

Incertezza di Misura

1. Introduzione
2. Errori casuali e sistematici
3. Il «Valore Vero»
4. Critica del concetto di errore
5. Incertezza di misura – assoluta e relativa
6. Incertezza di tipo A e Tipo B
7. Cause dell'incertezza
8. Conteggi

Cenni storici

- Fino all'800 nessuno riporta le incertezze.
- Nel 1810 Gauss introduce la sua teoria degli errori
- Fino alla fine dell'800 usata solo in astronomia
- Dal 1890 fino alla fine del 900 usata in fisica e industria
- Dalla fine 900 pubblicazione della GUM con revisione critica della precedente teoria degli errori e con introduzione del concetto di incertezza di misura.

Misurazioni e Incertezze

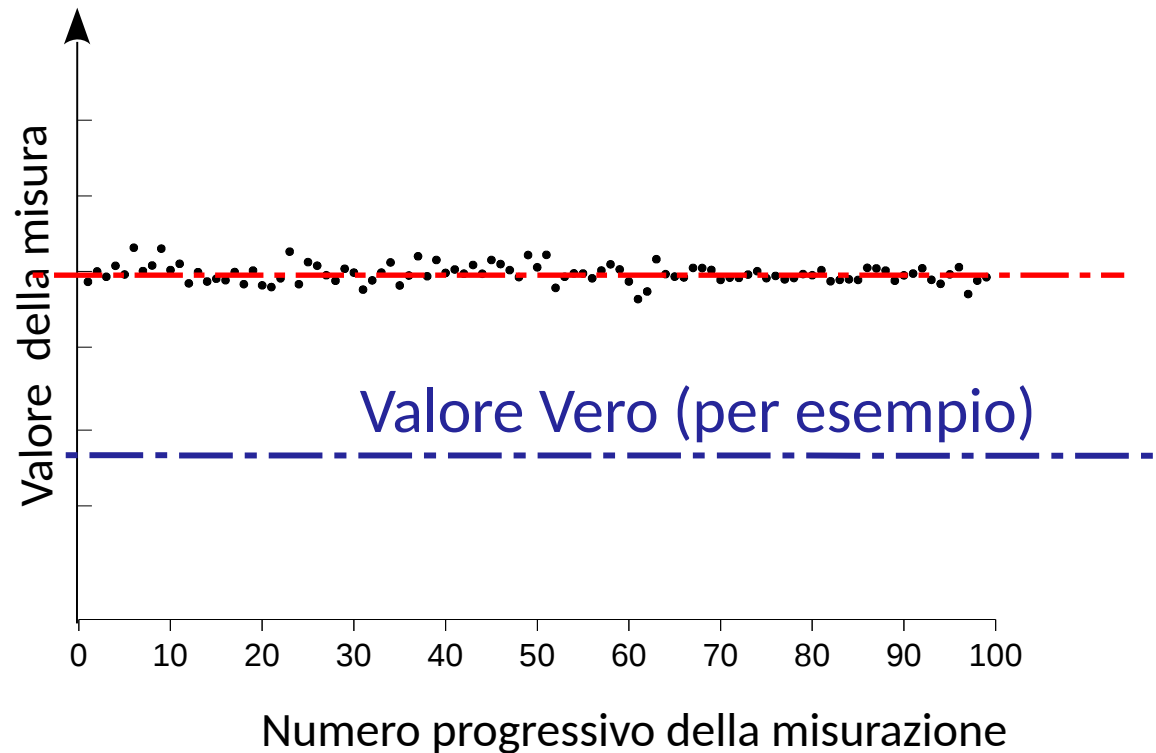
- Le Misurazioni sono le operazioni che realizzano la definizione operativa di una grandezza fisica.
- L'obiettivo di una misurazione è di determinare il valore numerico del misurando (la "misura")
- In generale la misura è solo un'approssimazione o stima del "valore vero" del misurando ed è completa solo quando è accompagnata dalla stima dell'incertezza.

Il «Valore Vero»

- Il valore vero di una grandezza , a causa dell'incertezza di misura, è una grandezza inconoscibile.
- Molto spesso è più corretto parlare di “Valori Veri” (al plurale) compatibili con la definizione del misurando.
- In conclusione il “Valore Vero” o **non esiste** o e' **inconoscibile**.
- (tuttavia e' un concetto astratto molto utile per la comprensione della teoria delle incertezze di misura)

Esempio di Misurazioni Ripetute

Eseguiamo un esperimento ripetendo 100 volte una misurazione “nelle stesse condizioni sperimentali” ; il risultato sia il seguente grafico:



Cosa possiamo concludere?

Senza una conoscenza dettagliata della strumentazione usata possiamo solo affermare che le misure fluttuano attorno ad un certo valore. La stima del valore della grandezza è un variabile aleatoria.

Ma non è detto che il valore attorno a cui fluttuano sia quello vero!

Definizione di Errore di misura

Generalizzando l'esempio precedente si può affermare che ogni misurazione ha delle "imperfezioni" che influiscono sul valore della misura dando luogo al cosiddetto errore di misura che rende la misura diversa dal «valore vero» del misurando.

Si definisce errore di misura (ϵ) la differenza tra il valore vero, μ e la misura ottenuta x :

$$\epsilon = \mu - x$$

Errore → Misura
Valore Vero

L'errore di misura è inconoscibile come il «valore vero»

Errori Casuali e Sistemati

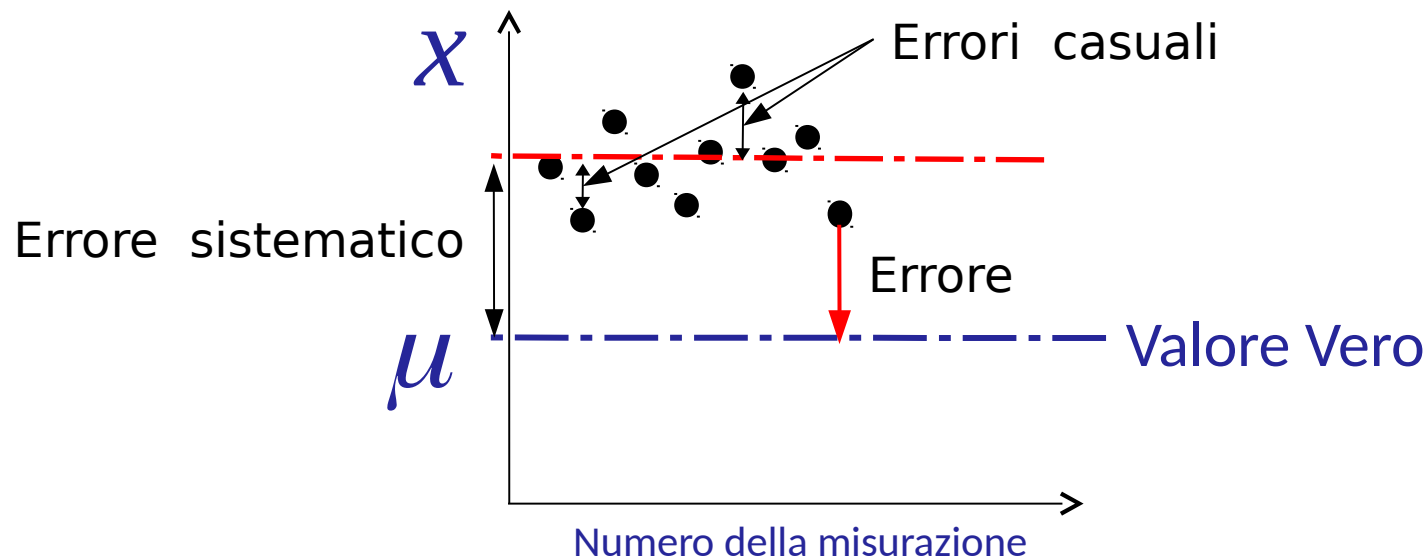
Tradizionalmente si classificano le componenti dell'errore come

- **Errore casuale** (ing.: *random error*)

Deriva da variazioni imprevedibili temporali e/o spaziali delle variabili di influenza. Varia da misura a misura e può essere positivo o negativo.

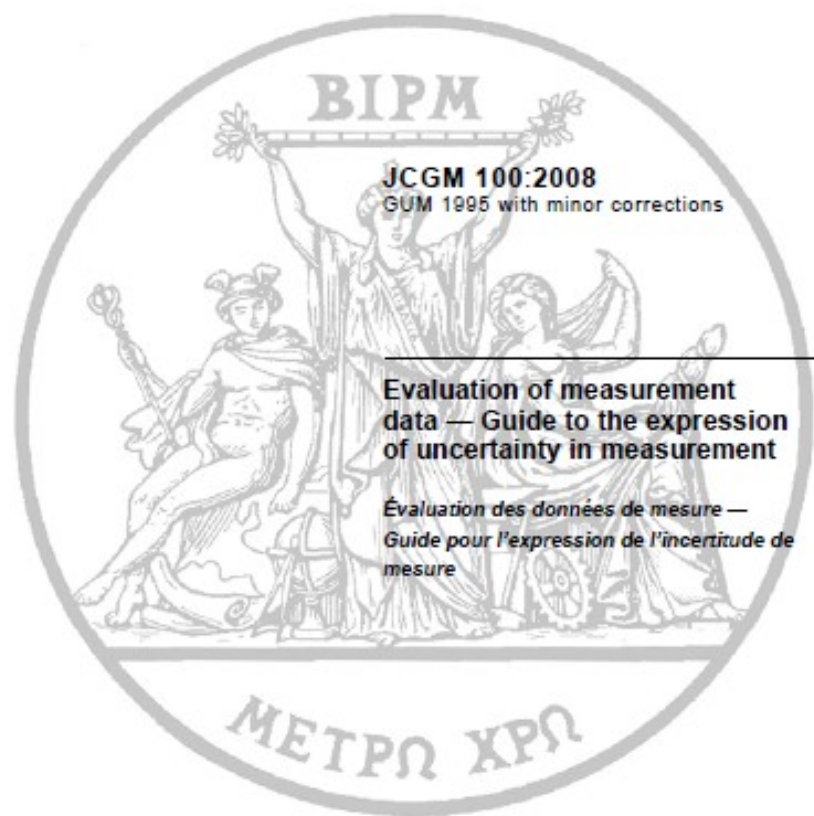
- **Errore sistematico** (ing.: *systematic error*)

Una *variabile di influenza* varia in una direzione il valore del misurando. Se il fenomeno che genera l'errore sistematico è riconosciuto la misura può essere corretta, ma mai completamente.



Introduzione all'Incertezza di misura

- Il termine “*incertezza*” significa dubbio e quindi in senso lato “incertezza di misura” significa dubbio sulla validità della misurazione.
- Nella nuova formulazione della teoria sull'incertezza di misura stabilita nella GUM, il termine INCERTEZZA indica un valore quantitativo che quantifica l'entità del dubbio.
- Per mancanza di altri termini con il termine INCERTEZZA si indica contemporaneamente un concetto generico di incertezza di misura (qualitativo) e contemporaneamente, come detto, un valore numerico che la specifica quantitativamente.



First edition September 2008

© JCGM 2008



Version 2008 avec corrections mineures

© JCGM 2012

La Guida, citata anche come “GUM”, è stata preparata da un gruppo di esperti di metrologia nominati dal BIPM, IEC, ISO, e OIML.

Le organizzazioni che hanno supportato lo sviluppo di questa guida e che la firmano sono:

BIPM: Bureau International des Poids et Mesures

IEC: International Electrotechnical Commission

IFCC: International Federation of Clinical Chemistry

ISO: International Organization for Standardization

IUPAC: International Union of Pure and Applied Chemistry

IUPAP: International Union of Pure and Applied Physics

OIML: International Organization of Legal Metrology

JCGM 100:2008
GUM 1995 with minor corrections

Evaluation of measurement
data with use of propagation
of uncertainty in measurement

Évaluation des données de mesure —
Guide pour l'expression de l'incertitude de

JCGM 200:2012

International vocabulary of
basic and general
concepts and associated terms
(VIM)

3rd edition

2008 version with minor corrections

Vocabulaire international de
métrologie – Concepts
fondamentaux et généraux et
termes associés (VIM)

3^e édition

Version 2008 avec corrections mineures

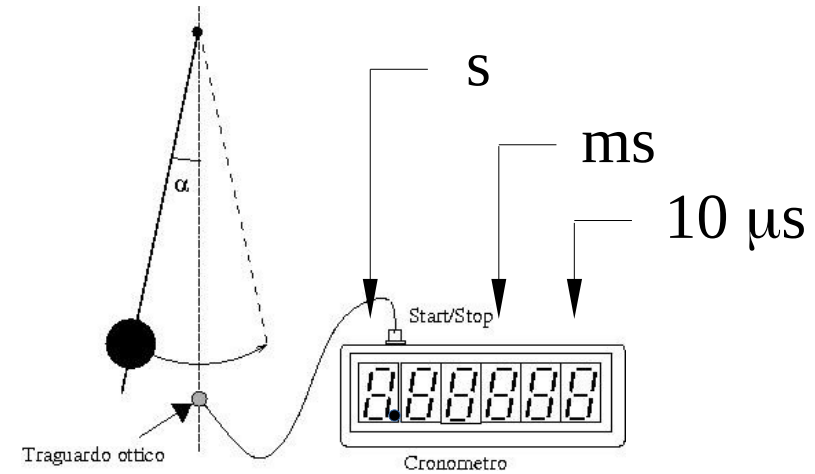
First edition September 2008

JCGM 2012

Esempio di Misurazioni

Misurazione del periodo di un pendolo con un cronometro con una risoluzione di $10 \mu\text{s}$.

i	$T_i(\text{s})$	i	$T_i(\text{s})$
1	1.52631	6	1.52594
2	1.52608	7	1.52592
3	1.52596	8	1.52641
4	1.52595	9	1.52596
5	1.52628	10	1.52611



1. Istogramma

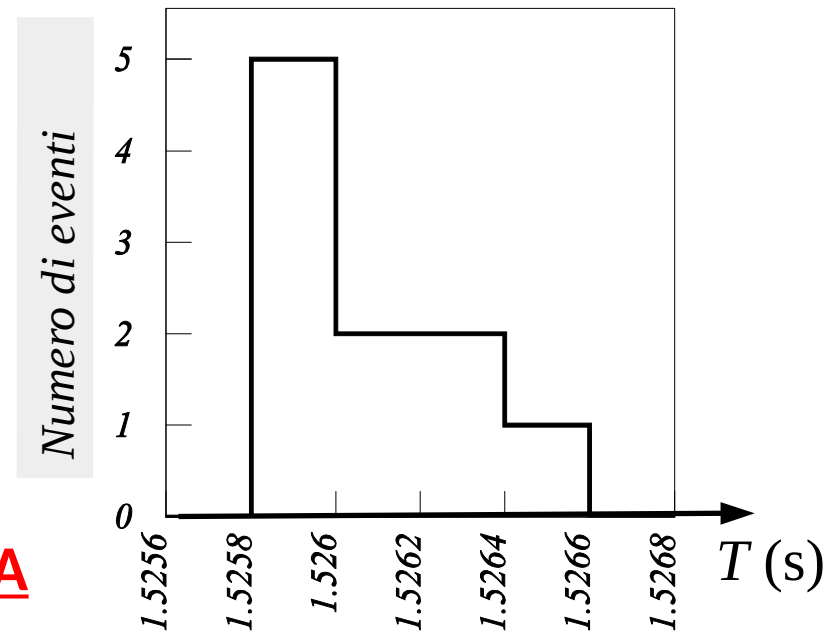
2. Media aritmetica $\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_i T_i = 1.526092 \text{ s}$

3. Deviazione standard della media

$$s_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_i (T_i - \bar{T})^2} = 0.00018 \text{ s}$$

Il metodo usato per ottenere $s_{\bar{T}}$ è un

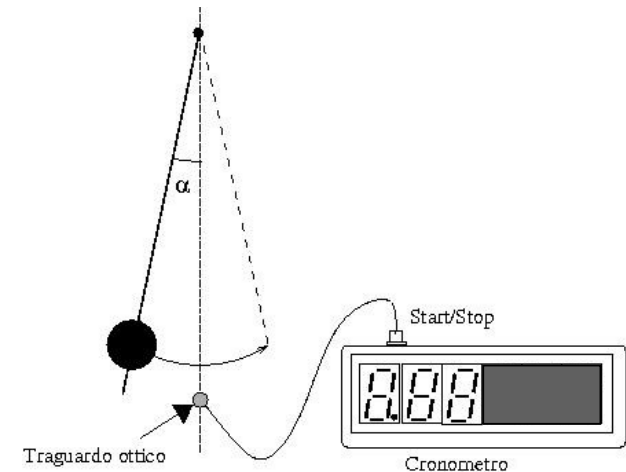
METODO STATISTICO: INCERTEZZA DI TIPO A



Esempio di Misurazioni

Misurazione del periodo di un pendolo con un cronometro con un'incertezza migliore di 0.01 s

i	$T_i(s)$	i	$T_i(s)$
1	1.52	6	1.52
2	1.52	7	1.52
3	1.52	8	1.52
4	1.52	9	1.52
5	1.52	10	1.52



Le misure sono uguali tra loro. E' evidente che in questo caso la statistica non è applicabile. Il risultato sarà: $T = 1.525 \text{ s}$

In questo particolare caso, l'incertezza sulla misura è dovuta alla sola discretizzazione del cronometro digitale, e vedremo che vale :

$$s_T = \frac{0.01}{\sqrt{12}} \text{ s} = 0.003 \text{ s}$$

Il metodo usato per ottenere s_T NON è un

METODO STATISTICO: INCERTEZZA DI TIPO B

Incertezza di Tipo A e Tipo B

INCERTEZZE DI TIPO A sono quelle che si valutano con metodi statistici.

INCERTEZZE DI TIPO B sono tutte quelle che si ottengono con l'uso di metodi diversi da quelli statistici. Le incertezze di tipo B si valutano utilizzando tutta l'informazione ottenibile sulla potenziale variabilità del misurando.

In generale in una misurazione l'incertezza totale sul misurando è dovuta ad entrambe, di Tipo A e B che si devono combinare

Valutazione dell'incertezza di Tipo B

Anche l'incertezza di Tipo B come quella A si esprime come una (stima di) deviazione standard e il suo valore si ottiene da:

- dati di taratura dello strumento
- dati di misure precedenti in condizioni analoghe
- esperienza o conoscenza dei comportamenti degli strumenti
- ...

In generale si può dire, parafrasando la GUM, che l'incertezza di tipo B si ottiene dallo "scientific judgement" dello sperimentatore e consiste in tutta l'informazione ottenibile dalle diverse fonti ottenibili sulla misurazione.

Motivazione dell'introduzione della Incertezza di misura

Gli estensori della GUM hanno deciso di classificare le incertezze di misura in modo pragmatico secondo come sono calcolate, mentre la classificazione in errori casuali e sistematici è fatta secondo l'origine dell'errore.

La divisione tra errori casuali e sistematici è ambigua in quanto lo stesso errore può essere classificato sistematico in una certa situazione e casuale in un'altra.

Esempio. Misura di una tensione con un voltmetro.

Le Incertezze di misura

In fisica ogni misura deve avere associato un valore di incertezza sul valore riportato. L'incertezza caratterizza la qualità del risultato ottenuto e permette il confronto fra misure diverse della stessa grandezza e il confronto con le eventuali predizioni teoriche.

Definizione di incertezza:

L'incertezza è il parametro, associato con il risultato di una misurazione, che caratterizza la dispersione dei valori che possono essere ragionevolmente attribuiti al misurando.

$$(x \pm u_x) \text{ u.m.}$$

valore misurato

incertezza standard

unità di misura

Contiene
opportunamente
combinare le
incertezze di tipo
A e B

Espressione della misura

Come esprimere correttamente misure ed incertezze?

1. Ottenuto il valore dell'incertezza approssimarlo a 1 o massimo 2 cifre significative.
2. Il numero di cifre significative della misura dovrà essere coerente con il valore dell'incertezza.

(10 ± 3) kg, (10.5 ± 0.7) kg, (10.58 ± 0.05) kg

Cifre Significative

- La cifra più a sinistra (non zero) è la cifra **più significativa**.
Esempio: in 789.2, la cifra più significativa è 7.
- Se non c'è il punto decimale, la cifra più a destra diversa da zero è la cifra **meno significativa**. Esempio: in 7890, la cifra meno significativa è 9.
- Se c'è il punto decimale allora la cifra più a destra è la cifra meno significativa anche se è uno zero. Esempio: in 789.0, la cifra meno significativa è 0.
- Tutte le cifre comprese tra quella meno e quella più significativa sono cifre significative.

Approssimazione e Arrotondamento

``Approssimazione'' riguarda il numero di cifre significative del numero

``Arrotondamento'' riguarda il numero di cifre decimali del numero.

ESEMPIO:

Precisione N. di cifre	Approssimazione cifre significative	Arrotondamento cifre decimali
Cinque	12.345	12.34500
Quattro	12.35	12.3450
Tre	12.3	12.345
Due	12	12.35
Uno	10	12.3
Zero	—	12.

Incertezza Relativa e Assoluta

L'incertezza relativa indica con maggiore chiarezza, rispetto a quella assoluta, la qualità di un misura.

$$(x \pm u_x) \text{ u.m.}$$

u_x è l'incertezza assoluta

$$x \text{ u.m.} \pm \frac{u_x}{x}$$

$$\left(\frac{u_x}{x} \right)$$

← Incertezza relativa
(spesso espressa in %)

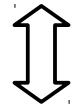
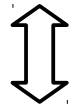
Esempi:

Incertezza
assoluta

$$(10 \pm 3) \text{ kg,}$$

$$(10.5 \pm 0.7) \text{ kg,}$$

$$(10.58 \pm 0.05) \text{ kg}$$



Incertezza
relativa

$$10 \text{ kg} \pm 30\%,$$

$$10.5 \text{ kg} \pm 6.7\%,$$

$$10.58 \text{ kg} \pm 3\%$$

Le cause dell'Incertezze di misura

Le principali cause dell'incertezza nelle misurazioni sono:

- a) Incompleta definizione del misurando
- b) Imperfetta realizzazione della definizione del misurando
- c) Campione non rappresentativo del misurando
- d) Conoscenza non adeguata degli effetti ambientali
- e) Letture errate degli strumenti analogici (parallasse)
- f) Risoluzione finita o soglia degli strumenti
- g) Valori non esatti dei campioni di riferimento
- h) Valori non esatti delle costanti e altri parametri
- i) Approssimazioni e assunzioni usate nella misurazione
- j) Variazioni in osservazioni sotto apparenti condizioni identiche

a) Incompleta definizione del misurando

Non sempre la definizione del misurando è sufficiente a definirlo in modo non ambiguo. Esempio: «L'accelerazione di gravità al livello del mare»; infatti l'accelerazione di gravità dipende almeno dalla latitudine.

b) Imperfetta realizzazione della definizione del misurando

Esempio 1. Calore specifico dell'acqua. Quanto è puro il campione che si è scelto per la misurazione?

Esempio 2. Accelerazione di un grave nel vuoto. Quanto è veramente «vuoto» il volume in cui si effettua la misura?

c) Campione non rappresentativo del misurando

Esempio 1. Datazione con il ^{14}C di un reperto dal quale si preleva un campione che può non essere rappresentativo dell'oggetto (si consideri la storia dell'analisi con il ^{14}C della sindone).

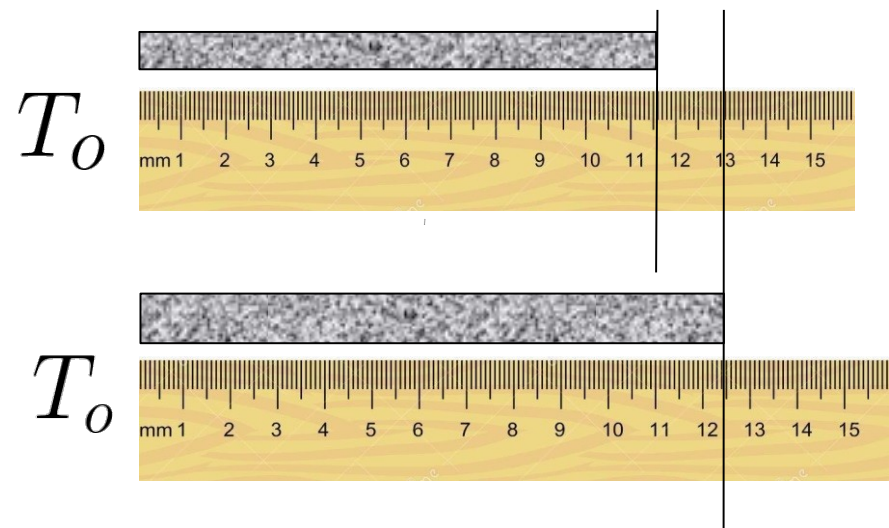
Esempio 2. Sondaggi effettuati su un campione ed estrapolati a tutta la popolazione.

d) Imperfetta conoscenza delle condizioni ambientali

Esempio. La temperatura è una *variabile di influenza* che spesso ha conseguenze sulle misurazioni di precisione

$$l = l_o \frac{1 + \alpha_x(T - T_o)}{1 + \alpha_M(T - T_o)}$$

$$T > T_o$$



e) Letture errate degli strumenti analogici

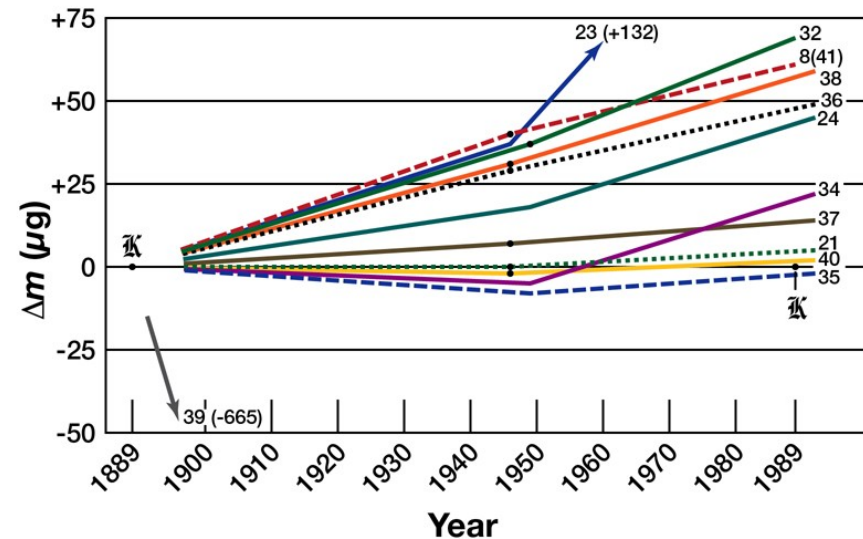
La lettura degli indici degli strumenti analogici dipende dalla acuità visiva dello sperimentatore ed è inoltre soggetta ad errori di parallasse. Ne segue che l'incertezza da associare ad una misura non dipende unicamente dallo strumento

f) Risoluzione finita o soglia degli strumenti

Esempio. Uno strumento digitale non può distinguere misure che differiscono meno della cifra meno significativa mostrata.

g) Valori non esatti dei campioni di riferimento

I campioni di riferimento possono variare nel tempo, come i chilogrammo campione di platino-iridio che, in modo non compreso, accrescono la loro massa.



h) Valori non esatti delle costanti e altri parametri

Nel ottenere il valore di una misura spesso si utilizzano dati di riferimento, presi da libri o articoli, la cui incertezza si «propaga» sulla misura.

i) Approssimazioni e assunzioni usate nella misurazione

Esempio. Il periodo di un pendolo semplice è indipendente dall'ampiezza angolare di oscillazione solo se l'angolo tende a zero. Correzione se nota: $T=T(\alpha)$ - Comunque non è possibile eliminare l'incertezza sulla correzione

j) Variazioni in osservazioni sotto condizioni apparentemente identiche

Tutte le cause di incertezze elencate a) - i) contribuiscono a questa voce e danno origine a quella che è detta *incertezza casuale*.

Il caso dei conteggi

In molti esperimenti si contano gli eventi che accadono in un certo intervallo di tempo. Per esempio:

- decadimenti radioattivi
- numero dei raggi cosmici su una superficie
- numero dei fotoni che interagiscono con superfici fotosensibili
-

Il conteggio di per sé è privo di errore, ma se da quel conteggio si vuole stimare il valore di una grandezza fisica allora quella stima è affetta da incertezza che dipende dal numero dei conteggi.

Per la stima di questa incertezza serve il calcolo delle probabilità