DIMENSIONI FISICHE

e

ANALISI DIMENSIONALE

Esperimentazioni di fisica 1   AA 17-18

Dimensioni Fisiche

La ***dimensione*** di una grandezza fisica descrive la natura qualitativa della grandezza, ovvero se si tratta di una lunghezza oppure di una massa, oppure di un'energia, …)

Il concetto di ***dimensione fisica*** fu introdotto da J. Fourier nel 1822 nel suo lavoro «Théorie analytique de la chaleur »

Definizione di Dimensione

Mostriamo con un esempio come definire le dimensioni di una grandezza

Consideriamo un generico sistema fisico in cui siano presenti lunghezze, tempi, superfici, volumi,velocità . . . Se cambiamo l'unità di misura dello spazio con una L=100 volte più piccola (ad esempio da metri a centimetri) dobbiamo:

- Moltiplicare le lunghezze per L^1
- Moltiplicare i tempi per $L^0=1$
- Moltiplicare le aree per L^2
- Moltiplicare i volumi per L^3
- Moltiplicare le velocità per L^1

L'esponente di L è la *dimensione fisica* della grandezza considerata rispetto alla lunghezza

Dimensioni e grandezze di base

Quanto detto per la lunghezza vale per tutte le grandezze. Poiché fissato un sistema di unità di misura, ogni grandezza fisica X si esprime tramite le grandezze di base, la dimensione di X si esprime attraverso la dimensione delle grandezze di base.

La dimensione di una grandezza fisica si indica racchiudendola tra parentesi quadre.

$[X]=L^{\alpha} T^{\beta} M^{\gamma}$. (alle volte scritto come: $[L]^{\alpha} [T]^{\beta} [M]^{\gamma}$ ...)

Esempi:

Velocità:..................... $[v] = \left[\frac{\Delta x}{\Delta t}\right] = LT^{-1}$

Accelerazione:........... $[a] = \left[\frac{\Delta v}{\Delta t}\right] = LT^{-1} \cdot T^{-1} = LT^{-2}$

Energia (cinetica):...... $[K] = \left[\frac{1}{2}mv^2\right] = ML^2T^{-2}$

Si assegna una “formula dimensionale” ad ogni grandezza

Il postulato di Bridgman del valore assoluto della grandezza relativa

Un numero Q ottenuto inserendo i valori numerici delle grandezze di base in una formula è una quantità fisica se il rapporto di qualsiasi due campioni di esso rimane costante se si cambiano i valori delle unità di base

come conseguenza di questo postulato si può dimostrare che le *dimensioni di qualsiasi grandezza fisica* hanno una forma monomia. Nel SI una generica grandezza Q avrà quindi la seguente formula dimensionale:

$$[Q] = L^{\alpha} T^{\beta} M^{\gamma} I^{\delta}$$

Con $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ numeri razionali.

Grandezze omogenee

Grandezze fisiche con le stesse dimensioni sono dette omogenee.

Solo grandezze omogenee possono essere sommate o comparate

Controllo delle formule con l' Analisi Dimensionale

L'analisi dimensionale è particolarmente utile per il controllo della correttezza di una formula.

Solo grandezze omogenee possono essere sommate o eguagliate.

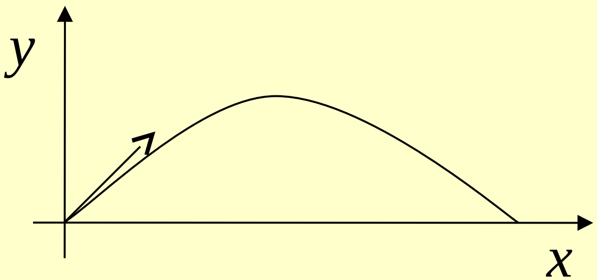
Se in una formula le dimensioni di grandezze sommate o uguagliate risultassero differenti la formula è sicuramente errata (**ma** il contrario non è vero).

Quindi per il controllo delle dimensioni è ***necessario scrivere le formule in modo letterale*** sostituendo i valori numerici solo alla fine quando si presenta il risultato.

Esempio di controllo dimensionale di un relazione

Consideriamo la gittata di un proiettile:

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_o \sin\theta \, t \\ x = v_o \cos\theta \, t \end{cases}$$



Correzione con A.D.

$$y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_o^{2} \cos^2\theta} + x \cancel{\sin}\,\theta$$

tg θ

Formula ERRATA !

Correzione Senza A.D.

$$[y] = [g][x^2][v_o]^{-1} = [L][T]^{-2}[L]^2[L]^{-1}[T] = [L]^2[T]^{-1}$$

<u>Entrambi</u> i termini nella relazione sono errati. L'analisi dimensionale permette solamente di affermare che il primo termine è errato.

Argomenti delle funzioni trascendenti

Conseguenza dell’analisi dimensionale è che gli argomenti delle funzioni trascendenti devono essere numeri puri, infatti le f. t. sono esprimibili come una serie di potenze crescenti. Ad esempio la funzione esponenziale, attorno a x=0, ammette lo sviluppo in serie di potenze:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \ldots$$

Da cui si deduce immediatamente che l'argomento x deve essere adimensionale

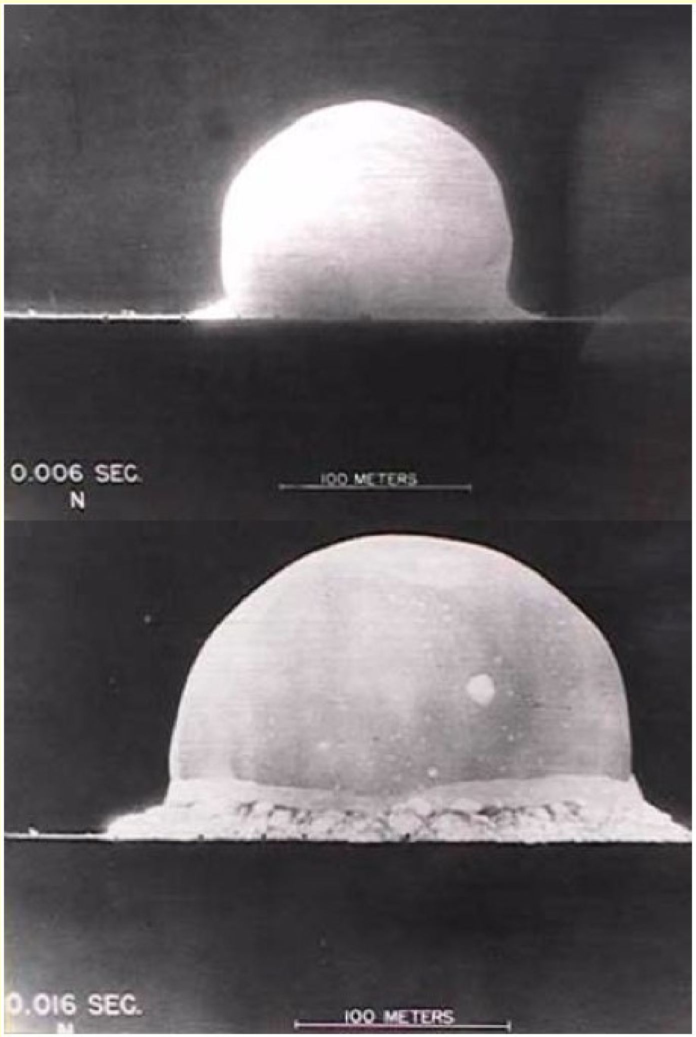
Leggi fisiche dedotte dall’analisi dimensionale

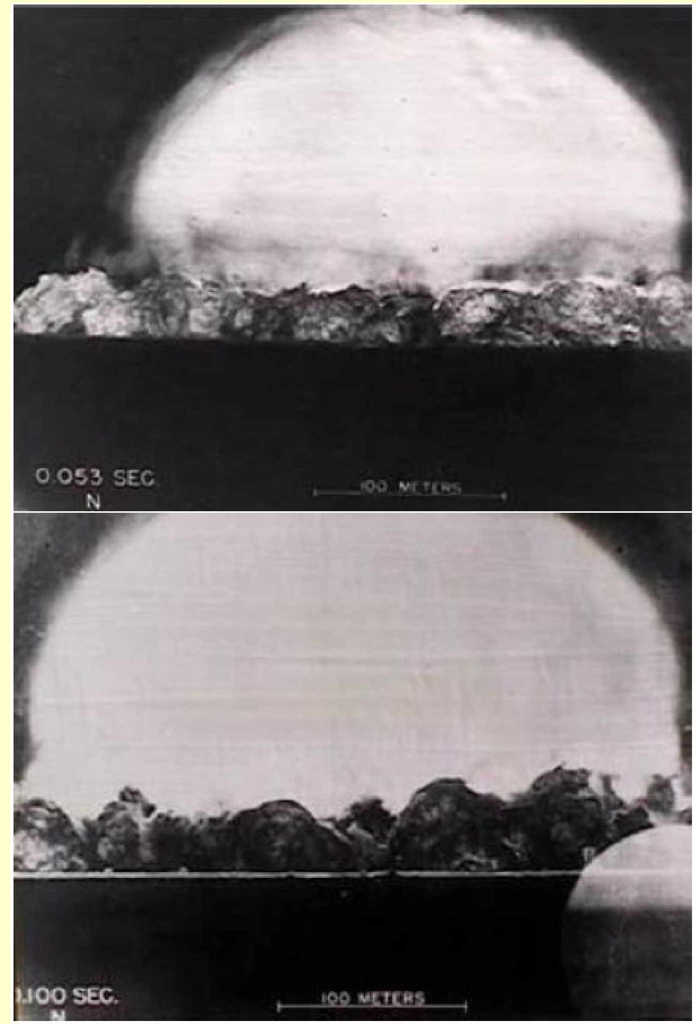
Alcune leggi fisiche possono essere dedotte, a meno di una costante moltiplicativa,dall’analisi dimensionale.

Esempi:

- Il periodo del pendolo
- Il teorema di Pitagora
- Energia della prima bomba atomica

Energia della prima bomba atomica





Esercizi sull'Analisi Dimensionale

1) Dimensioni di varie grandezze derivate: velocità, accelerazione, forza, energia, costante di gravitazione universale ..
2) Quanto tempo impiega un grave di massa m che cade da un'altezza h ad arrivare a terra?
3) Un grave viene lanciato verso l'alto con velocità v. A che altezza arriva?
4) Determinare (a meno di una costante moltiplicativa adimensionale) il periodo di un pendolo semplice di massa m e lunghezza l in campo di gravità g
5) Dimostrare il teorema di Pitagora
6) Determinare l'energia di un'esplosione atomica.

J. Fourier : Théorie analytique de la chaleur

161.

Dans la théorie analytique de la chaleur, toute équation (E) exprime une relation nécessaire entre des grandeurs subsistantes x, t, v, c, h, k. Cette relation ne dépend point du choix de l'unité de longueur, qui de sa nature est contingent, c'est-à-dire que, si l'on prenait une unité différente pour mesurer les dimensions linéaires, l'équation (E) serait encore la même. Supposons donc que l'unité de longueur soit changée, et que sa seconde valeur soit équivalente à la première, divisée par m. Une quantité quelconque x qui dans l'équation (E) représente une certaine ligne $\overline{ab}$, et qui, par-conséquent, désigne un certain nombre de fois l'unité de longueur, deviendra mx, afin de correspondre à la même grandeur $\overline{ab}$; la valeur t du temps et la valeur v de la température ne seront point changées; il n'en sera pas de même des éléments spécifiques h, k, c : le premier h deviendra $\frac{h}{m^2}$; car il exprime la quantité de chaleur qui sort pendant l'unité de temps, de l'unité de surface à la température 1. Si l'on examine avec attention la nature du coëfficient k, tel que nous l'avons défini dans les art. 68 et 135, on reconnaîtra qu'il devient $\frac{k}{m}$; car le flux de chaleur est en raison directe

h: quantità di calore emessa da una superficie unitaria nell'unità di tempo