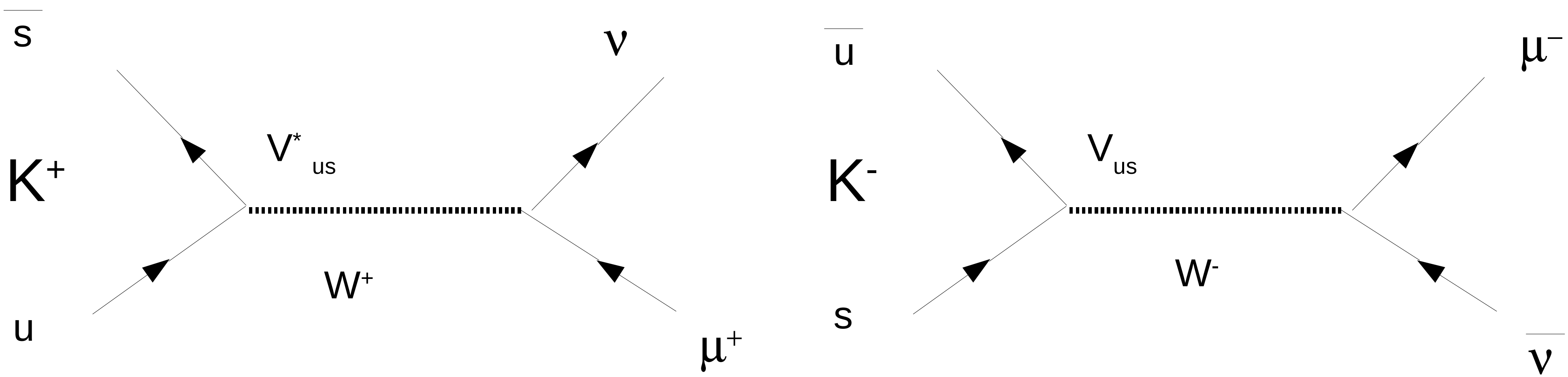
4) La violazione di CP e' difficilmente osservabile. Se ilprocesso e' descritto da un solo diagramma di Feyman (complicato quanto si vuole) $M \sim V_{12}V_{23}V_{13}V^*_{12}$......

Ma $\Gamma \sim |M|^2$ quindi non riceve contributi dalle fasi.

Esempio

$$K^+ \to \mu^+\nu \xrightarrow{\text{CP}} K^- \to \mu^-\bar{\nu}$$

Tuttavia



$$\Gamma(K^+ \to \mu^+\nu) \propto |V^*_{us}|^2 = |V_{us}|^2 \propto \Gamma(K^- \to \mu^-\bar{\nu})$$

Stesso ragionamento per $B^\pm$ e $D^\pm$

Per osservare violazione di CP bisogna avere l'interferenza tra due diagrammi: l'ampiezza totale deve essere descritta come somma di due termini.
Violazione di CP possibile nell'interferenza.

$$CP\left|K^0\right\rangle = \left|\bar{K}^0\right\rangle \qquad CP\left|\bar{K}^0\right\rangle = \left|K^0\right\rangle$$

$$\left|K_2\right\rangle = \frac{\left|K^0\right\rangle - \left|\bar{K}^0\right\rangle}{\sqrt{2}} \qquad \left|K_1\right\rangle = \frac{\left|K^0\right\rangle + \left|\bar{K}^0\right\rangle}{\sqrt{2}}$$

Se CP è conservata oscillazioni $K_1 \not\to K_2$ sono proibite

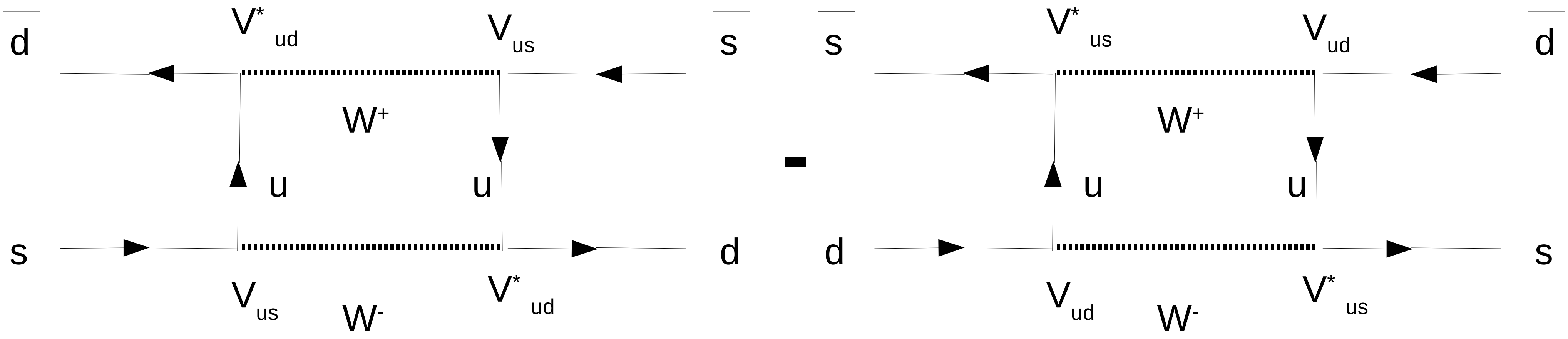
Transizioni $K_1 \to K_2$ nel modello standard:

$$\left\langle K_2\right|H\left|K_1\right\rangle = \frac{1}{2}\left(\left\langle K^0\right| - \left\langle \bar{K}^0\right|\right) H \left(\left|K^0\right\rangle + \left|\bar{K}^0\right\rangle\right) =$$

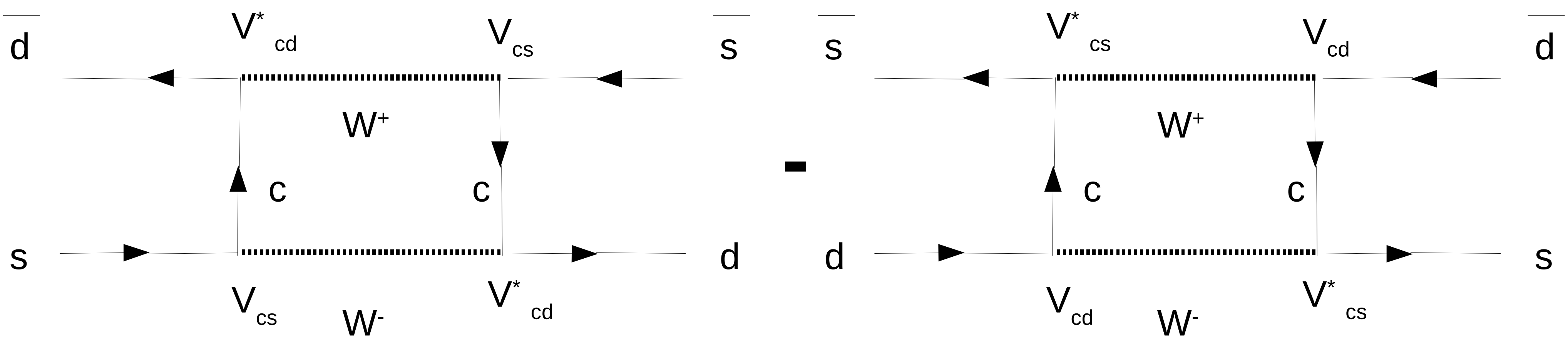
$$= \frac{1}{2}\left(\left\langle K^0\right|H\left|K^0\right\rangle - \left\langle \bar{K}^0\right|H\left|\bar{K}^0\right\rangle - \left\langle \bar{K}^0\right|H\left|K^0\right\rangle + \left\langle K^0\right|H\left|\bar{K}^0\right\rangle\right)$$

0 per simmetria di crossing
(Anche CPT, che vale per ogni teoria di campo Lorentz invariante e locale, con un potenziale dotato di minimo)

$$\langle \bar{K}^0 | H | K^0 \rangle - \langle K^0 | H | \bar{K}^0 \rangle$$



$$M \sim V_{us}^2\, V^{*\,2}_{ud} - V^{*\,2}_{us} V_{ud}^2 = 2i\mathrm{Im}(V_{us}^2 V^{*\,2}_{ud})$$



$$M \sim V_{cs}^2\, V^{*\,2}_{cd} - V^{*\,2}_{cs} V_{cd}^2 = 2i\mathrm{Im}(V_{cs}^2\, V^{*\,2}_{cd})$$

$$V_{CKM}=\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

Possiamo misurare i moduli di tutti gli elementi e le fasi

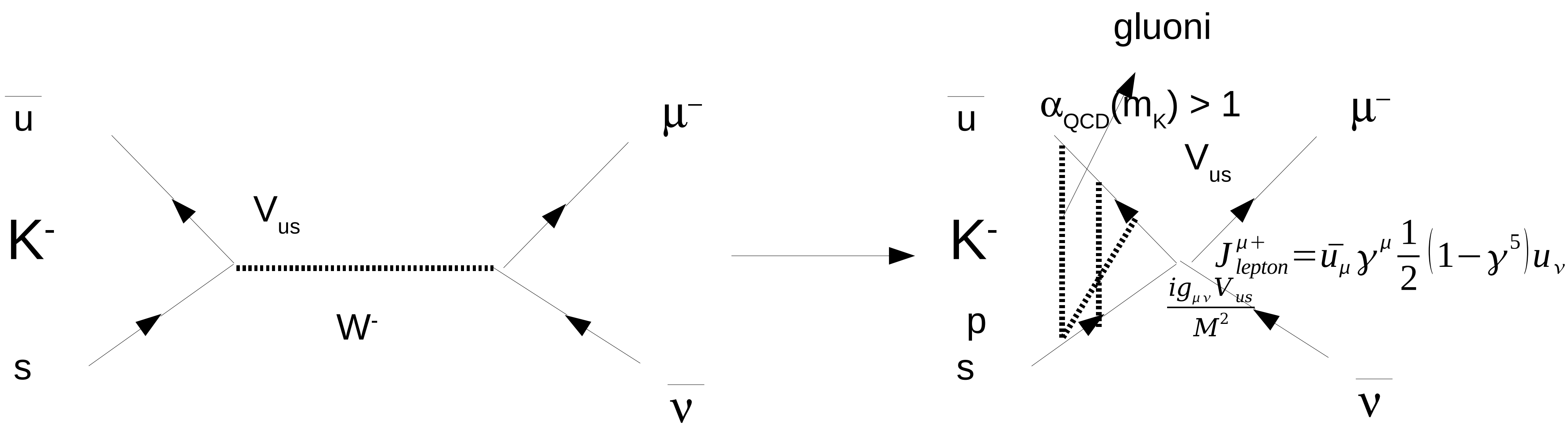
decadimenti leptonici
e semileptonici

misura delle oscillazioni
di sapore nei K,B,D

Stato dell'arte:

$$V_{CKM}=\begin{pmatrix} 0.97419 \pm 0.00022 & 0.2257 \pm 0.0010 & 0.00359 \pm 0.00016 \\ 0.2256 \pm 0.0010 & 0.97334 \pm 0.00023 & 0.0415 \pm 0.0011 \\ 0.00874^{+0.00026}_{-0.00037} & 0.0407 \pm 0.0010 & 0.999133 \pm 0.000044 \end{pmatrix}$$

Misura in decadimenti leptonici: V_{us}



A causa dell'interazione forte la corrente di quark non e' facilmente calcolabile. Tuttavia:

1) invarianza di Lorentz; $\langle K | J^\mu | 0 \rangle = f(p^2)\, p^\mu$

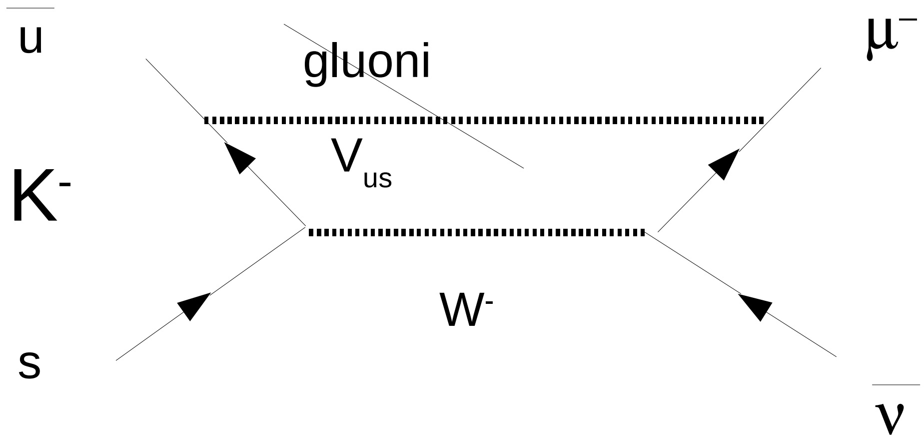
K spin 0
Unico quadrivettore a disposizione

Funzione di quantita' Lorentz invarianti.

ma $p^2 = m^2_K$ $\longrightarrow$ $f(m^2_K) = f_K$

$$\Gamma(K^\pm \to \mu^\pm \nu) = \frac{G^2 |V_{us}|^2}{8\pi} f_K^2 m_K m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_K^2}\right)^2$$

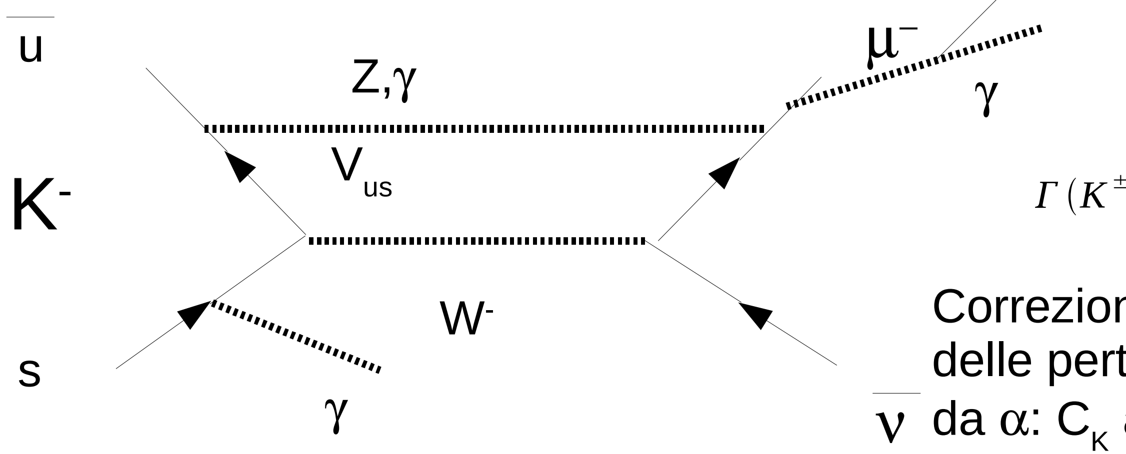
Abbiamo fattorizzato la parte adronica e la parte leptonica
Sicuro che la fattorizzazione e' possibile?



Fortunatamente ci sono leptoni nello stato finale che non si accoppiano ai gluoni.

Gli esperimenti non possono distinuguere $K \to \mu\nu$ da $K \to \mu\nu\gamma$ se l'energia del γ e' bassa: a KLOE $E_\gamma < 1$ MeV

Tuttavia:

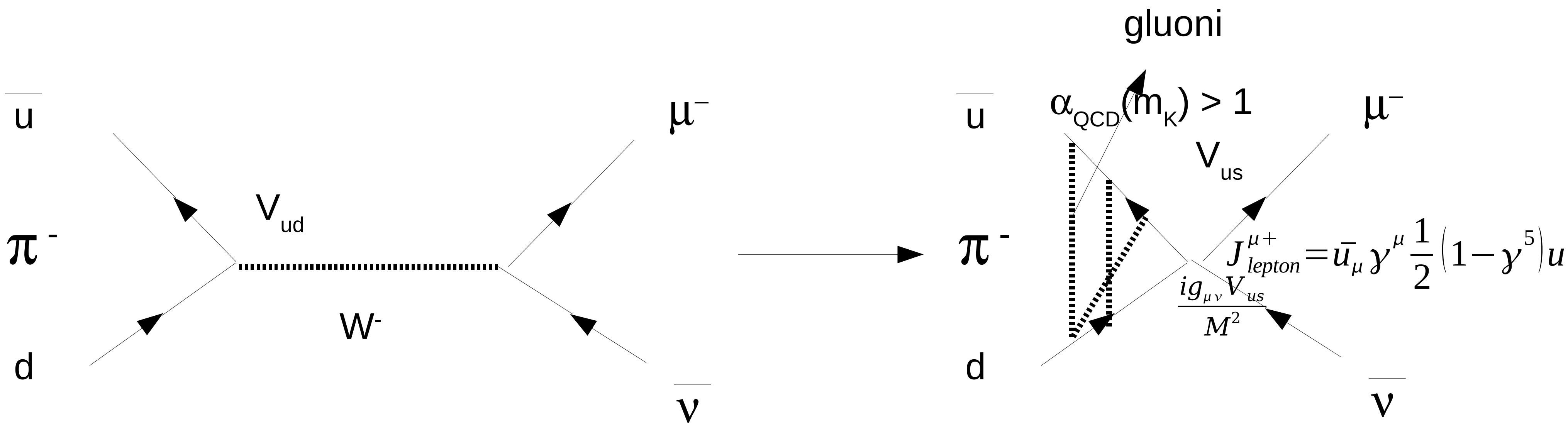


$$\Gamma(K^{\pm} \to \mu^{\pm}\nu) = \frac{G^2|V_{us}|^2}{8\pi} f_K^2 m_K m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_K^2}\right)^2 \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} C_K\right)$$

Correzioni elettrodeboli, si puo' applicare la teoria delle perturbazioni, buona precisione e attenuato da α: C_K al 50% ma l'effetto e' al 2 per mille.

Ma $f_K = 157 \pm 2$ MeV (1.3%) Calcoli di QCD su reticolo

Misura in decadimenti leptonici: V_{ud}



A causa dell'interazione forte la corrente di quark non e' facilmente calcolabile. Tuttavia:

1) invarianza di Lorentz ;

$$\langle \pi | J^\mu | 0 \rangle = f(p^2)\, p^\mu$$

K spin 0
Unico quadrivettore a disposizione

Funzione di quantita' invarianti di Lorentz.

ma $p^2 = m^2_\pi$ $\longrightarrow$ $f(m^2_\pi) = f_\pi = 132 \pm 2$ MeV

$$\Gamma(\pi^\pm \to \mu^\pm \nu) = \frac{G^2 |V_{ud}|^2}{8\pi} f_\pi^2 m_\pi m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2$$

$$\frac{\Gamma(K^\pm\to\mu^\pm\nu)}{\Gamma(\pi^\pm\to\mu^\pm\nu)}=\frac{\frac{G^2|V_{us}|^2}{8\pi}f_K^2 m_K m_\mu^2\left(1-\frac{m_\mu^2}{m_K^2}\right)^2\left(1+\frac{\alpha}{\pi}C_K\right)}{\frac{G^2|V_{ud}|^2}{8\pi}f_\pi^2 m_\pi m_\mu^2\left(1-\frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2\left(1+\frac{\alpha}{\pi}C_\pi\right)}=\frac{|V_{us}|^2 f_K^2 m_K\left(1-\frac{m_\mu^2}{m_K^2}\right)^2\left(1+\frac{\alpha}{\pi}C_K\right)}{|V_{ud}|^2 f_\pi^2 m_\pi\left(1-\frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2\left(1+\frac{\alpha}{\pi}C_\pi\right)}$$

$f_K/f_\pi = 1.189 \pm 0.007\ (0.6\%)$ l'errore sul rapporto e' meno della meta' dell'errore sui singoli termini. Questo perche' alcune sistematiche si cancellano
(in particolare gli effetti di volume finito)

La misura di $|V_{us}|/|V_{ud}|$ e' molto precisa.

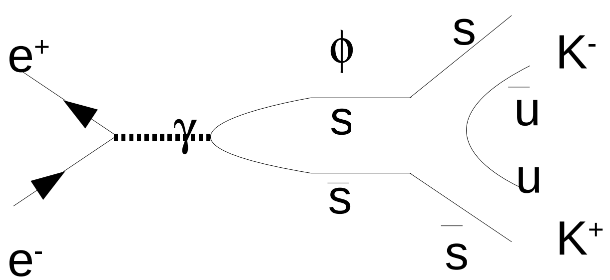
Come si misura

$$\Gamma(K^\pm\to\mu^\pm\nu)=Br(K^\pm\to\mu^\pm\nu)\,\Gamma(K^\pm)=Br(K^\pm\to\mu^\pm\nu)\frac{\hbar}{\tau_{K^\pm}}$$

$\Gamma = \hbar/\tau$

Dobbiamo misurare Br e vita media

Produzione di K a DAFNE

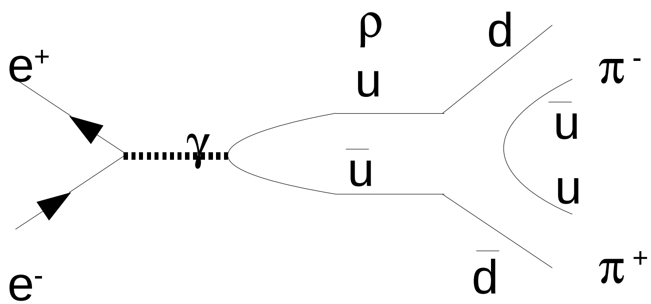


$m_\phi = 1019.6$ MeV

$\Gamma_\phi = 4$ MeV

$m_{K+} = 493.677$ MeV

$p_K = 130$ MeV



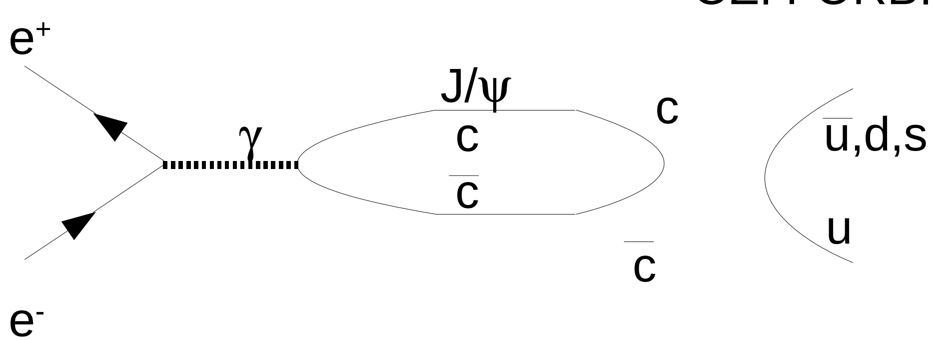
$m_\rho = 770$ MeV

$\Gamma_\rho = 149$ MeV

$m_{\pi+} = 140$ MeV

$p_\pi = 360$ MeV

OZI FORBIDDEN



$\Gamma \propto \frac{p}{M^2}$

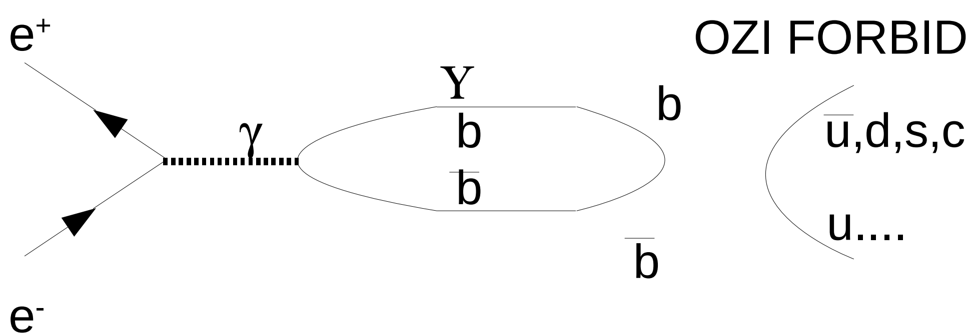
$m_{J/\psi} = 3100$ MeV

$\Gamma_{\vartheta/\psi} =$ keV

$m_D = 1800$ MeV

$2m_D = 3600$ MeV

OZI FORBIDDEN



$m_Y = 10000$ MeV

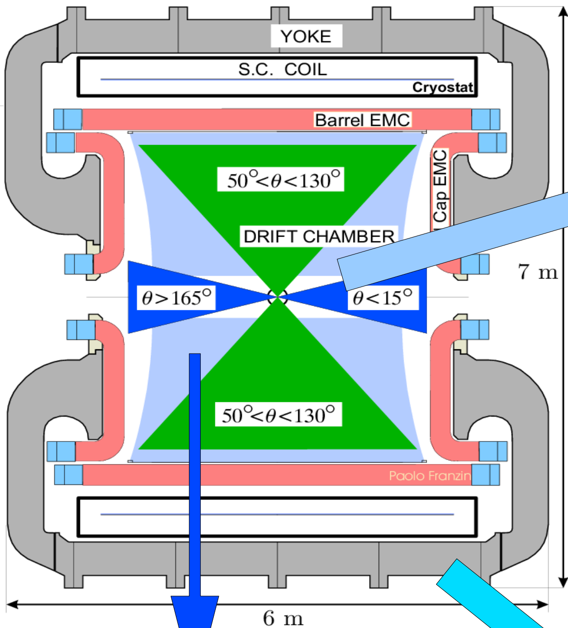
$\Gamma_Y = 32$ keV

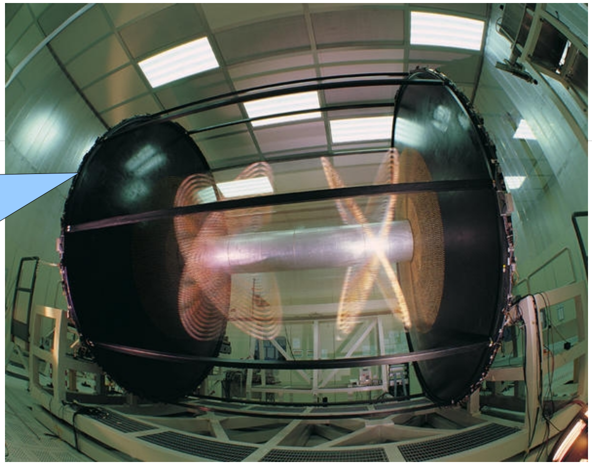
$m_B = 5200$ MeV

$2m_B = 10400$ MeV

KLOE

Detector scheme





Cylindrical Drift Chamber

Stereo wires structure to reconstruct longitudinal position

52140 wires – 12582 drift cell
90% He 10% iC_4H_{10}

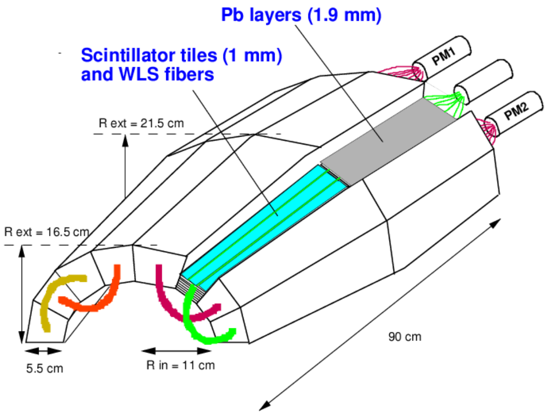
$\sigma_{vtx} = 1$ mm $\quad \sigma_{pt}/p_t = 0.5\%$

$\sigma_{r,\phi} = 200\ \mu$m $\quad \sigma_z = 2$ mm

Magnetic yoke before installation.

g

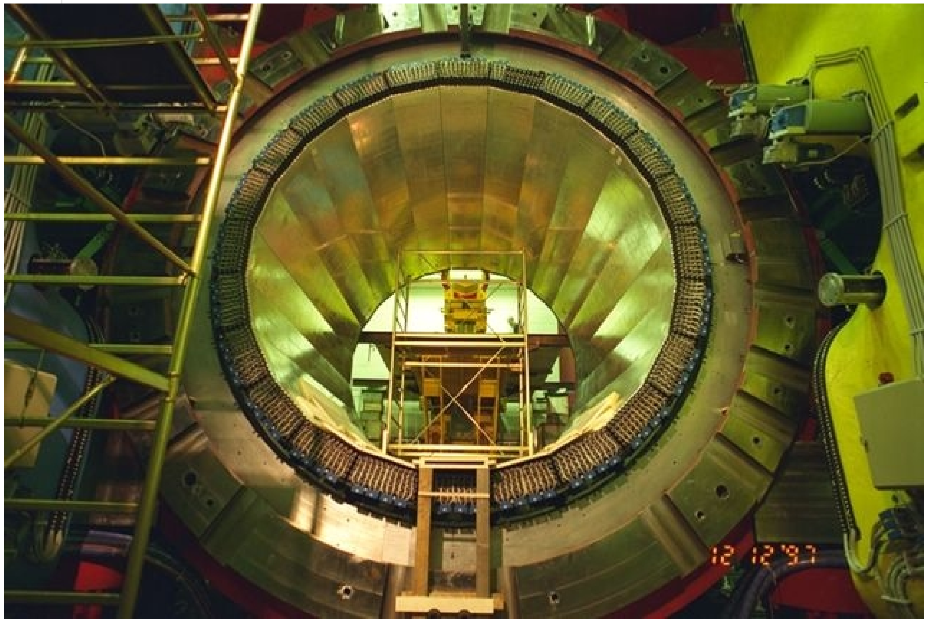
Small angle calorimeter



Efficiency 20 – 90 % E_{ne} 26-125 MeV
$\sigma_t = 240$ ps/$\sqrt{E}$ (GeV)

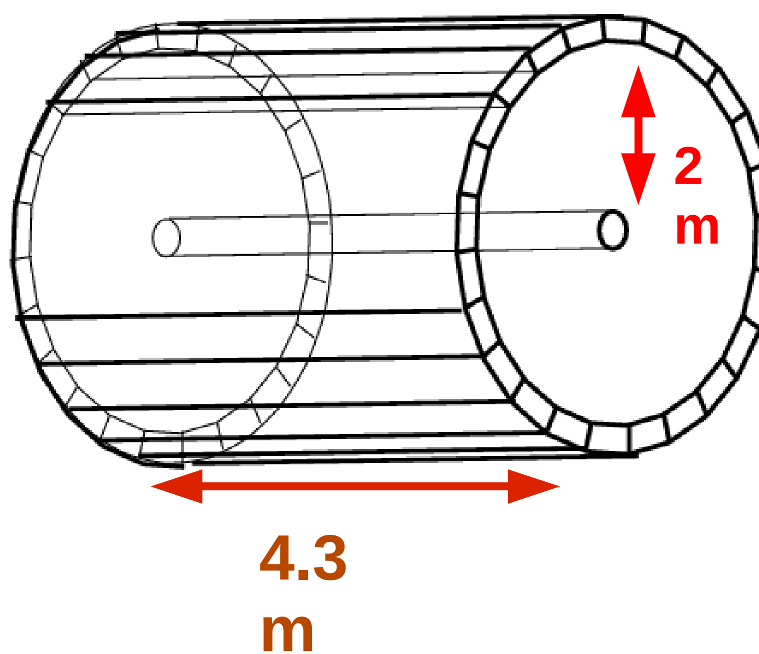
0.5 T magnetic field
Cryogenic coil working at 4.2 °K
Coil current 2300 A

Barrel

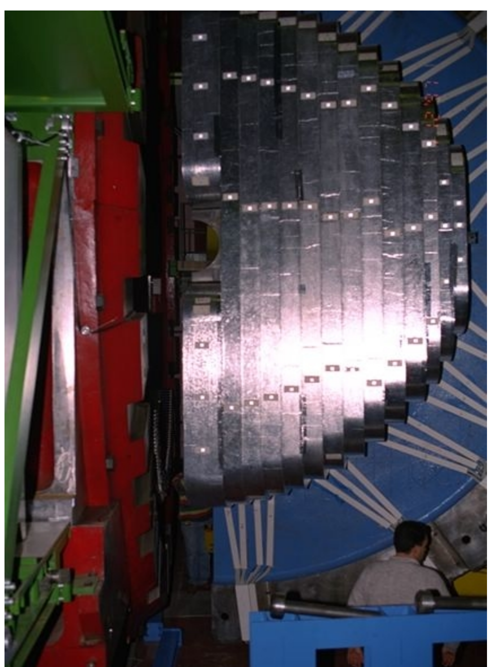


- 1 barrel + 2 end-caps
- Barrel 24 modules
- End-caps 30 modules
- 98% solid angle coverage

Calorimeter size

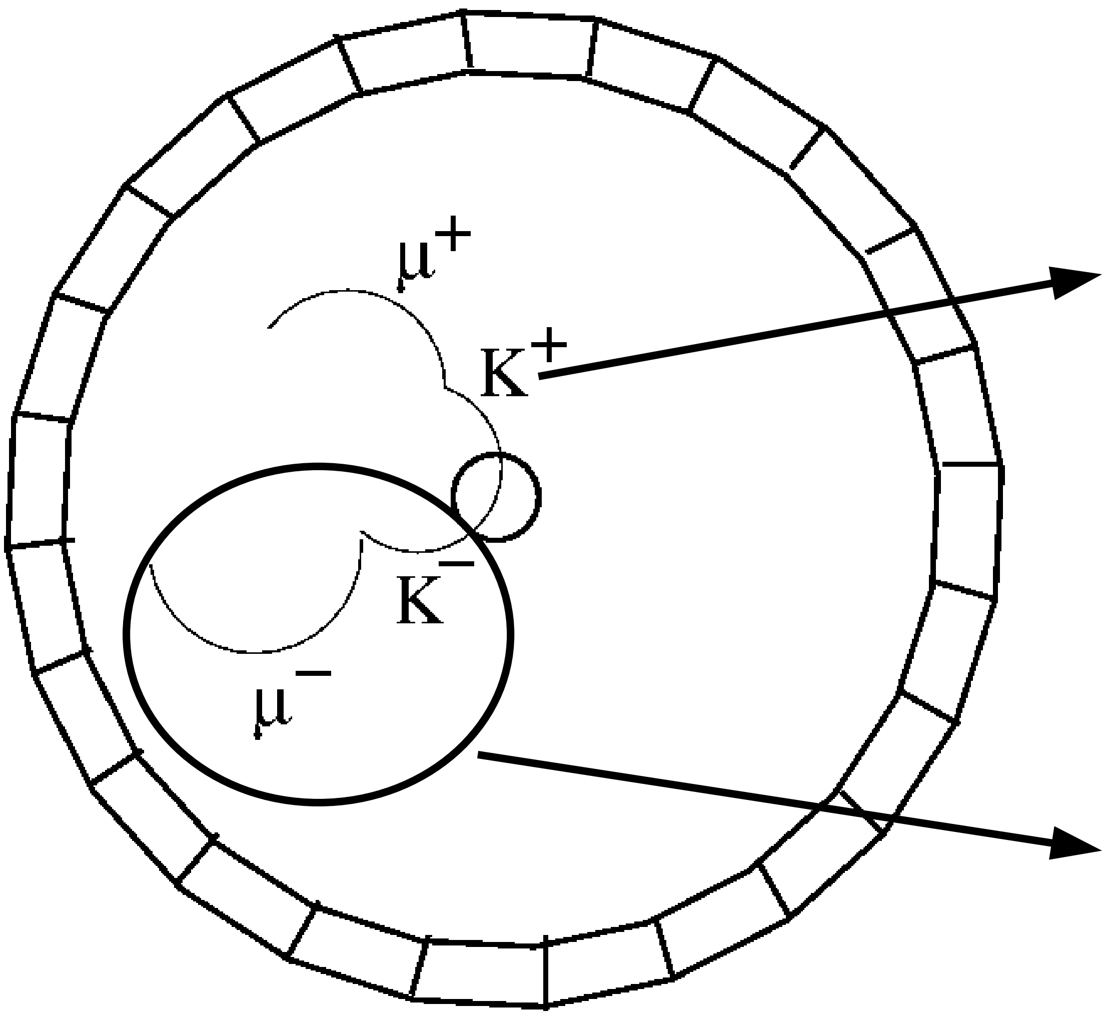


End-cap half module



$$\sigma_E/E = 5.7\%/\sqrt{E(GeV)}$$

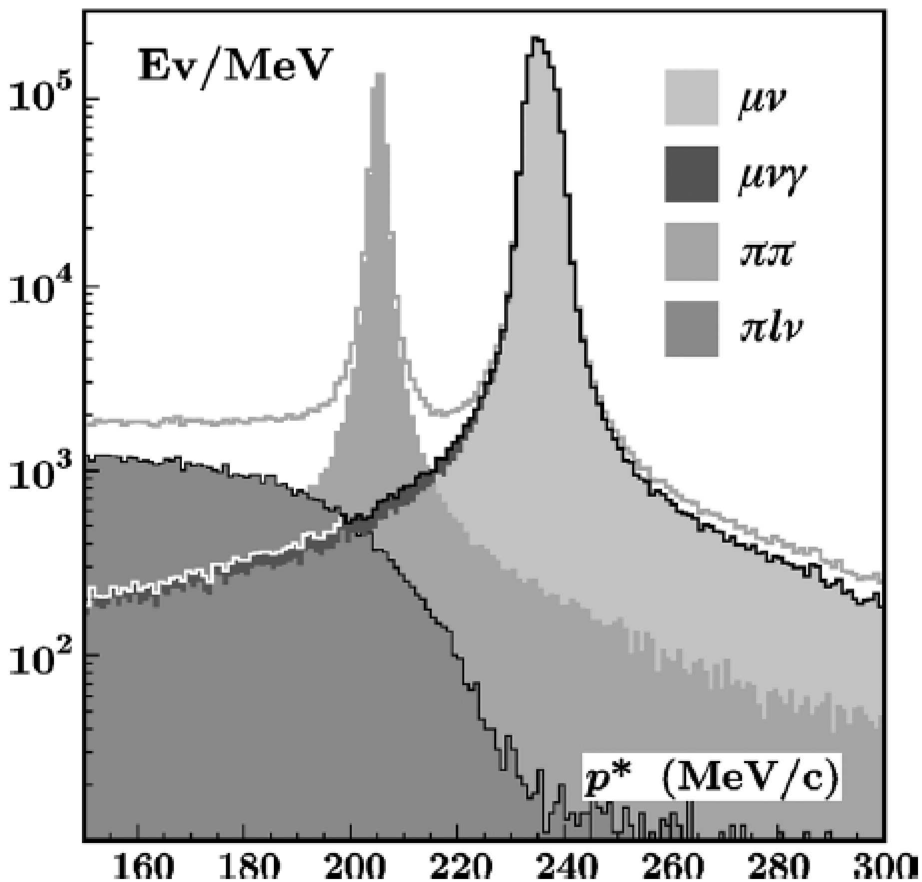
$$\sigma_t = 54ps/\sqrt{E(GeV)} \oplus 140\ ps$$



Ricostruisco il K^+ in due corpi, ma devo tener conto di fondi ed efficienze.
Nel sistema del K il μ e' monocromatico.

$$p^*_\mu = 235 \text{ MeV}$$

Ricostruisco un vertice a due tracce e identifico il K^-, pertanto so che dall'altra parte c'e' un K^+



$$Br(K^+ \to \mu^+ \nu) = \frac{N_{K^+ \to \mu^+ \nu}}{N_{K^-} \epsilon}$$

$Br(K^+ \to \mu^+ \nu) = 0.6366 \pm 0.0009_{stat} \pm 0.0015_{syst}$

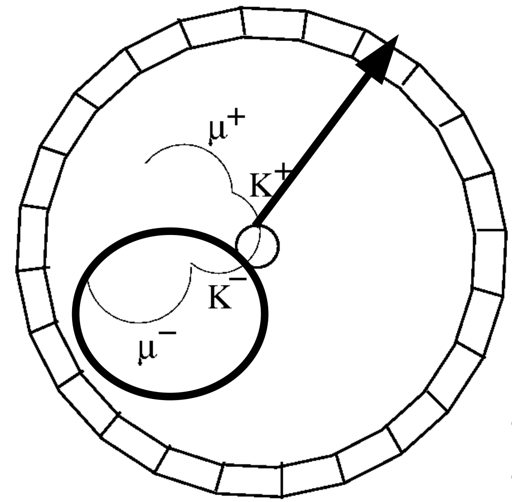
Misura della vita media.

Determiniamo la lunghezza di traccia.

τ_K = 12.38 ns

$c\tau = 3.7$m

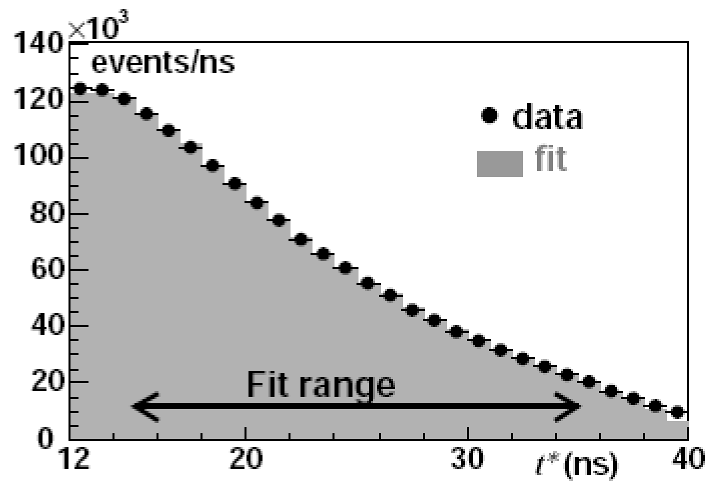
$\Lambda_{LAB} = \beta\gamma c\tau$

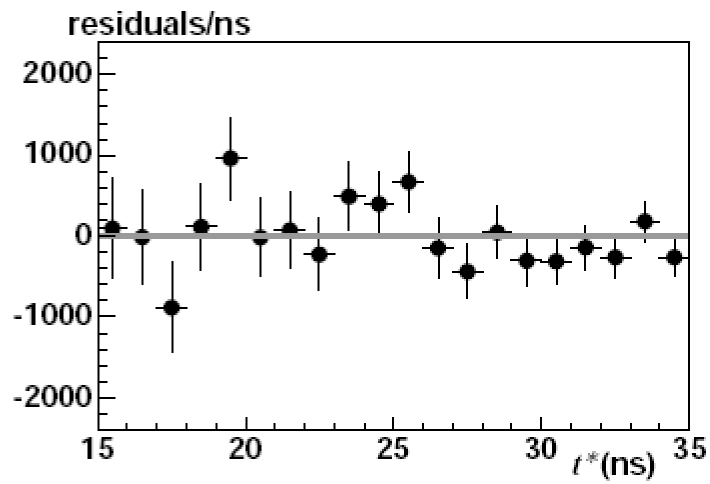


Determiniamo la lunghezza di traccia.
Correggiamo per perdite di energia dE/dx.
Dalla lunghezza di traccia ricaviamo il tempo.

p_K = 110 MeV $\beta\gamma$ = p/E = 110/505 = 0.22

$\Lambda_{LAB} = 0.8$ m





$\tau = 12.347 \pm 0.030$ ns

$$\frac{\Gamma(K\to\mu\nu\gamma)}{\Gamma(\pi\to\mu\nu\gamma)}=\frac{m_K\left(1-\frac{m_\mu^2}{m_K^2}\right)^2}{m_\pi\left(1-\frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)}\frac{|V_{us}|^2}{|V_{ud}|^2}\frac{f_K^2}{f_\pi^2}\frac{1+\alpha/\pi\,C_K}{1+\alpha/\pi\,C_\pi}$$

$$\frac{\Gamma(K\to\mu\nu\gamma)}{\Gamma(\pi\to\mu\nu\gamma)}=\frac{Br(K\to\mu\nu\gamma)}{\tau_K}\frac{\tau_\pi}{Br(\pi\to\mu\nu\gamma)}$$

$$\left|\frac{V_{us}}{V_{ud}}\right|^2=0.05211\pm\underbrace{0.00016}_{\text{sperimentale}}\pm\underbrace{0.00019}_{\text{correzioni radiative}}\pm\underbrace{0.00117}_{\text{QCD reticolo}}$$

Decadimenti semileptonici.

$$|K_2\rangle = \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}} \qquad |K_1\rangle = \frac{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}$$

A causa della violazione di CP possiamo avere oscillazioni $K_1 \leftrightarrow K_2$

Gli autostati di massa rappresentano i mesono che si propagano. Essi sono

$$|K_L\rangle = \frac{\epsilon |K_1\rangle + |K_2\rangle}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} \qquad |K_S\rangle = \frac{|K_1\rangle - \epsilon^* |K_2\rangle}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}$$

$|\varepsilon| = (2.229 \pm 0.012)\times 10^{-3}$

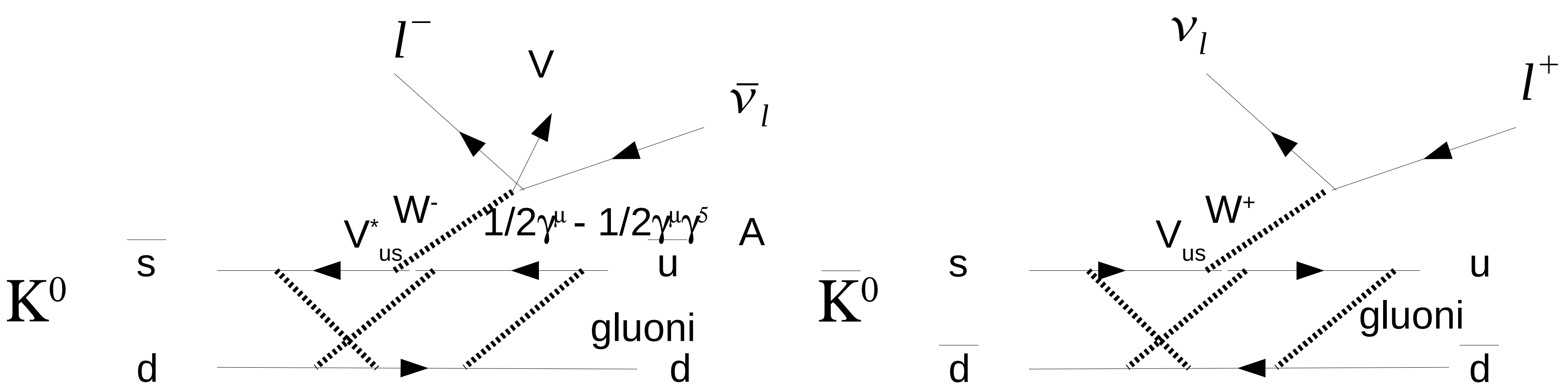
Noi trascureremo ε.
$K_L = K_2$ $K_S = K_1$

$\tau_L = (51.16 \pm 0.20)$ ns
$m_{KL} = 497.614 \pm 0.024$ MeV

$\tau_S = (0.08953 \pm 0.00005)$ ns
$m_{KS} = 497.614 \pm 0.024$ MeV

$$|K_L\rangle \approx |K_2\rangle = \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$K_L \to l^+ \pi^- \nu_l \qquad\qquad K_L \to l^- \pi^+ \bar{\nu}_l$$



La corrente adronica non collega uno pseudoscalare al vuoto.

La transizione e' $0^- \to 0^-$, quindi solo la parte vettoriale contribuisce.
In prima approssimazione l'interazione forte non e' sensibile al sapore, quindi K e π sono lo stesso stato. L'elemento di matrice e' 1 in prima approssimazione.

Conservazione di isospin nelle interazioni forti

$$L=i(\bar{u}\,\bar{d}\,\bar{c}\,\bar{s}\,\bar{t}\,\bar{b})\gamma^{\mu}\partial\begin{pmatrix}u\\d\\c\\s\\t\\b\end{pmatrix}-g(\bar{u}\,\bar{d}\,\bar{c}\,\bar{s}\,\bar{t}\,\bar{b})\gamma^{\mu}T_a\begin{pmatrix}u\\d\\c\\s\\t\\b\end{pmatrix}G^a_{\mu}-(\bar{u}\,\bar{d}\,\bar{c}\,\bar{s}\,\bar{t}\,\bar{b})\begin{pmatrix}m_u&&&&&\\&m_d&&&&\\&&m_c&&&\\&&&m_s&&\\&&&&m_t&\\&&&&&m_b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u\\d\\c\\s\\t\\b\end{pmatrix}$$

Invarianti per rotazioni nello spazio del sapore.

Non e' invariante se le masse sono diverse.

Restringiamoci al caso di 3 quarks:

$$\begin{pmatrix}m_u&&\\&m_d&\\&&m_s\end{pmatrix}=\frac{(m_u+m_d)/2+m_s}{2}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}+\frac{m_s-m_u/2-m_d/2}{2}\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix}+\frac{m_u-m_d}{2}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

$SU(3)_F$ invariante

SU(3) breaking

SU(2) breaking

L'entita' della rottura si valuta rispetto agli effetti di tutta la lagrangiana.
Una scala tipica e' la massa delle particelle. m_u = 1.5 MeV m_d = 3.5 MeV m_s = 104 MeV
Λ_{QCD} = 350 MeV

Teorema di Ademollo Gatto
Nelle correnti vettoriali (valutate a zero impulso trasferito) le correzioni di SU(3) compaiono al second'ordine nella differenza di massa dei quark.

Elemento di matrice della corrente adronica:

$$\langle K | J^\mu | \pi \rangle = f_+ (p_K + p_\pi)^\mu + f_- (p_K - p_\pi)^\mu = f_+ (p_K + p_\pi)^\mu + f_- (p_l + p_\nu)^\mu$$

funzione di invarianti di lorentz

contratto con la corrente leptonica fornisce termini proporzionali a m_l

possibili invarianti $(p_K + p_\pi)^2$ $(p_k - p_\pi)^2$

$(p_K+p_\pi)^2 = m_K^2 + m_\pi^2 + 2p_K \cdot p_\pi$

$(p_K - p_\pi)^2 = m_K^2 + m_\pi^2 - 2p_K \cdot p_\pi$

$(p_K - p_\pi)^2 + (p_K+p_\pi)^2 = 2m_K^2 + 2m_\pi^2$

$(p_K+p_\pi)^2 = 2m_K^2 + 2m_\pi^2 - (p_K - p_\pi)^2$

$f_+ = f_+(t)$ $t = (p_K - p_\pi)^2$

$f_+ = f_+(0)f(t)$ $f(0) = 1$

Sperimentalmente misurabile

$$M=J^{\mu}_{hadron}\,J^{+}_{\mu\,lepton}=\ldots(p_l+p_\nu)^{\mu}\,\bar{l}\,\gamma_\mu(1-\gamma^5)\nu=\bar{l}\,(\not{p}_{\bar{l}}+\not{p}_{\bar{\nu}})(1-\gamma^5)\,\nu$$

$$|M|^2=M\,M^{+}=\bar{l}\,(\not{p}_{\bar{l}}+\not{p}_{\bar{\nu}})(1-\gamma^5)\,\nu\,\nu^{+}\left(1-\gamma^5\right)\left(p_{l\mu}\gamma^{\mu+}+p_{\nu\nu}\gamma^{\nu+}\right)\gamma^0\,l$$

$$\bar{l}\,(\not{p}_{\bar{l}}+\not{p}_{\bar{\nu}})(1-\gamma^5)\,\nu\,\nu^{+}\,\gamma^0\left(1+\gamma^5\right)\left(p_{l\mu}\gamma^{\mu}+p_{\nu\nu}\gamma^{\nu}\right)\gamma^0\gamma^0\,l=$$

$$=\bar{l}\,(\not{p}_{\bar{l}}+\not{p}_{\bar{\nu}})(1-\gamma^5)\,\nu\,\bar{\nu}\left(1+\gamma^5\right)\left(\not{p}_{\bar{l}}+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)l$$

Esplicitiamo gli indici di spin e le componenti degli spinori e sommiamo su tutti gli spin

$$\left|\bar{M}\right|^2=\sum_{s'}\bar{l}^{s'}_{\alpha}\left[(\not{p}_{\bar{l}}+\not{p}_{\bar{\nu}})(1-\gamma^5)\right]_{\alpha\beta}\sum_{s}\nu^{s}_{\beta}\bar{\nu}^{s}_{\gamma}\left[\left(1+\gamma^5\right)\left(\not{p}_{\bar{l}}+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]_{\gamma\delta}l^{s'}_{\delta}$$

$$\gamma^{5+}=\gamma^5$$

$$\gamma^{\mu+}=\gamma^0\gamma^{\mu}\gamma^0$$

$$\gamma^5\gamma^{\mu}+\gamma^{\mu}\gamma^5=0$$

$$\gamma^5\gamma^{\mu}+\gamma^{\mu}\gamma^5=0$$

$$\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}+\gamma^{\nu}\gamma^{\mu}=2\mathrm{g}^{\mu\nu}$$

$$(\gamma^5)^2=1$$

Teoremi di traccia

$$\not{p}=p_\mu\gamma^\mu$$

$$Tr\,1=4$$

$$Tr(\not{a}\not{b})=4\mathrm{a}\cdot b$$

$$Tr\left(\gamma^5\right)=0$$

$$Tr\left(\gamma^5\not{a}\not{b}\right)=0$$

$$Tr\left(\gamma^{\mu}\,dispari\right)=0$$

Relazioni di completezza

$$\sum_{s=1,2}\psi^s(p)\bar{\psi}^s(p)=\not{p}+m$$

$$Tr\left(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}\right)=4\left[(a\cdot b)(c\cdot d)-(a\cdot c)(b\cdot d)+(a\cdot d)(b\cdot c)\right]$$

$$Tr\left(\gamma^5\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}\right)=4\,i\,\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}a^{\mu}b^{\nu}c^{\lambda}d^{\sigma}$$

$$\left|\bar{M}\right|^2=\sum_{s'} \bar{l}_{\alpha}^{s'}\left[(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(1-\gamma^5)\right]_{\alpha\beta}\sum_{s} \nu_{\beta}^{s}\bar{\nu}_{\gamma}^{s}\left[\left(1+\gamma^5\right)\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]_{\gamma\delta} l_{\delta}^{s'}=$$

$$=\sum_{s'} l_{\delta}^{s'}\bar{l}_{\alpha}^{s'}\left[(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(1-\gamma^5)\right]_{\alpha\beta}\sum_{s} \nu_{\beta}^{s}\bar{\nu}_{\gamma}^{s}\left[\left(1+\gamma^5\right)\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]_{\gamma\delta}=$$

$$=(\not{p}_l+m_l)_{\delta\alpha}\left[(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(1-\gamma^5)\right]_{\alpha\beta}(\not{p}_{\bar{\nu}})_{\beta\gamma}\left[\left(1+\gamma^5\right)\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]_{\gamma\delta}=$$

$$=Tr\left[(\not{p}_l+m_l)(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(1-\gamma^5)(\not{p}_{\bar{\nu}})\left(1+\gamma^5\right)\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]=$$

$$=Tr\left[(\not{p}_l+m_l)(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(\not{p}_{\bar{\nu}})(1+\gamma^5)\left(1+\gamma^5\right)\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]=$$

$$=2\,Tr\left[(\not{p}_l+m_l)(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(\not{p}_{\bar{\nu}})(1+\gamma^5)\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]=$$

$$=2\,Tr\left[(\not{p}_l+m_l)(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(\not{p}_{\bar{\nu}})\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]+2\mathrm{Tr}\left[(\not{p}_l+m_l)(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(\not{p}_{\bar{\nu}})\gamma^5\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]=$$

$$=2\,Tr\left[(\not{p}_l+m_l)(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(\not{p}_{\bar{\nu}})\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]+2\mathrm{Tr}\left[(\not{p}_l+m_l)(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(\not{p}_{\bar{\nu}})\gamma^5\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]=$$

$$=2\,Tr\left[(\not{p}_l+m_l)(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(\not{p}_{\bar{\nu}})\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]=2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_l+2\,Tr\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_l+$$

$$+2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}+2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}+2\mathrm{m}_l\,Tr\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_l+2\mathrm{m}_l\,Tr\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_l$$

$$+2\mathrm{m}_l\,Tr\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}$$

$$=2\,Tr\left[(\not{p}_l+m_l)(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})(\not{p}_{\bar{\nu}})(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}})\right]=2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_l+2\,Tr\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_l+$$

$$+2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}+2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}+\cancel{2\mathrm{m}_l\,Tr\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_l}+\cancel{2\mathrm{m}_l\,Tr\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_l}$$
$$\cancel{+2\mathrm{m}_l\,Tr\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}}$$

$$=2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_l+2\,Tr\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_l+2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}+2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}\,\not{p}_{\bar{\nu}}=$$

$$8\left(\cancel{m_l^2\,p_\nu\cdot p_l-p_l\cdot p_\nu m_l^2}+m_l^2\,p_l\cdot p_\nu\right)+8\left(\cancel{(p_l\cdot p_\nu)^2-(p_l\cdot p_\nu)^2}+m_l^2\,m_\nu^2\right)+$$
$$+8\left(\cancel{-(p_l\cdot p_\nu)^2+(p_l\cdot p_\nu)^2}\right)=8\,m_l^2\,p_l\cdot p_\nu$$

$$=2\mathrm{Tr}\left[\left(\not{p}_l+m_l\right)\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\left(\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\gamma^5\left(\not{p}_l+\not{p}_{\bar{\nu}}\right)\right]=2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\gamma^5\not{p}_l+2Tr\,\not{p}_l\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\gamma^5\not{p}_{\bar{\nu}}+$$

$$+2\mathrm{Tr}\,\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_{\bar{\nu}}\gamma^5\not{p}_l+2Tr\,\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_{\bar{\nu}}\gamma^5\not{p}_{\bar{\nu}}=$$

$$=2\mathrm{Tr}\,\gamma^5\not{p}_l\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_l+2Tr\,\gamma^5\not{p}_l\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_{\bar{\nu}}+2\mathrm{Tr}\,\gamma^5\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_{\bar{\nu}}\,p_l+2Tr\,\gamma^5\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_{\bar{\nu}}=$$

$$=2\mathrm{Tr}\,\gamma^5\not{p}_l\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_l+2Tr\,\gamma^5\not{p}_l\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_{\bar{\nu}}+2\mathrm{Tr}\,\gamma^5\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_l+2Tr\,\gamma^5\not{p}_l\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_{\bar{\nu}}\not{p}_{\bar{\nu}}=$$

$$=4\mathrm{i}\,\epsilon_{ijkl}\,p_l^i\,p_l^j\,p_\nu^j\,p_l^l=0+0...$$

$$\Gamma(K_L \to e^- \pi^+ \bar{\nu}) = \frac{G_F^2 M_K^5}{192\pi^3} S_{EW} |V_{us}|^2 |f_+(0)|^2 I (1+\delta^{EM})$$

Integrale sullo spazio delle fasi di f(t).

It is customary to analyze the spin-averaged decay distribution $\rho(y,z)$ for $K_{\ell 3}$. It depends on two variables, for which we choose:

$$z = \frac{2p_\pi \cdot p_K}{M_K^2} = \frac{2E_\pi}{M_K}, \quad y = \frac{2p_K \cdot p_\ell}{M_K^2} = \frac{2E_\ell}{M_K}, \qquad (3.3)$$

where E_π (E_ℓ) is the pion (charged lepton) energy in the kaon rest frame, and M_K indicates the mass of the decaying kaon. Alternatively one may also use two of the Lorentz invariants

$$t = (p_K - p_\pi)^2, \quad u = (p_K - p_\ell)^2, \quad s = (p_\pi + p_\ell)^2. \quad (3.4)$$

Then the distribution (without radiative corrections) reads

$$\rho^{(0)}(y,z) = \mathcal{N}\Big[A_1^{(0)}|f_+^{K\pi}(t)|^2 + A_2^{(0)} f_+^{K\pi}(t) f_-^{K\pi}(t) + A_3^{(0)}|f_-^{K\pi}(t)|^2\Big], \qquad (3.5)$$

$$\mathcal{N} = C^2 \frac{G_F^2\,|V_{us}|^2 M_K^5}{128\pi^3}, \quad \Gamma = \int_{\mathcal{D}} dy\,dz\ \rho^{(0)}(y,z).$$

$$\Gamma(K_L \to e^- \pi^+ \bar{\nu}) = Br(K_L \to e^- \pi^+ \bar{\nu})\, \Gamma_{K_L} = \frac{Br(K_L \to e^- \pi^+ \bar{\nu})\hbar}{\tau_{K_L}}$$

La statistica di Bose impedisce che un vettore possa decadere in una coppia di pseudoscalari identici.

$\phi \to$ PP Il momento angolare orbitale deve essere 1. Per scambio cambia segno, quindi la funzione d'onda e' antisimmetrica.

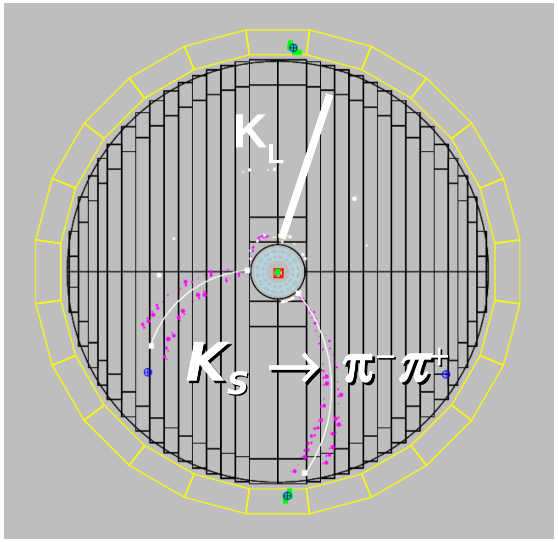
$\phi \to K_S K_L$

τ_L = (51.16 ± 0.20) ns
$m_{KL} = m_{KS}$ = 497.614 ± 0.024 MeV
τ_S = (0.08953± 0.00005) ns

$$\vec{P}_{K_S} = \vec{P}_{K_L}$$
$$|\vec{P}_{K_S}| = 110\ MeV$$
$$\beta\gamma = p/E = 0.22$$

$$\Lambda_{K_L} = 0.22\, \tau_L c = 3.4\, m$$
$$\Lambda_{K_S} = 0.22\, \tau_S c = 6\, mm$$

Il K_S decade vicino al punto di interazione
il K_L nella camera a deriva.



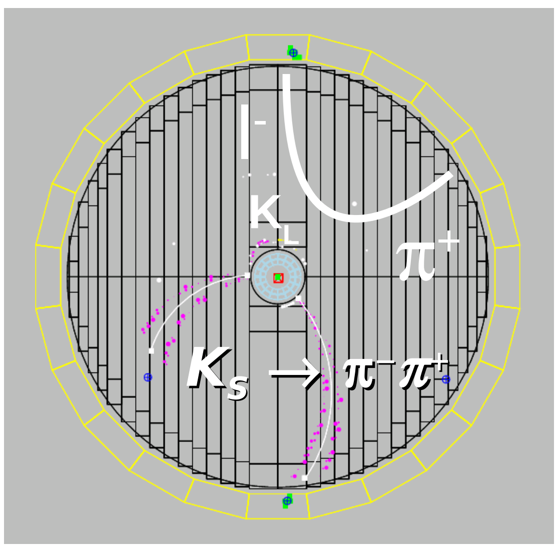
Decadimenti dominanti

$K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$ CP = + 1

$K_S \rightarrow \pi^0\pi^0$

$K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ CP = -1

$K_L \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$



Decadimenti semileptonici

Impulso del K_L dato da quello misurato del K_S

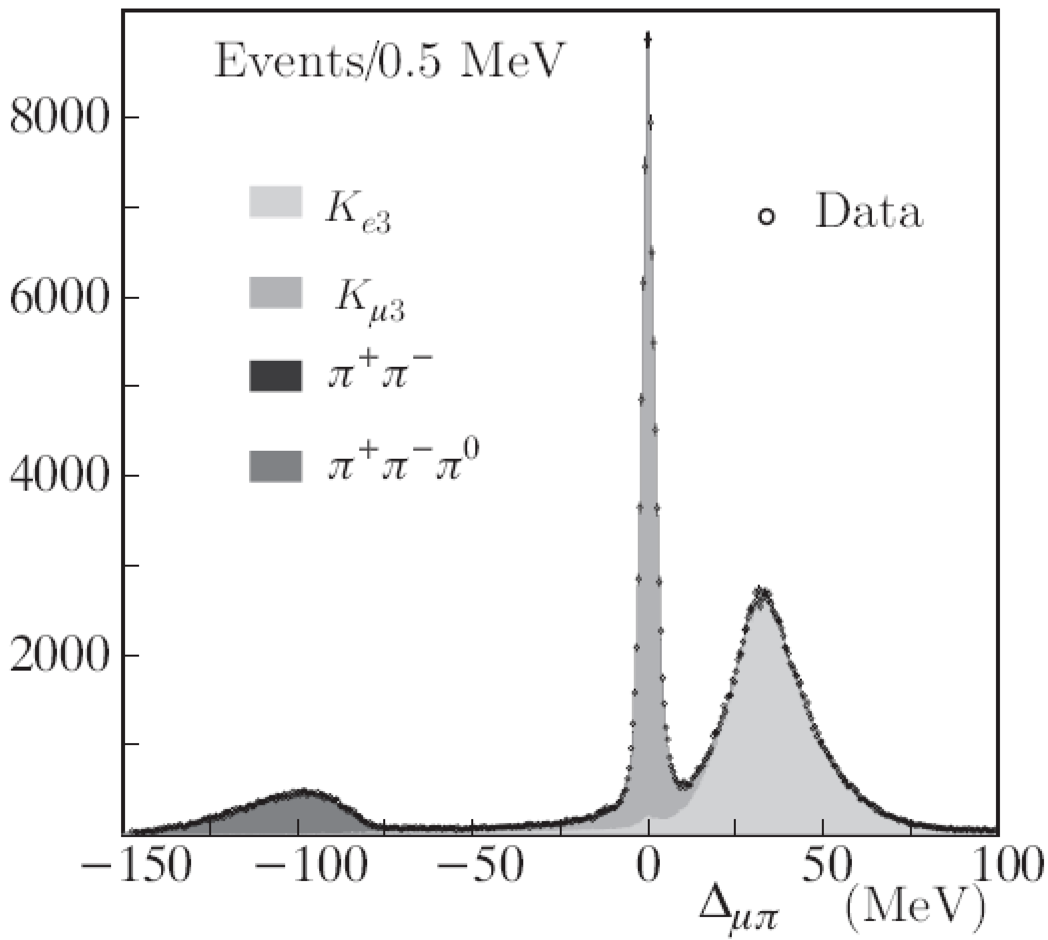
$$p_{K_L} = p_l + p_\pi + p_\nu$$

$$E_{miss} = E_\nu = E_{K_L} - \sqrt{P_1^2 + m_1^2} - \sqrt{P_2^2 + m_2^2}$$

$$P_{miss} = \left| \vec{p}_{K_L} - \vec{P}_1 - \vec{P}_2 \right|$$

$$\Delta_{12} = E_{miss\,12} - P_{miss} = E_{K_L} - \sqrt{P_1^2 + m_1^2} - \sqrt{P_2^2 + m_2^2} - P_{miss}$$

Dati due impulsiposso associare il leptone, ad esempio muone, ad 1 ed il pi al secondo e vice versa.
La combinazione corretta mi da' zero. Pertanto scelgo la combinazione con il valore assoluto piu' piccolo

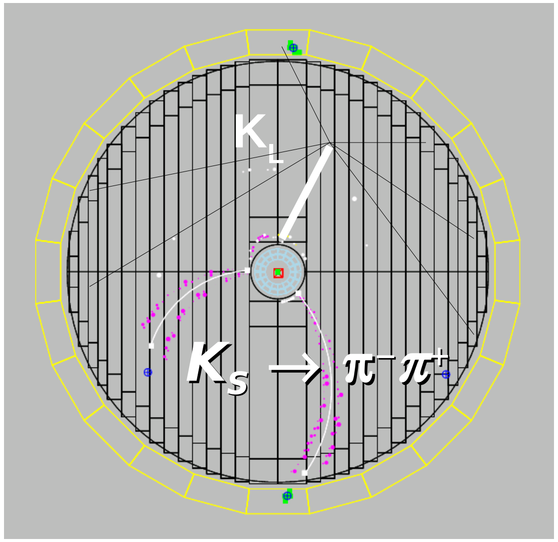


Il fit a queste distribuzione fornisce il numero di eventi Ke3.

Poiche' l'efficienza di selezione dipende da quanti K_L decadono nel volume di rivelazione esiste una relazione tra efficienza e vita media del K_L

$$\mathrm{BR}(K_L \to f)/\mathrm{BR}_0(K_L \to f) = 1 + 0.0128\ \mathrm{ns}^{-1}\ (\tau_L - \tau_{L,0})\,,$$

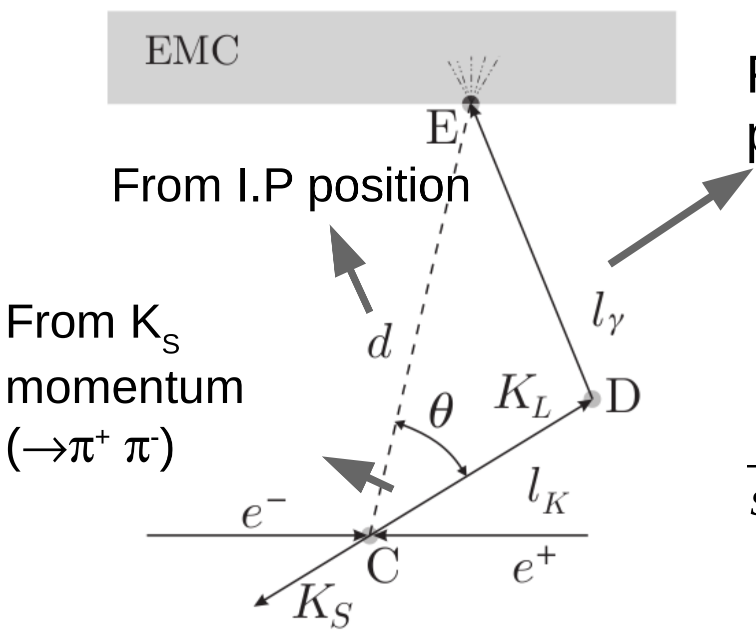
$\tau_{L,0}$ = 51.54 ns
BR(Ke3) = 0.4049(21)



Misura della vita media del K_L

usiamo decadimenti $K_L \rightarrow 3\pi^0$

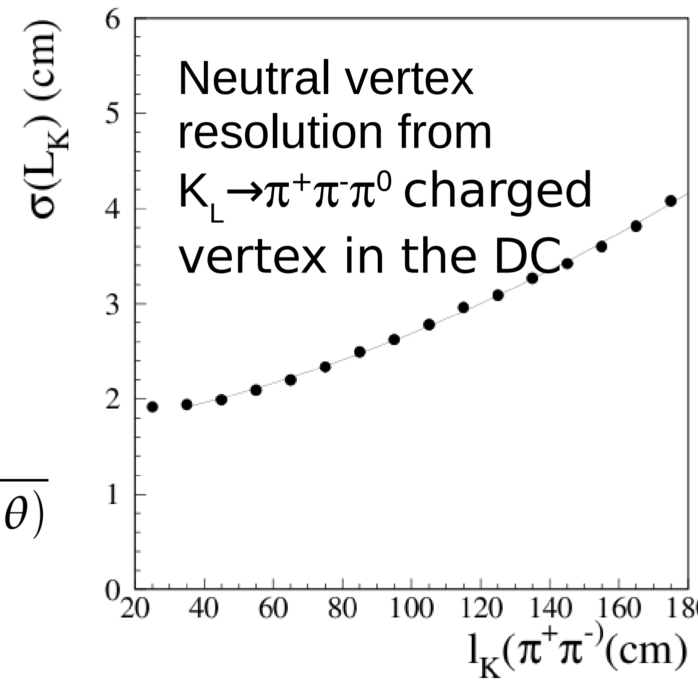
$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$



From I.P photon ToF

$$t_{cl} = \frac{l_K}{\beta c} + \frac{l_\gamma}{c}$$

$$\frac{l_\gamma}{sen\,\theta} = \frac{l_K}{sen\,\alpha} = \frac{d}{sen(180-\alpha-\theta)}$$



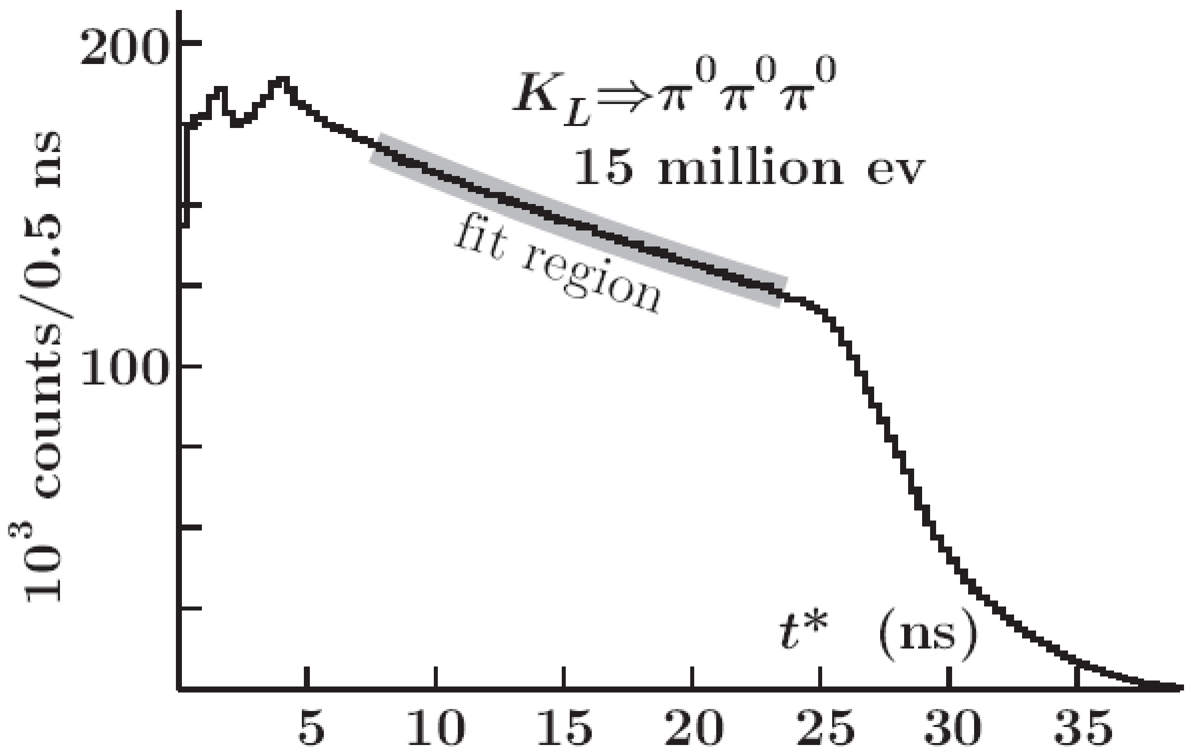
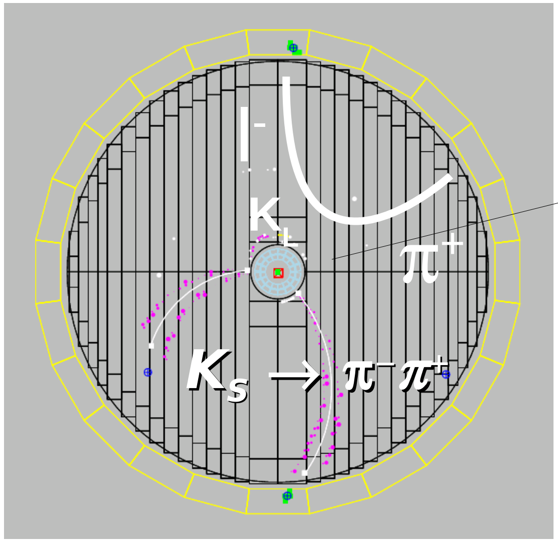


Figure 6: Proper-time distribution for K_L $3\pi^0$ decays.

$\tau_L = 50.92 \pm 0.17_{stat} \pm 0.25_{syst}$ ns

misura del fattore di forma Ke3

L'assegnazione eπ e' effettuata sulla base del tempo di volo, in modo da non influenzare la misura deimomenti.

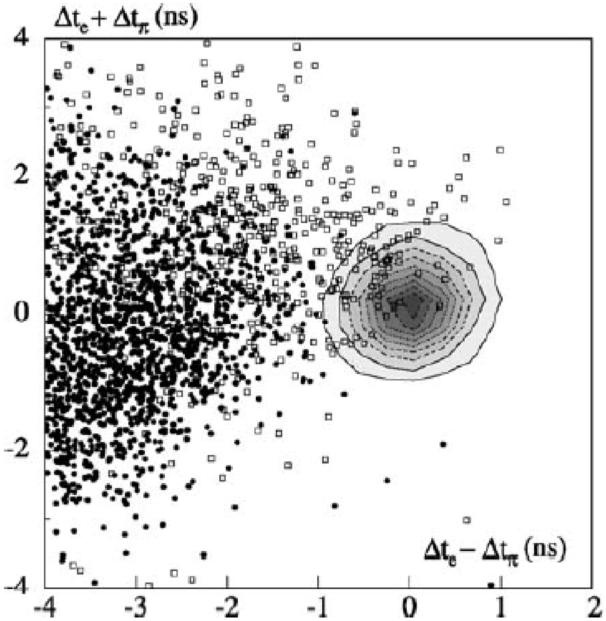


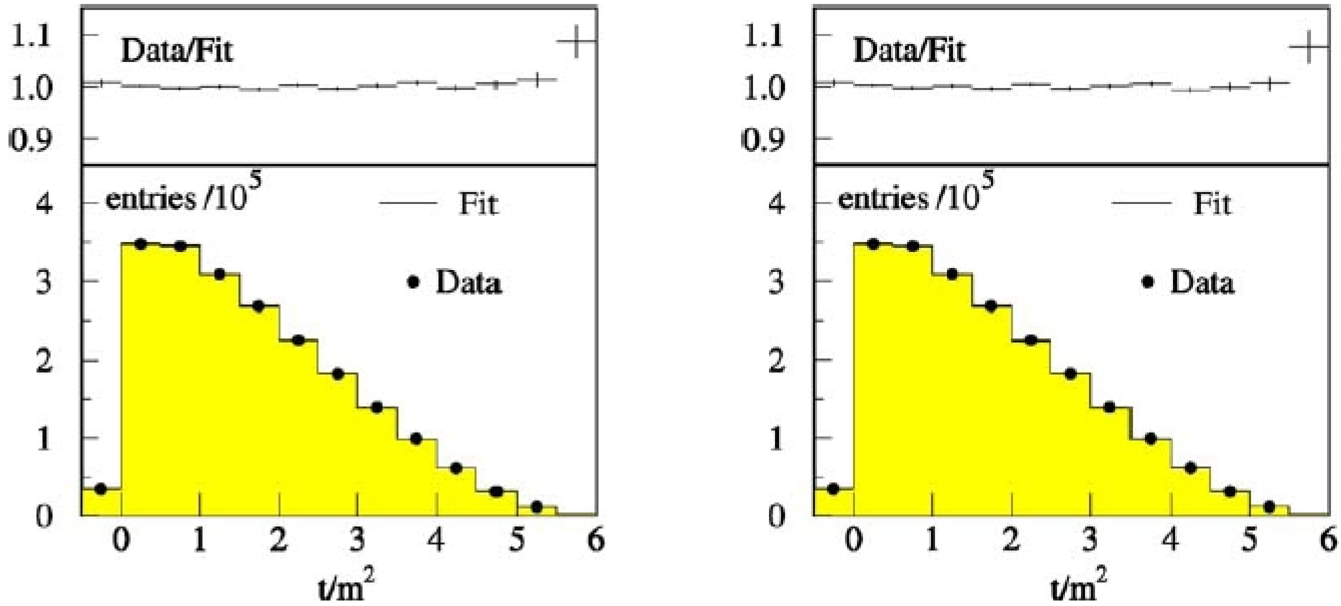
conosco la posizione del vertice
conosco il β del K
posso determinare l'istante di decadimento del K
Posso determinare la lunghezza di traccia
ed ho il tempo del cluster nel calorimetro.
Posso confrontare il tempo del cluster con il tempo atteso per un elettrone ($\beta = 1$)

$\Delta t_e = t_{cl} - t_{exp\ e}$

$\Delta t_\pi = t_{cl} - t_{exp\ \pi}$

$|\Delta t_\pi - \Delta t_e|$ nelle due ipotesi, identifico il π e e^- trovando la combinazione minima. Dopo l'assegnazione:
Fondo rimanente 0.7%





$f(t) = f(t)_{spaziofasi} * f_{+}(t)$

$$\hat{f}_{+}(t) = 1 + \lambda'_{+}\frac{t}{m^2} + \frac{1}{2}\lambda''_{+}\left(\frac{t}{m^2}\right)^2 + \cdots .$$

$\lambda'_{+} = (25.5 \pm 1.5_{stat} \pm 1.0_{syst}) \times 10^{-3}$

$\lambda''_{+} = (1.4 \pm 0.7_{stat} \pm 0.4_{syst}) \times 10^{-3}$

$I = 0.15470 \pm 0.00042$

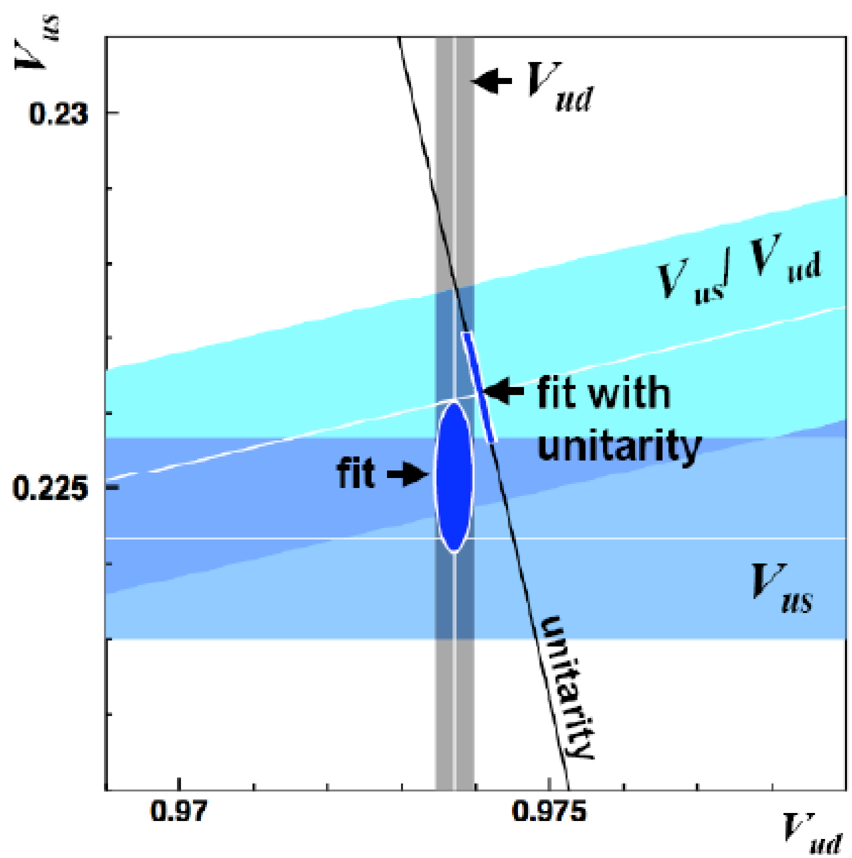
$$\Gamma(K_L \to e^- \pi^+ \bar{\nu}) = \frac{G_F^2 M_K^5}{192\pi^3} S_{EW} |V_{us}|^2 |f_+(0)|^2 I (1+\delta^{EM})$$

$$|V_{us}||f_+(0)| = 0.2155(7)$$

reticolo $f_+(0) = 0.9644 \pm 0.0049$

$$|V_{us}| = 0.2237 \pm 0.0013$$

$f_+(0)$ from UKQCD/RBC '06



V_{us}/V_{ud} from $Br(K\to\mu\nu\gamma)_{KLOE}$ / $Br(\pi\to\mu\nu\gamma)$

Fit results, no constraint:

V_{ud} = 0.97371(26)
V_{us} = 0.2252(10)
χ^2/ndf = 0.85/1 (36%)

Unitarity constrained at $< 7\times10^{-4}$ level on $|V_{ud}|^2+|V_{us}|^2$

Fit results, unitarity constraint:

V_{ud} = 0.97405(17)
V_{us} = 0.2263(7)
χ^2/ndf = 3.8/2 (14.6%)

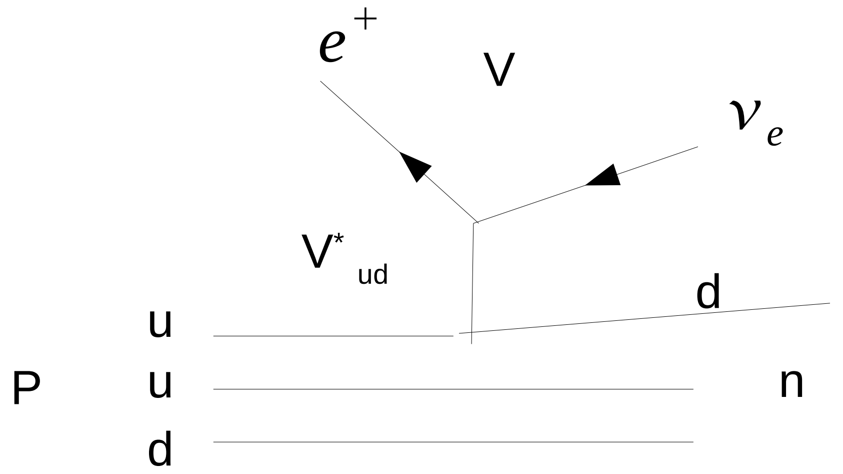
Agreement with unitarity 1.5σ

$$\frac{\Gamma(K\to\mu\nu\gamma)}{\Gamma(\pi\to\mu\nu\gamma)}=\frac{m_K\left(1-\frac{m_\mu^2}{m_K^2}\right)^2}{m_\pi\left(1-\frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)}\frac{|V_{us}|^2}{|V_{ud}|^2}\frac{f_K^2}{f_\pi^2}\frac{1+\alpha/\pi\, C_K}{1+\alpha/\pi\, C_\pi}$$

Misura di V_{ud}

Decadimento beta nucleare:

1) Assenza di altri stati finali: Br = 1, la vita media fornisce direttamente la Γ parziale.



$$0^- \rightarrow 0^-$$

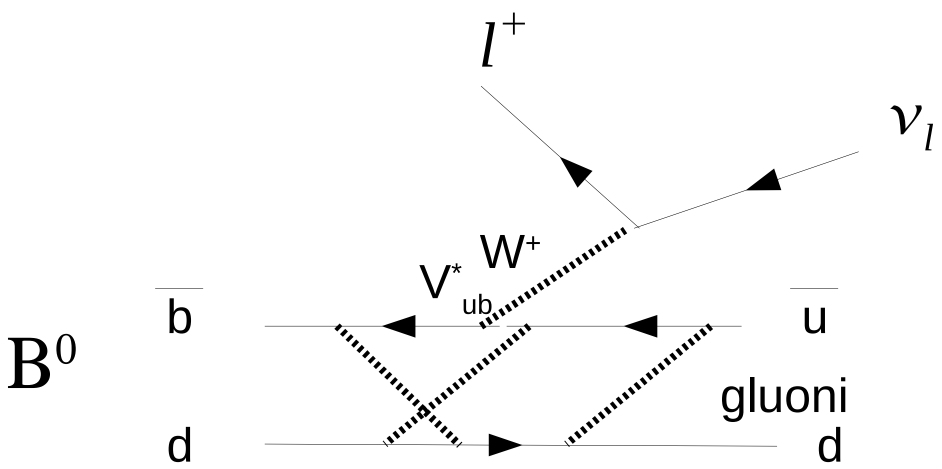
Transizione vettoriale, le correzioni a 1 provengono da rottura di SU(2), molto piu' lieve delle correzioni SU(3).

$$\Gamma = \frac{G^2 |V_{ud}|^2 Q^5}{30\pi^3} \rightarrow |V_{ud}|^2 = \frac{\hbar 30\pi^3}{G^2 Q^5 t} = \frac{\hbar 30\pi^3 \ln 2}{G^2 Q^5 t_{1/2}} = \frac{2984.48(5)}{ft_{1/2}(1+RC)}$$

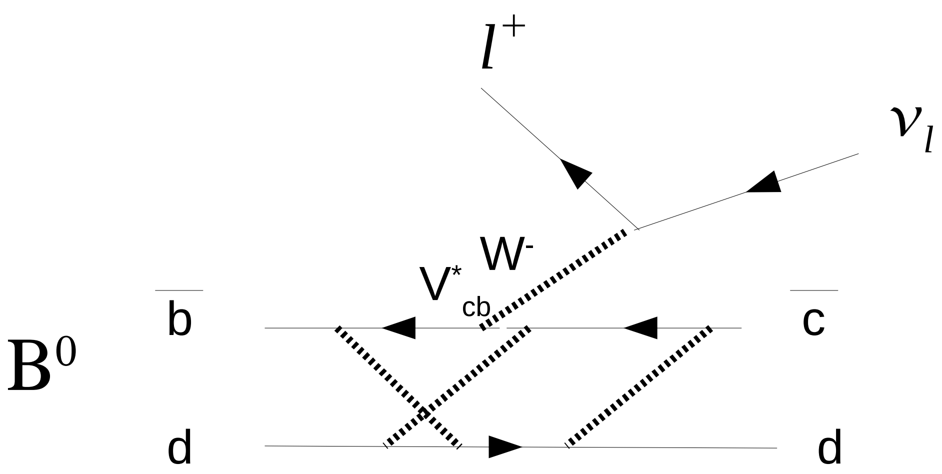
Nucleus	ft (sec)	V_{ud}
^{10}C	3039.5(47)	0.97370(80)(14)(19)
^{14}O	3042.5(27)	0.97411(51)(14)(19)
^{26}Al	3037.0(11)	0.97400(24)(14)(19)
^{34}Cl	3050.0(11)	0.97417(34)(14)(19)
^{38}K	3051.1(10)	0.97413(39)(14)(19)
^{42}Sc	3046.4(14)	0.97423(44)(14)(19)
^{46}V	3049.6(16)	0.97386(49)(14)(19)
^{50}Mn	3044.4(12)	0.97487(45)(14)(19)
^{54}Co	3047.6(15)	0.97490(54)(14)(19)
Weighted Ave.		0.97418(13)(14)(19)

Misura di V_{ub} e V_{cb}

Usiamo i decadimenti semileptonici:



Adroni senza sapore.
A differenza dei K possiamo produrre qualunque mesone a causa dell'alta energia del quark u. La ricerca in canali esclusivi dipende fortemente dalle funzioni di frammentazione in QCD. Meglio il decadimento inclusivo: guardo solo lo stato leptonico.
tuttavia se guardo solo lo stato inclusivo non distinguo u da c

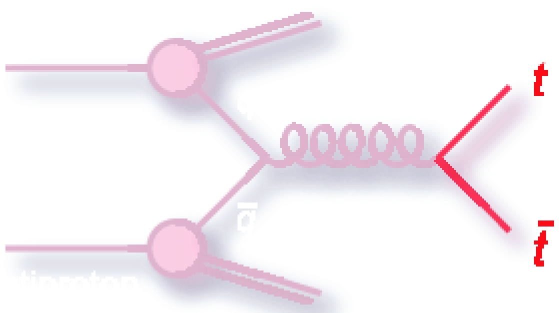


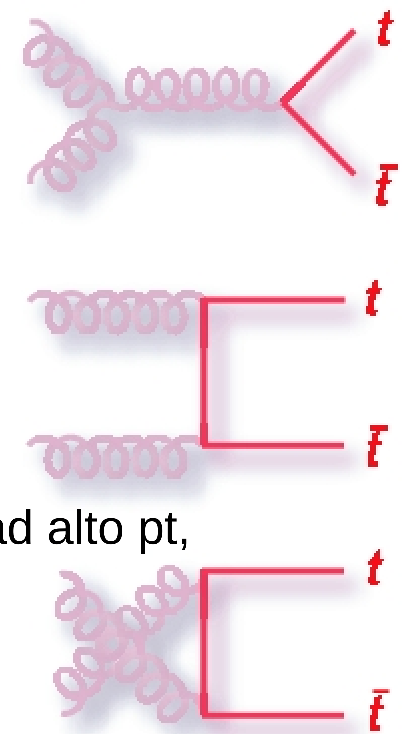
Poiche' $V_{cb} \sim 10\ V_{ub}$ la rate in charm e' 100 volte maggiore. Quindi non ho contaminazione da u.
Se voglio misurare V_{ub} devo sopprimere il charm.
$m_D > 1$ GeV, quindi leptoni di alto impulso solo con u. Tagli in $E_l > 2$ GeV.
Tuttavia devo conoscere le funzioni spettrali.

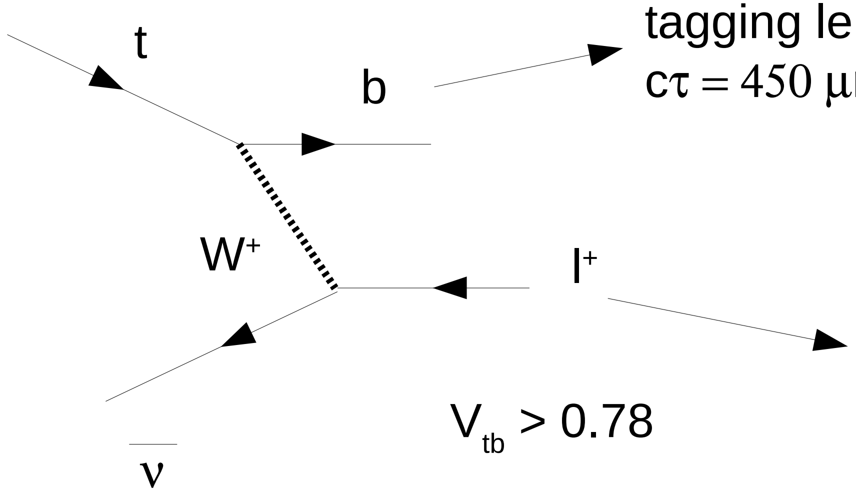
$$|V_{ub}| = (3.93 \pm 0.36) \times 10^{-3}$$
$$|V_{cb}| = (41.2 \pm 1.1) \times 10^{-3}$$

Misura di V_{tb}

Il quark top decade prima di adronizzare. Quindi non esistono mesoni con top.
Il top e' al momento studiatosolo a Tevatron (CDF e D0) m_t = 170 GeV, energia necessaria per produrre una coppia $t\,\bar{t}$ 340 GeV, LHC a breve







tagging leptoni ad alto pt,
$c\tau = 450\ \mu m$

leptone con alto P_t

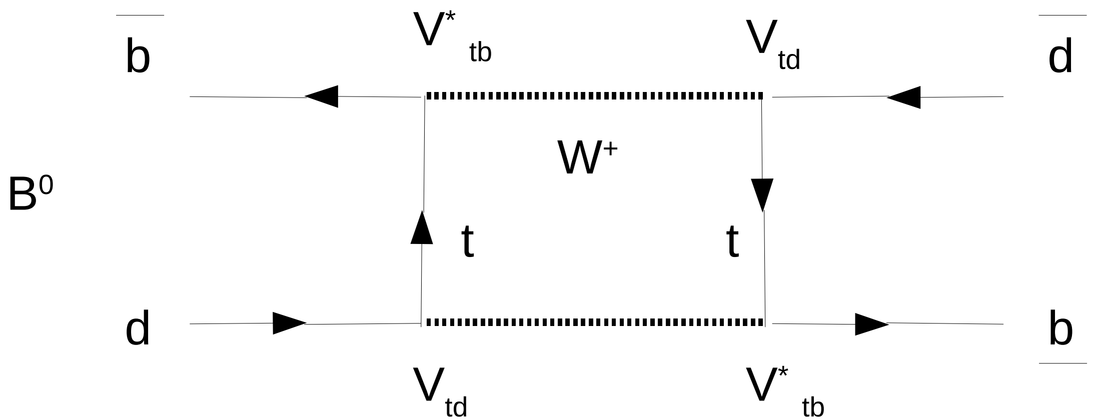
$V_{tb} > 0.78$

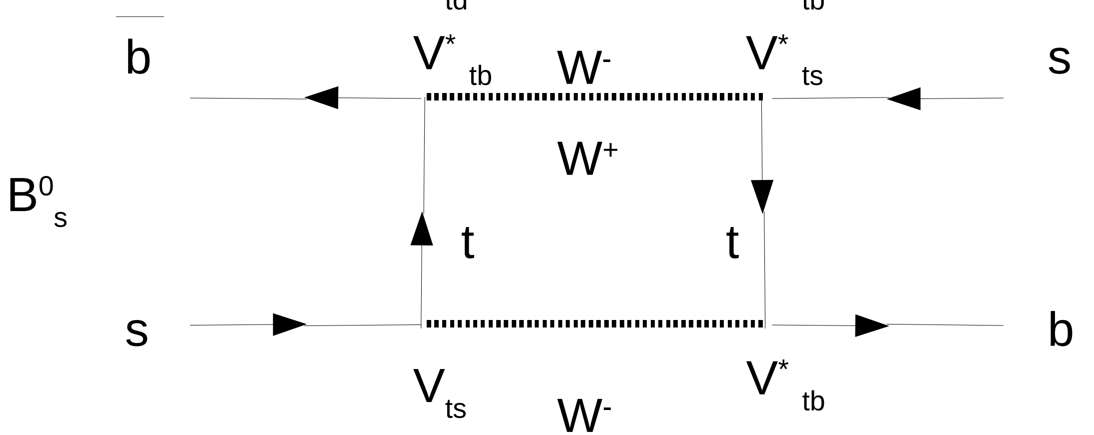
Misura di V_{td} e V_{ts}

Tagging impossibile. K e π prodotti nei jets.

$$\Delta m_b = \langle B_L | H | B_L \rangle - \langle B_H | H | B_H \rangle = \frac{1}{2}\left(\langle B^0 | - \langle \bar{B}^0 |\right) H \left(| B^0 \rangle - | \bar{B}^0 \rangle\right) - \frac{1}{2}\left(\langle B^0 | + \langle \bar{B}^0 |\right) H \left(| B^0 \rangle + | \bar{B}^0 \rangle\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\langle B^0 | - \langle \bar{B}^0 |\right) H \left(| B^0 \rangle - | \bar{B}^0 \rangle\right) - \frac{1}{2}\left(\langle B^0 | + \langle \bar{B}^0 |\right) H \left(| B^0 \rangle + | \bar{B}^0 \rangle\right) = -\langle B^0 | H | \bar{B}^0 \rangle - \langle \bar{B}^0 | H | B^0 \rangle$$





assumo $|V_{tb}| = 1$

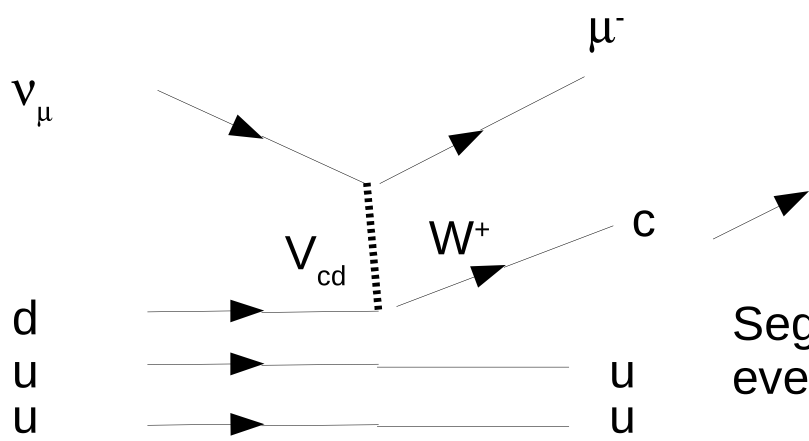
$V_{tb}^2 + V_{cb}^2 + V_{ub}^2 = 1$

$\sim |V_{td}| = (8.1 \pm 0.6)\times 10^{-3}$

$\sim |V_{ts}| = (38.7 \pm 2.3)\times 10^{-3}$

$|V_{td}/V_{ts}| = 0.209 \pm 0.001 \pm 0.006$

Misura di V_{cd}



Frammentazione in adroni D decadimento in μ^+
nei pressi del vertici.

Segnatura sperimentale:
eventi a due muoni di carica opposta (dimuoni in gergo).

$$\sigma(\nu_\mu \to \mu^+ \mu^-) \quad |V_{cd}|^2 d$$