Analisi dei Dati – Tabelle e Grafici

Nell'attività sperimentale spesso si studia una grandezza (Y) in funzione di un'altra (X *)*.
Esempi:

- ✔ lo spazio percorso da un oggetto in funzione del tempo;
- ✔ la pressione di una certa quantità di gas in funzione del volume che occupa;
- ✔ il periodo di pendolo semplice in funzione della sua lunghezza

Il primo passo dello studio consiste nell'acquisire un campione di dati (x_i, y_i) e compilarne una tabella ordinata.

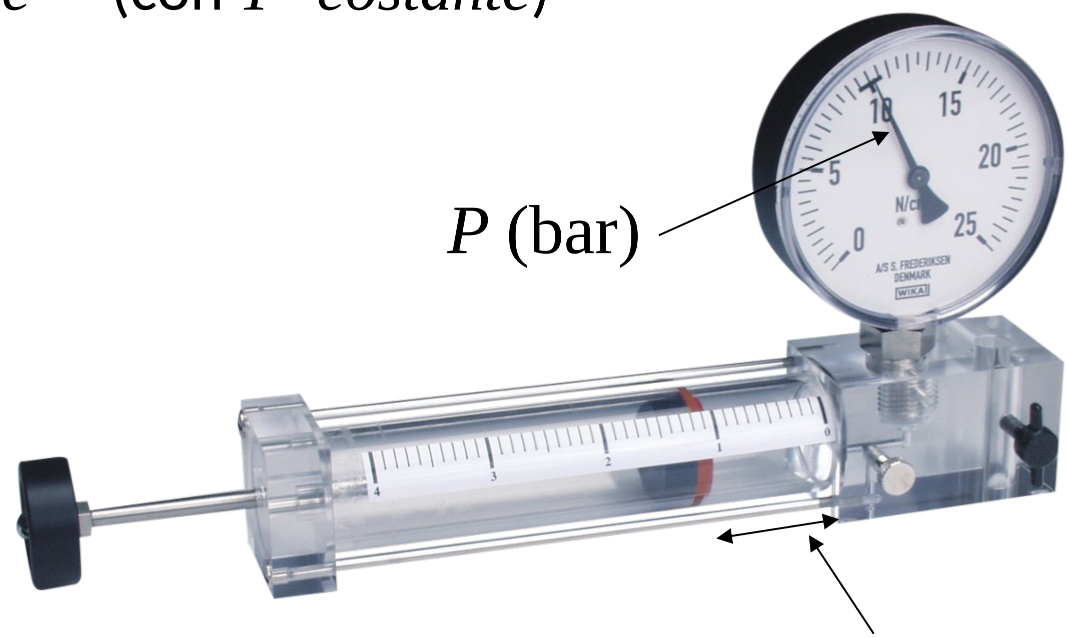
Esempio:
verifica della legge di Boyle-Mariotte

Modello matematico: Legge di Boyle-Mariotte

(1) $PV = costante$ (con $T = costante$)

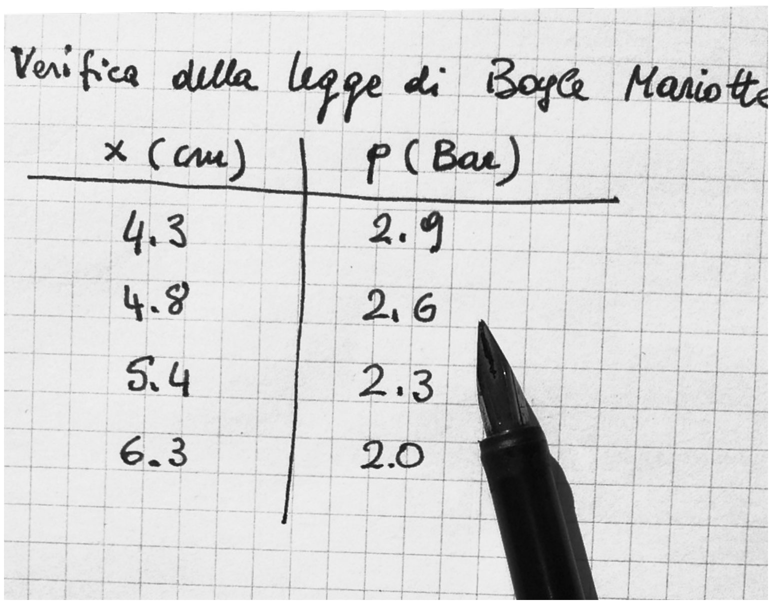
Per la verifica della (1) con l'apparato in figura si acquisiscono x e P. Infatti la coordinata dello stantuffo x è proporzionale al volume.

$$V = Sx$$



Compilazione di tabelle

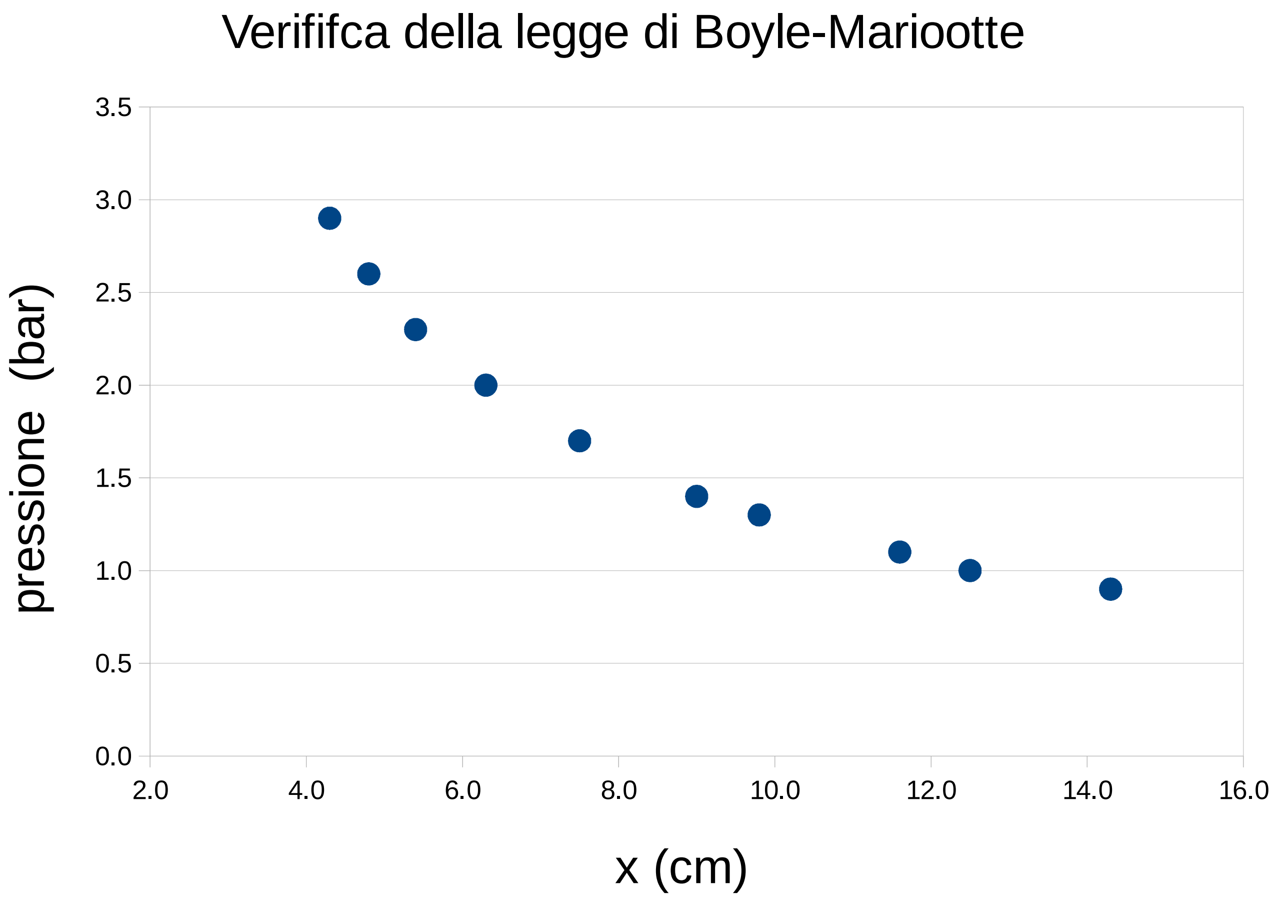
a mano:



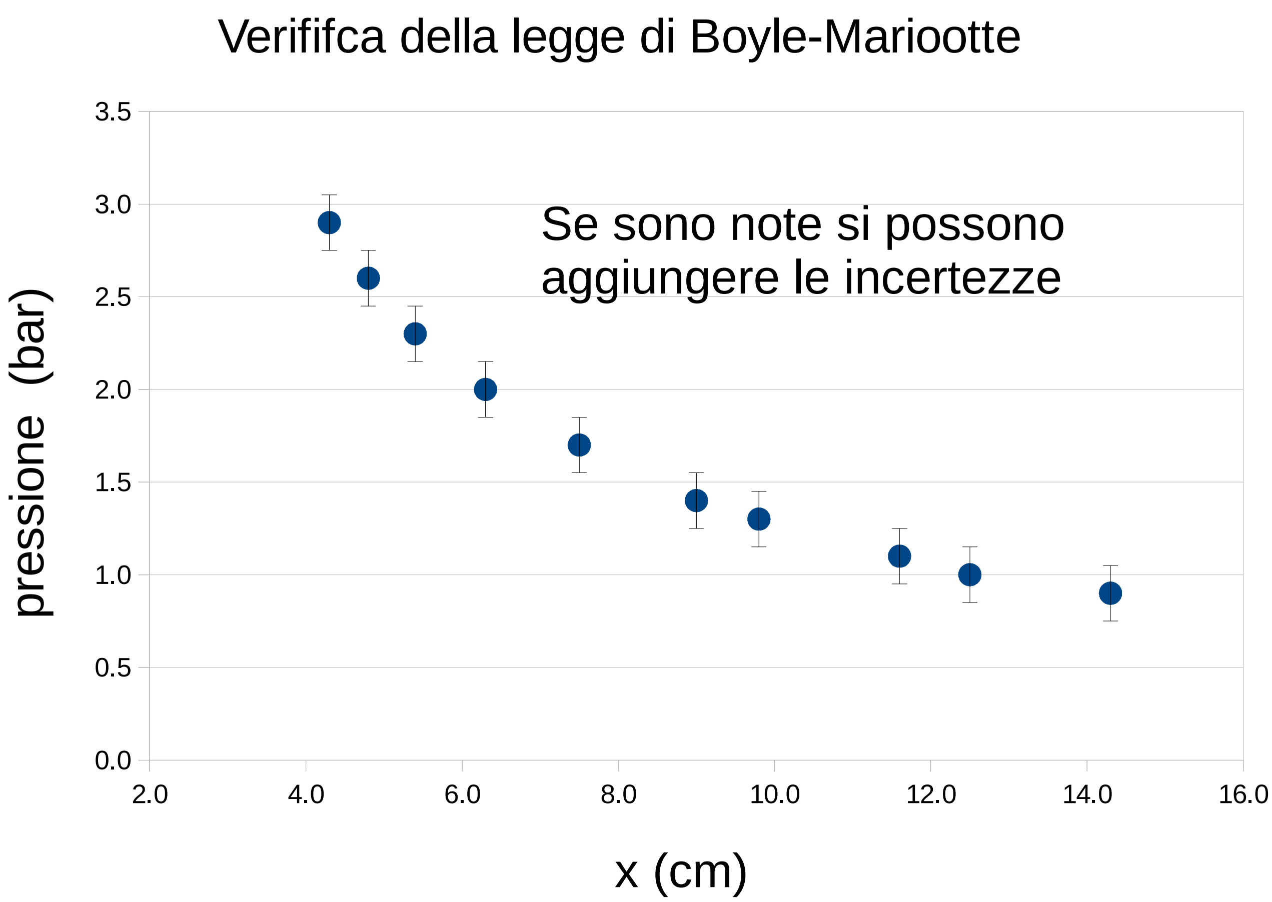
Con il calcolatore (Excel):

n.	x (cm)	p (bar)
1	4.3	2.9
2	4.8	2.6
3	5.4	2.3
4	6.3	2.0
5	7.5	1.7
6	9.0	1.4
7	9.8	1.3
8	11.6	1.1
9	12.5	1.0
10	14.3	0.9

Compilazione del grafico



Compilazione del grafico



Analisi dei Dati – Tabelle e Grafici

L'analisi preliminare dei dati si esegue esaminando la loro rappresentazione grafica

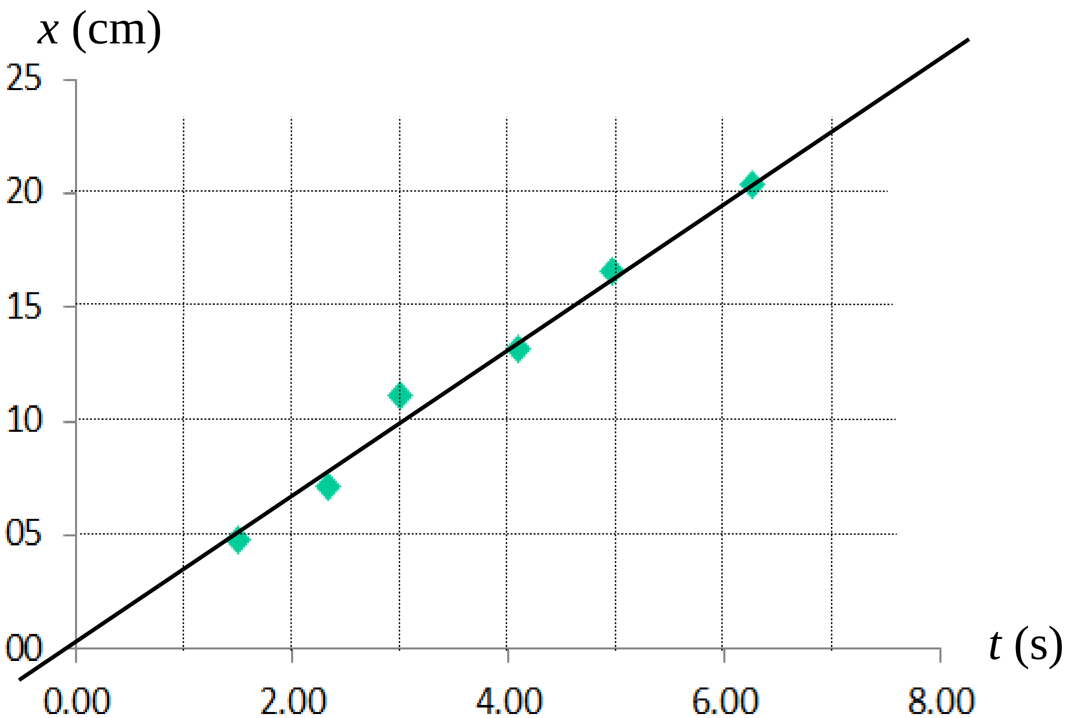
I grafici sono essenziali per la comprensione degli andamenti e aiutano a mettere in evidenza eventuali punti critici o eventuali semplici errori di trascrizione (come letture errate, inversione di cifre,..).

Tabelle e Grafici – Esempio

Tabelle e grafici si utilizzano per confrontare e mettere in relazione i valori di due o più grandezze fisiche.

Esempio

	t (s)	x (cm)
1	1.50	4.8
2	2.33	7.1
3	3.00	11.1
4	4.10	13.2
5	4.96	16.6
6	6.27	20.4



Grafici

I grafici evidenziano visivamente la correlazione tra le grandezze fisiche i cui valori sono riportati sugli assi

Principali tipi di grafico

- **Lineare**
- **Semi-logaritmico**
- **Doppio-logaritmico**
- **Altre scale**

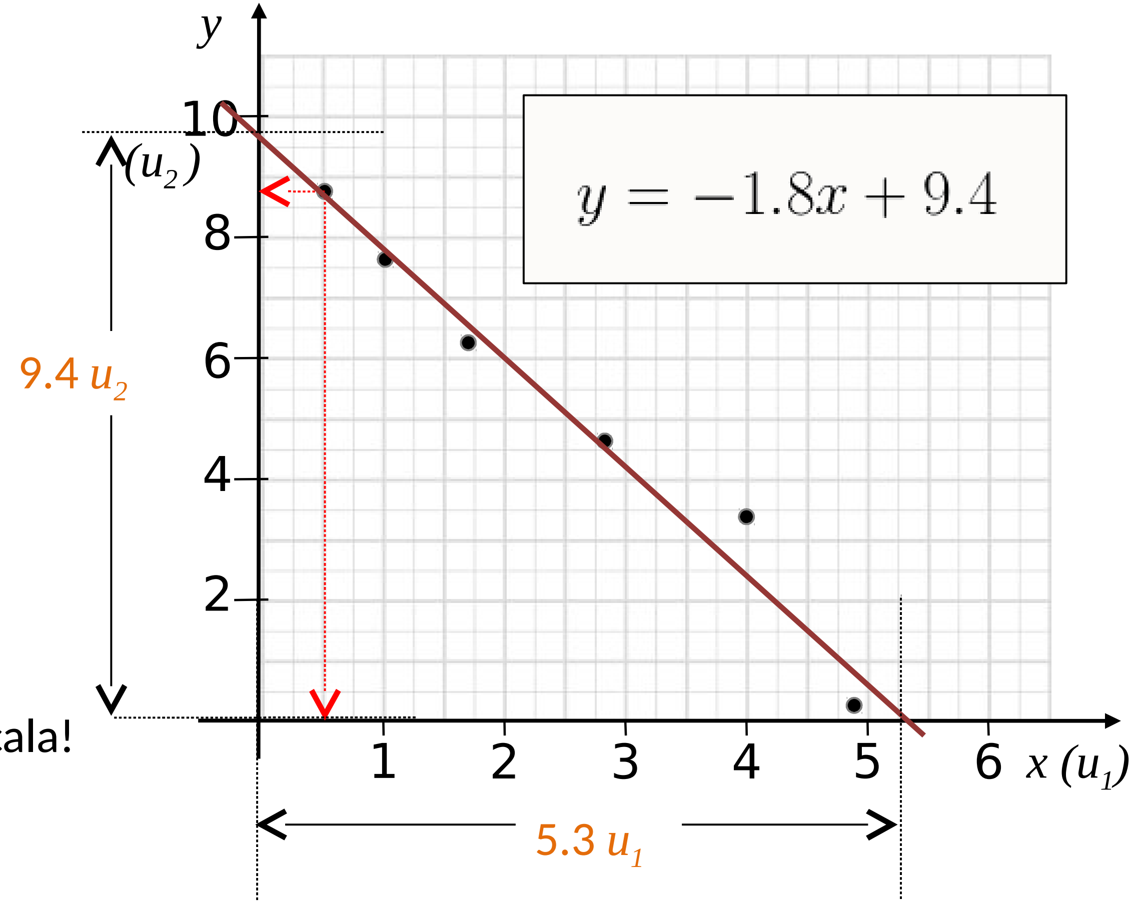
- **Istogrammi**

Grafico Lineare (*y vs x*)

Molti fenomeni fisici sono rappresentati da relazioni lineari: $y = mx + q$ e l'allineamento dei punti su un grafico è facilmente riconosciuto dall'occhio.

Esempio:

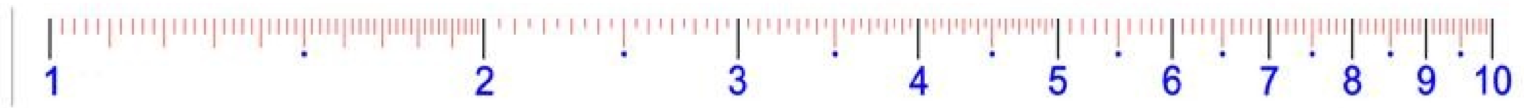
$x\ (u_1)$	$y\ (u_2)$
0.51	8.75
1.00	7.64
1.70	6.30
2.80	4.70
4.00	3.32
4.90	0.15



Attenzione alla scelta della scala!

Grafici Semilogaritmici

La carta semilogaritmica o grafico semilogaritmico indica un grafico con un asse con *scala lineare* e un asse con *scala logaritmica* (tipicamente in base 10).



Usi dei grafici semi-log:

1) Linearizzazione funzioni esponenziali: $y = A\mathrm{e}^{x/x_o}$

2) Compressione della scala

Grafico Semilogaritmico: log *y vs x*

Un grafico con l'asse delle ordinate è logaritmico «linearizza» le funzioni esponenziali:

Esempio: $y = A\mathrm{e}^{-x/x_o}$

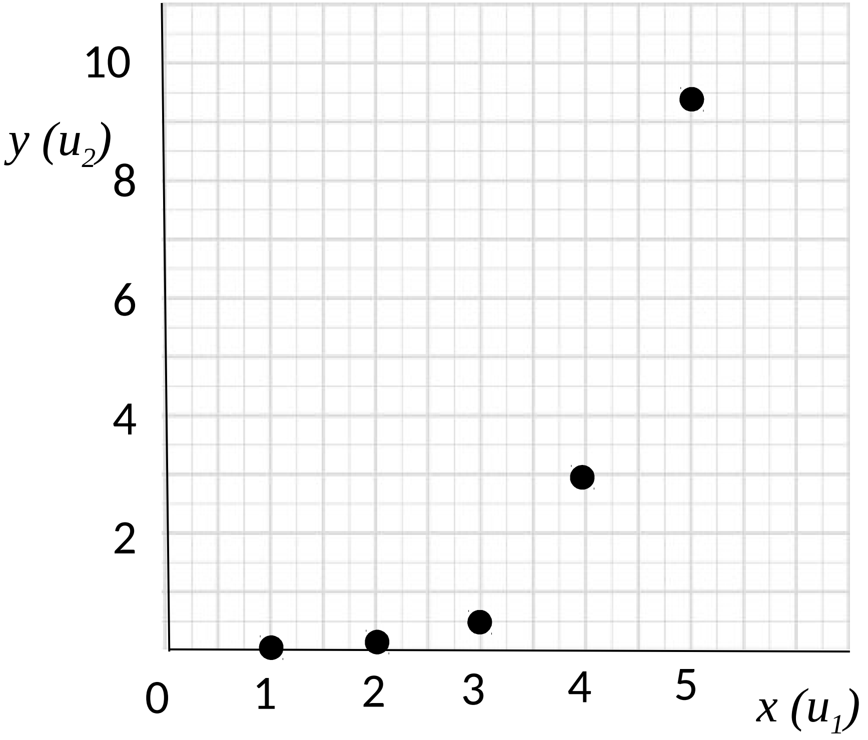
Passando al logaritmo in un base generica: $\log y = -\frac{x}{x_o}\log \mathrm{e} + \log A$

$\log y(x)$ è una funzione lineare della variabile x con un coefficiente angolare $-\log \mathrm{e}/x_o$ e intercetta $\log A$

Grafico Semilogaritmico

Supponiamo di avere raccolto i dati in tabella, sui quali si aspetta un andamento esponenziale del tipo: $y = A\mathrm{e}^{x/x_o}$

x (u_1)	y (u_2)
1	0.03
2	0.10
3	0.50
4	3.00
5	9.50



Il grafico di questi dati in carta lineare è di difficile interpretazione ed è arduo ottenere stime quantitative dei parametri

Grafico Semilogaritmico (log *y vs x*)

Con l'uso di un grafico semi-log i punti approssimativamente si allineano e possiamo tracciare una retta, calcolandone inoltre parametri.

1) <u>Traccia la retta</u>
2) <u>Scegli 2 Punti nella retta</u>:

(x_1=0.21u_1, y_1=0.01u_2)

(x_2=4.95u_1, y_2=10.0u_2)

$$\begin{cases} \ln y_1 = \dfrac{x_1}{x_o} + \ln A \\ \ln y_2 = \dfrac{x_2}{x_o} + \ln A \end{cases}$$

$$\ln y_2 - \ln y_1 = \ln\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2 - x_1}{x_o}$$

$$\ln\frac{10.0}{0.01} = \ln 10^3 = \frac{4.95 - 0.21}{x_o}$$

$$x_o = \frac{4.74}{3 \times 2.3} = 0.69\, u_1$$

$$A = y_2 e^{-x_2/x_o} = 0.0077\, u_2$$

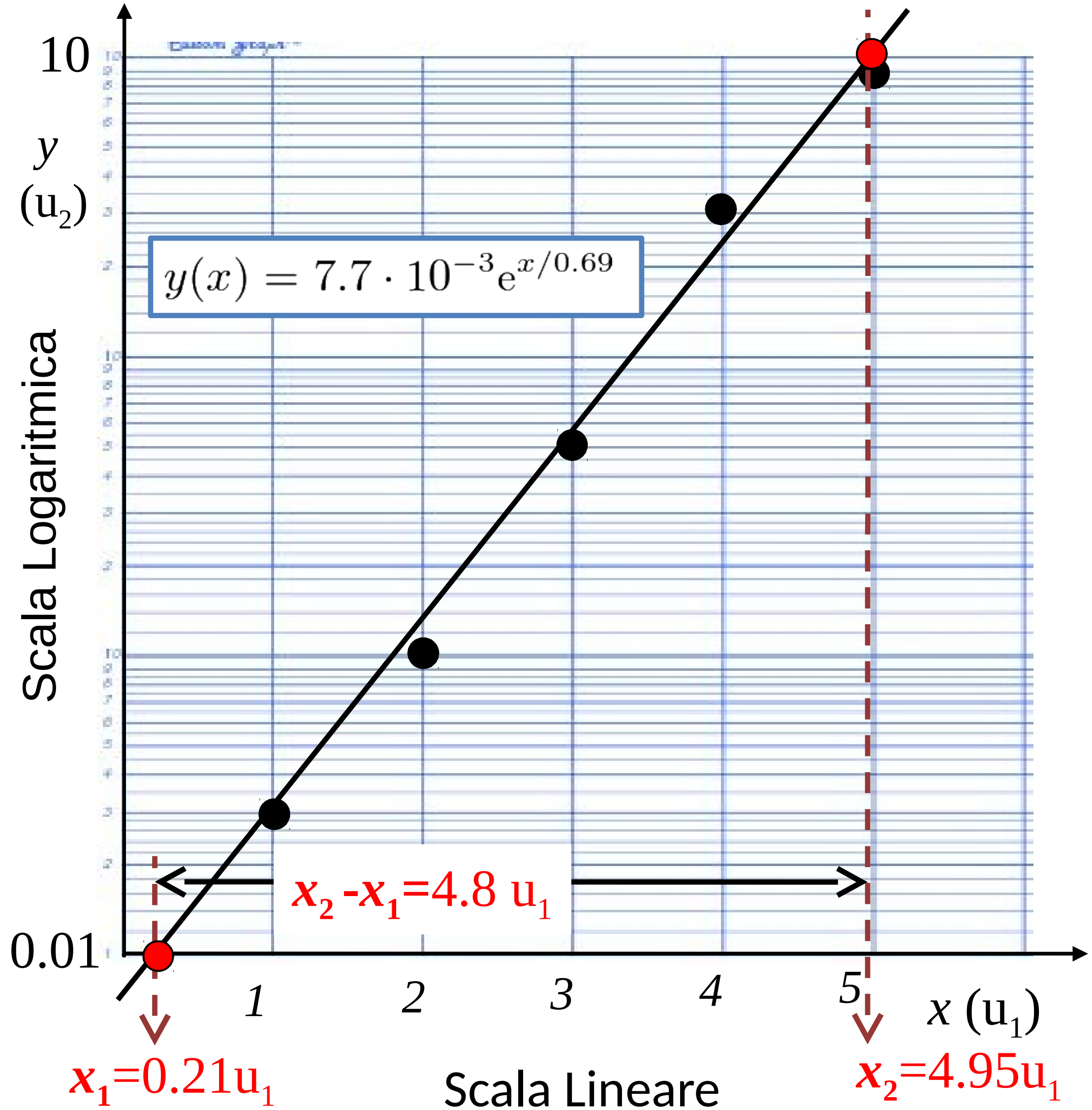
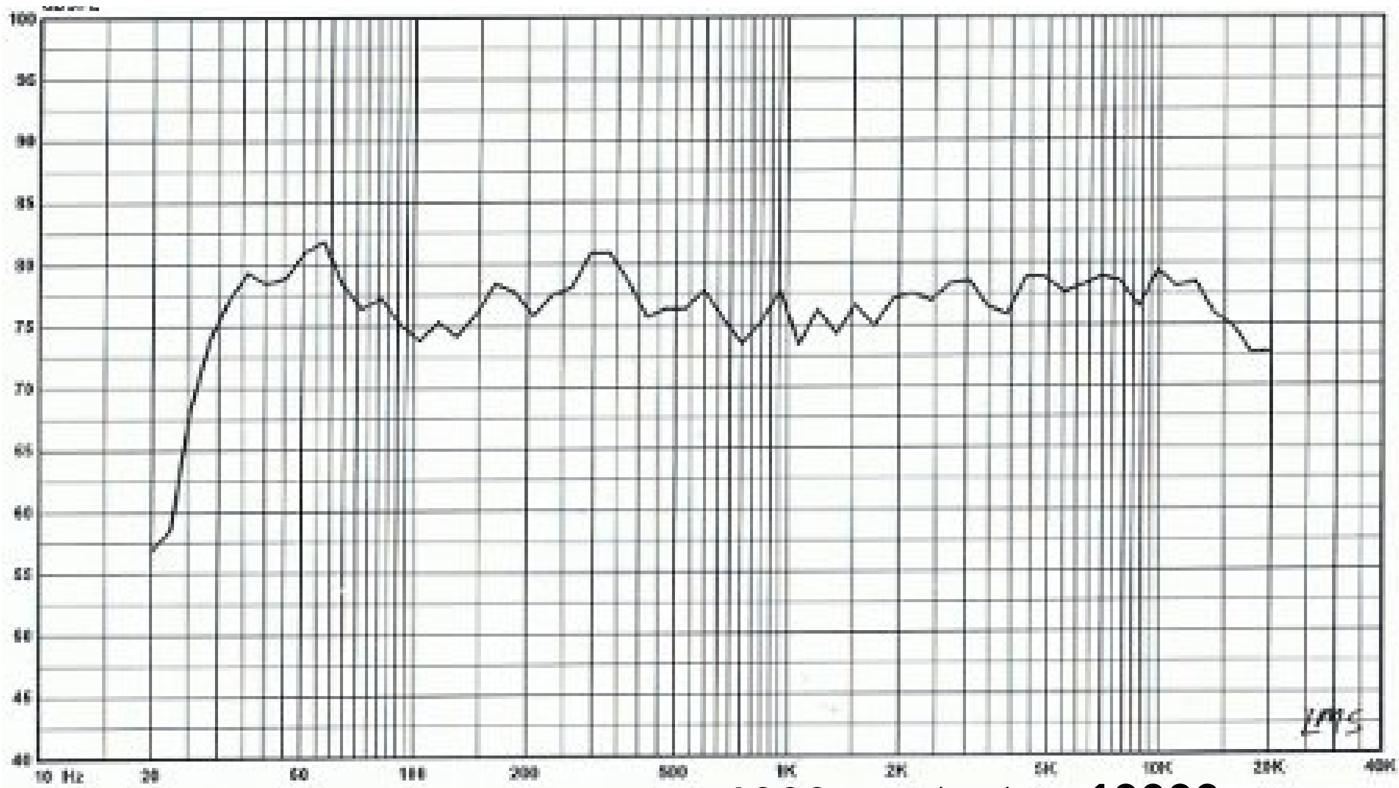


Grafico semi-log (y vs $\log x$)

Usato per la compressione della scala delle ascisse

Esempio – Risposta in frequenza di un altoparlante (SPL)



10 100 1000 (Hz) 10000

3.6 decadi

Grafico Doppio-logaritmico (log y *vs* log x)

La carta o grafico doppio-logaritmico è un grafico in cui entrambi gli assi hanno una *scala logaritmica*.

In un grafico doppio-log, la funzione di elevamento a potenza appare come una retta. Infatti:

$$y(x) = Ax^{\alpha}$$

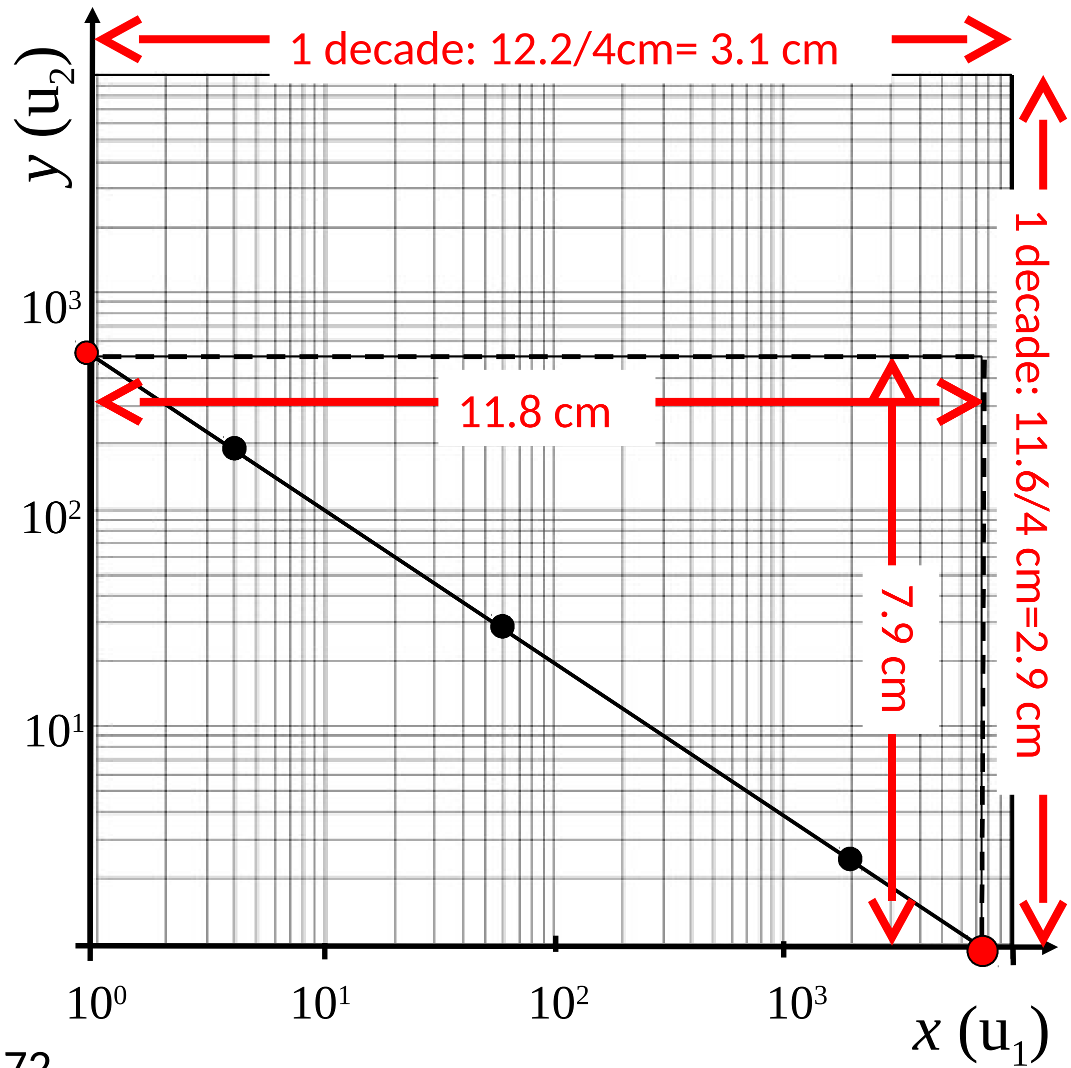
$$\log y(x) = \log Ax^{\alpha} = \alpha \log x + \log A$$

log y e log x sono legati da una relazione lineare.

Il coefficiente angolare della retta nel grafico doppio-log è l'esponente della x

Esempio di grafico doppio-log

Siano dati i punti sperimentali (x,y):
(4,200), (60,29), (2000,2.5)
nelle loro unità di misura.
Si ipotizza una legge di potenza tra x e y. <u>Trovare l'esponente</u>.



1) Si usa una carta doppio-log
2) Si scelgono opportunamente le scale
3) Si tracciano i punti
4) Si traccia la retta «migliore»
5) Si calcola il coefficiente angolare:

$$\frac{\Delta y \text{ (misurato in decadi)} = -7.9/2.9}{\Delta x \text{ (misurato in decadi)} = 11.8/3.1} = -\,0.72$$

Terza legge di Keplero

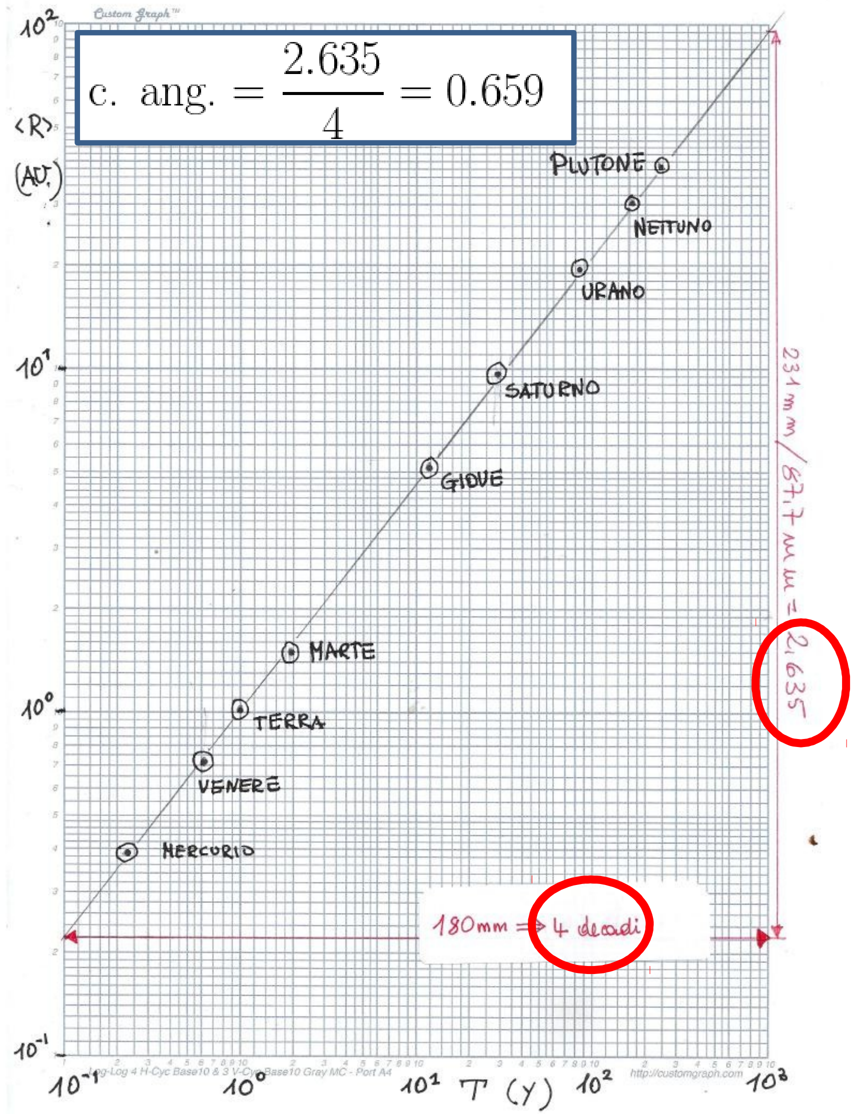
$$T^2 = K R^3$$

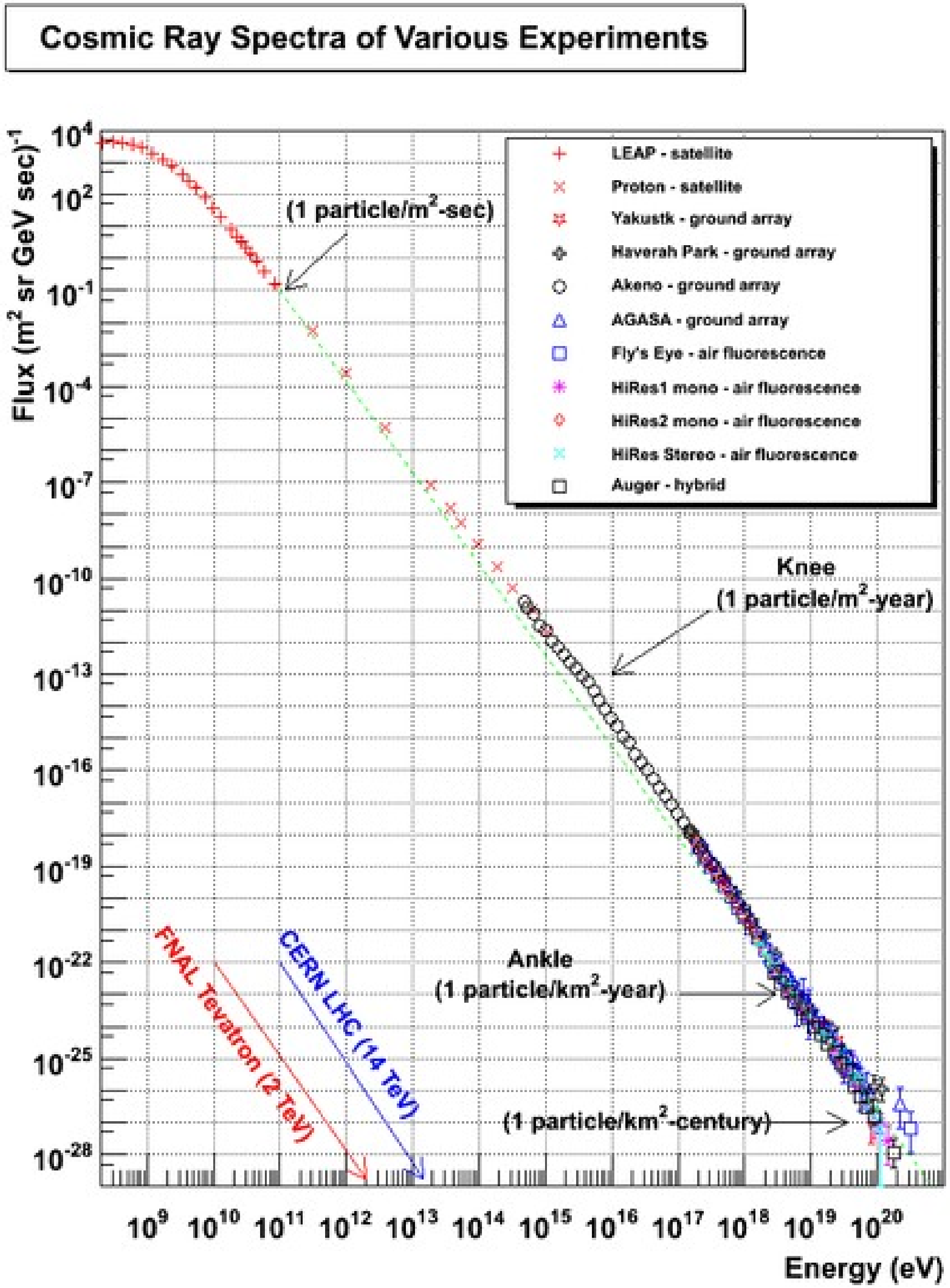
$$R = K^{-1/3} \cdot T^{2/3} = K' T^{0.66}$$

Sistema Solare
Dati sperimentali

Pianeta	Periodo T (y)	R (AU)
Mercurio	0.2411	0.387
Venere	0.6156	0.723
Terra	1.001	1.00
Marte	1.882	1.52
Giove	11.87	5.21
Saturno	29.44	9.58
Urano	83.81	19.20
Nettuno	163.8	30.05
Plutone	248.1	39.48

Grafico doppio-log





Spettro dei raggi cosmici. *All-Particle Spectrum*

Esercizio

Verificare graficamente la terza legge di Keplero per i satelliti galileiani di Giove. I parametri rilevanti per la verifica sono dati dalla seguente tabella:

Satellite	a (10^3 km)	T (giorni)
Io	421.6	1.76
Europa	670.9	3.55
Ganimede	1070.4	7.16
Callisto	1882.7	16.69

Linearizzazione delle relazioni

Un altro modo per ottenere un grafico con andamento lineare è quello di riportare su un asse lineare la funzione della grandezza che linearizza il modello matematico

Esempio: La funzione che descrive lo spazio in funzione del tempo in moto uniformemente accelerato è: $s = \frac{1}{2} g t^2$

Ponendo in un grafico in ascissa il quadrato del tempo (t^2) la relazione è linearizzata.

Analogamente volendo linearizzare la relazione: $F = mg \sin\theta$

fra *F* e θ si porrà in ascissa sin(θ).

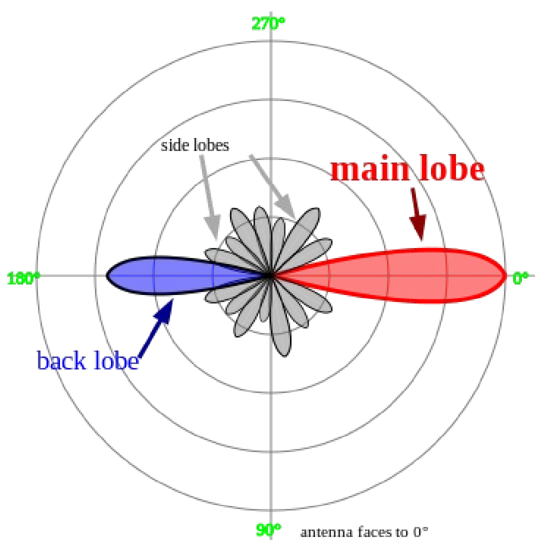
•Diagramma Polare

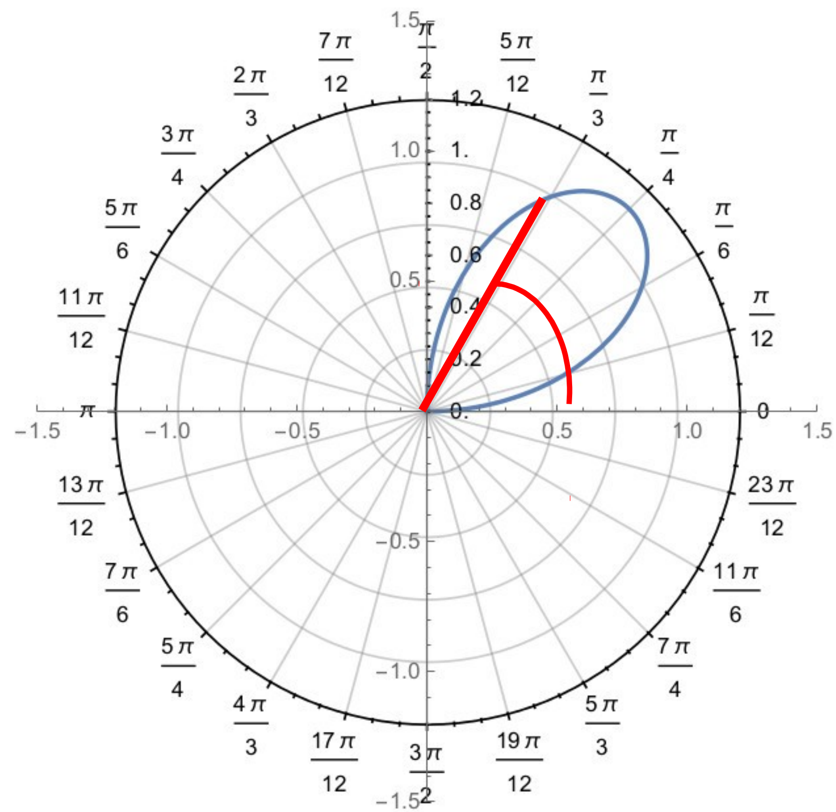
Il diagramma polare rappresenta le funzioni in forma polare. Ovvero ogni punto è individuato da raggio vettore e angolo con l’asse x

Esempio:

Gittata di un proiettile

$$R(\theta) = 2v_o^2 \sin 2\theta / g$$





ISTOGRAMMI

L’istogramma è una rappresentazione della distribuzione dei dati divisi in classi (bin). I bin sono (usualmente) della stessa dimensione. Nelle ordinate si riportano le occorrenze dei valori oppure la loro frequenza.