

# Incertezza di Misura

1. Introduzione
2. Errori casuali e sistematici
3. Il «Valore Vero»
4. Critica del concetto di errore
5. Incertezza di misura – assoluta e relativa
6. Incertezza di tipo A e Tipo B
7. Cause dell'incertezza
8. Conteggi

# Cenni storici

- Fino all'800 nessuno riporta le incertezze nei lavori scientifici.
- Nel 1810 Gauss introduce la sua teoria degli errori e la applica allo studio del moto dei pianeti.
- Fino alla fine dell'800 usata solo in astronomia
- Dal 1890 fino alla fine del 900 usata in fisica e industria –  
Concetto di errore casuale e errore sistematico
- Alla fine del '900 pubblicazione della GUM(\*) con l'introduzione dei concetti di incertezza di tipo A e tipo B.

[Le linee guida di questo corso seguono le indicazioni della GUM](#)

(\*) Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement

# Incertezza nelle misurazioni

Le Misurazioni, ovvero le operazioni che realizzano la definizione operativa di una grandezza fisica hanno come risultato un valore numerico, la "misura"

Qualsiasi misura è sempre e comunque affetta da incertezza – Il "valore vero" è sempre in conoscibile

-

# Il «Valore Vero»

Le misurazioni hanno come obiettivo quello di ottenere il “Valore Vero” della grandezza, ma

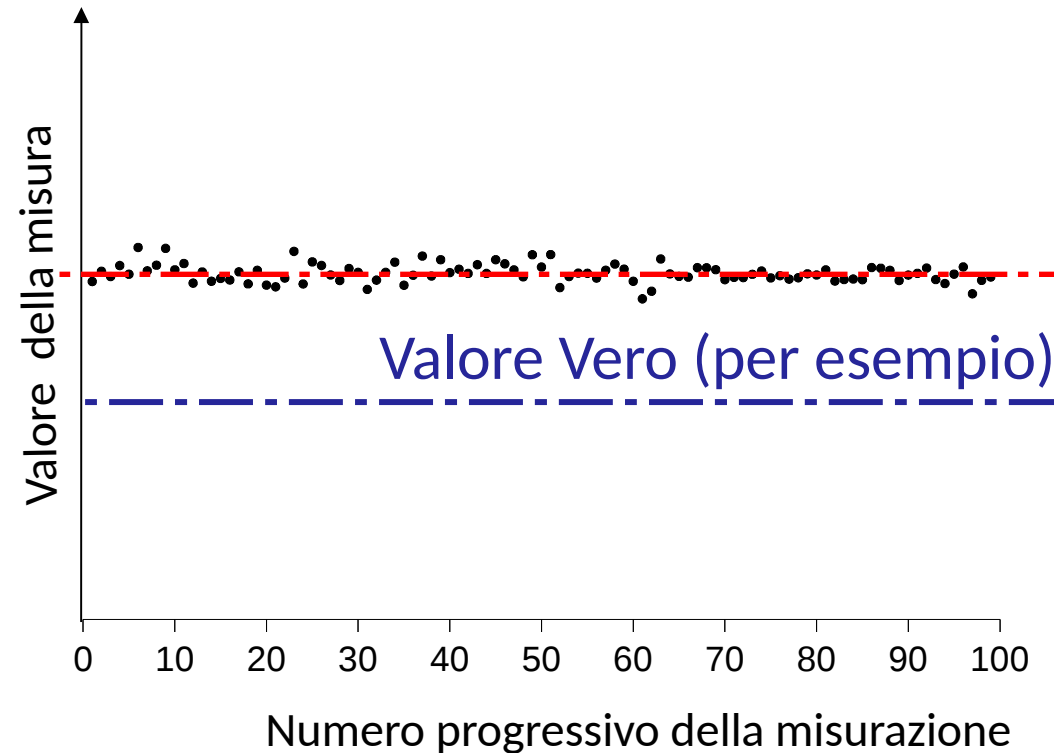
“il valore vero”, a causa dell’incertezza di misura, è una grandezza in conoscibile.

# «Valori Veri !»

In generale è più corretto parlare di  
“Valori Veri” (al plurale) compatibili  
con la definizione del *misurando*.

# Esempio di Misurazioni Ripetute

Un possibile risultato di misurazioni ripetute “*nelle stesse condizioni sperimentali*” potrebbe essere quello qui mostrato.



Cosa possiamo concludere?

Senza una conoscenza dettagliata della strumentazione usata possiamo solo affermare che le misure fluttuano attorno ad un certo valore conferendo aleatorietà al risultato della misura. **(Ma non è detto che il valore attorno a cui fluttuano sia quello vero!)**

# Definizione di Errore di misura (GUM)

Ogni misurazione ha delle “imperfezioni” che influiscono sul valore della misura dando luogo al cosiddetto errore di misura che rende la misura diversa dai «valori veri» ammissibili del misurando.

Si definisce errore di misura  $\epsilon$  la differenza tra un valore vero,  $\mu$  e la misura ottenuta  $x$ :

$$\epsilon = \mu - x$$

The diagram illustrates the equation  $\epsilon = \mu - x$ . Three labels are positioned below the equation: 'Errore' is aligned with  $\epsilon$ , 'Valore Vero' is aligned with  $\mu$ , and 'Misura' is aligned with  $x$ . Arrows point from each label to its corresponding variable in the equation: an arrow from 'Errore' points up to  $\epsilon$ , an arrow from 'Valore Vero' points up to  $\mu$ , and an arrow from 'Misura' points left to  $x$ .

# Proprietà dell'Errore di misura

- L'errore è una grandezza con segno che varia da misurazione a misurazione nelle misure ripetute.
- Come il «valore vero» l'errore di misura è inconoscibile

(Nella concezione pre-GUM l'errore di misura coincide con l'incertezza di misura)



# Errori Casuali e Sistemati (pre - GUM)

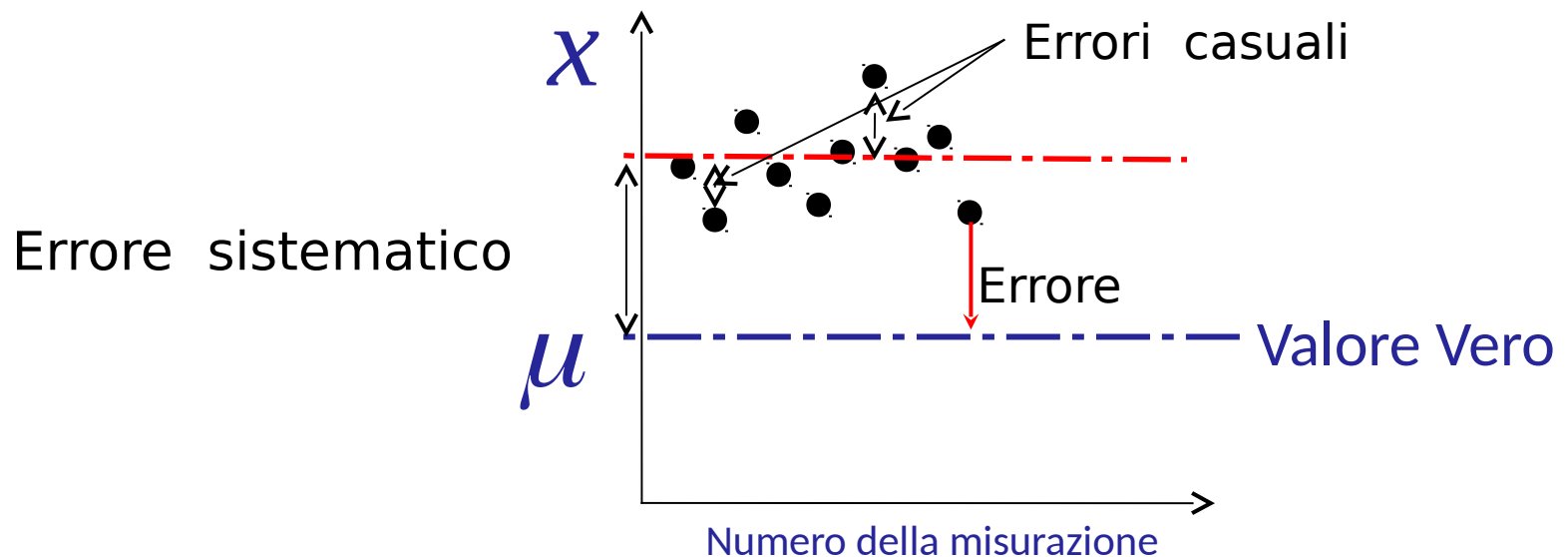
Tradizionalmente si classificavano le componenti dell'errore come

- **Errore casuale (*random error*)**

Deriva da variazioni imprevedibili temporali e/o spaziali delle variabili di influenza.

- **Errore sistematico (*systematic error*)**

Una *variabile di influenza* varia in una direzione il valore del misurando. Se il fenomeno è riconosciuto la misura può essere corretta, ma mai completamente.

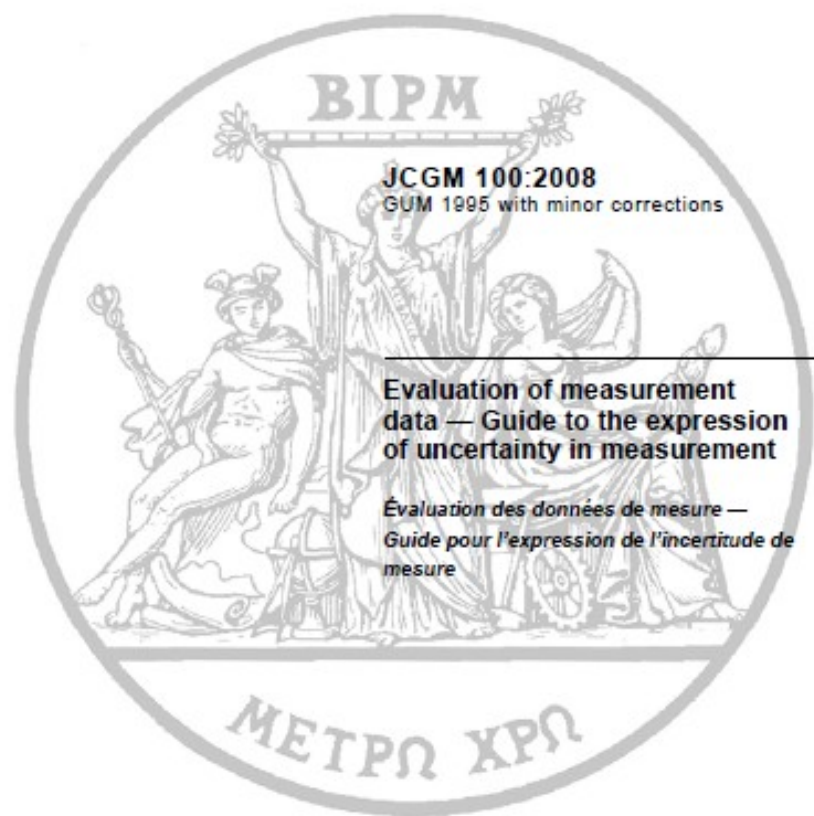


# Incertezza di misura

La divisione tra errori casuali e sistematici è ambigua in quanto lo stesso errore può essere classificato sistematico in una certa situazione e casuale in un'altra.

Esempio. Misura di una tensione con un voltmetro.

Un gruppo di esperti di vari enti interessati alla metrologia (BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML) ha operato una revisione critica del modo con cui si deve trattare la variabilità delle misurazioni e con un atteggiamento pragmatico ha introdotto il concetto di *incertezza* classificando le incertezze di misura secondo il modo con cui si calcolano piuttosto che secondo le cause che le generano (*effetti sistematici e casuali*). [GUM prima edizione 1993]



First edition September 2008

© JCGM 2008



Version 2008 avec corrections mineures

© JCGM 2012

La Guida, citata anche come “GUM”, è stata preparata da un gruppo di esperti di metrologia nominati dal BIPM, IEC, ISO, e OIML.

Le organizzazioni che hanno supportato lo sviluppo di questa guida e che la firmano sono:

BIPM: Bureau International des Poids et Mesures

IEC: International Electrotechnical Commission

IFCC: International Federation of Clinical Chemistry\*

ISO: International Organization for Standardization

IUPAC: International Union of Pure and Applied Chemistry

IUPAP: International Union of Pure and Applied Physics

OIML: International Organization of Legal Metrology

JCGM 100:2008  
GUM 1995 with minor corrections

Evaluation of measurement  
data and the expression  
of uncertainty in measurement

Évaluation des données de mesure —  
Guide pour l'expression de l'incertitude de

First edition, September 2008  
© JCGM 2008

JCGM 200:2012

International vocabulary of  
basic and general  
concepts and associated terms  
(VIM)

3rd edition

2008 version with minor corrections

Vocabulaire international de  
métrologie – Concepts  
fondamentaux et généraux et  
termes associés (VIM)

3<sup>e</sup> édition

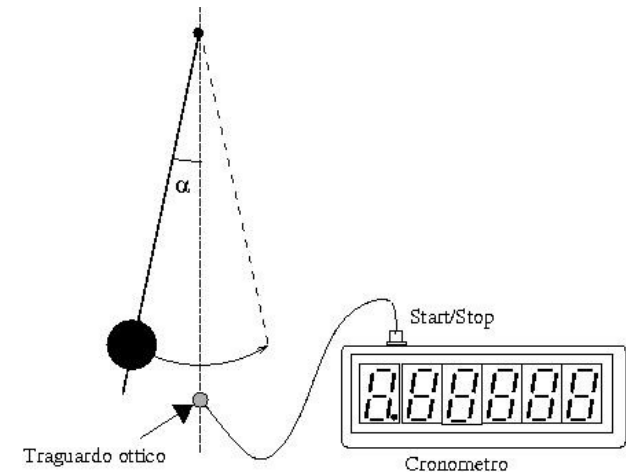
Version 2008 avec corrections mineures

© JCGM 2012

# Esempio di Misurazioni

Misurazione del periodo di un pendolo con un cronometro con un'incertezza migliore di  $10 \mu\text{s}$ .

$i$	$T_i(\text{s})$	$i$	$T_i(\text{s})$
1	1.52631	6	1.52594
2	1.52608	7	1.52592
3	1.52596	8	1.52641
4	1.52595	9	1.52596
5	1.52628	10	1.52611



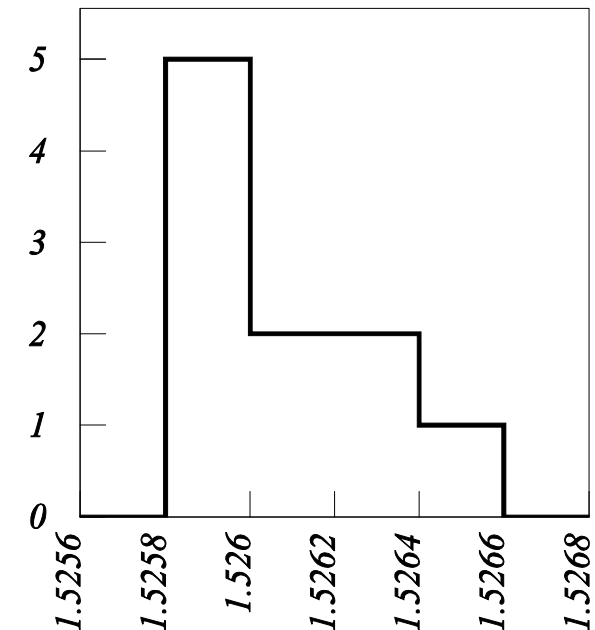
1. Istogramma

2. Media aritmetica  $\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_i^N T_i = 1.526092 \text{ s}$

3. Deviazione standard della media

$$s_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_i^N (T_i - \bar{T})^2} = 0.00018 \text{ s}$$

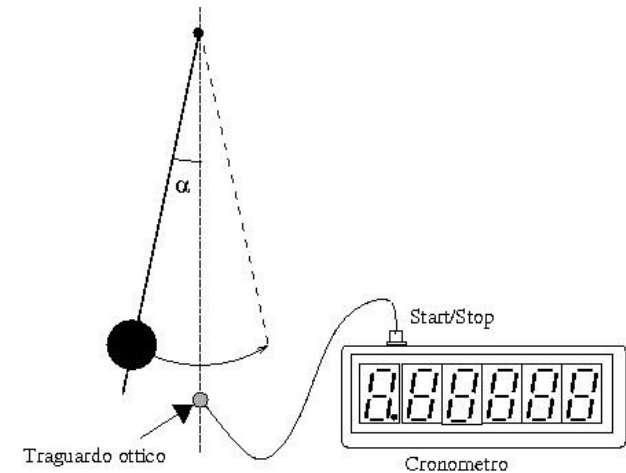
CONCLUSIONE ABBIAMO USATO UN METODO STATISTICO: **INCERTEZZA DI TIPO A**



# Esempio di Misurazioni

Misurazione del periodo di un pendolo con un cronometro con un'incertezza migliore di  $10 \mu\text{s}$ .

$i$	$T_i(\text{s})$	$i$	$T_i(\text{s})$
1	1.52631	6	1.52594
2	1.52608	7	1.52592
3	1.52596	8	1.52641
4	1.52595	9	1.52596
5	1.52628	10	1.52611



1. Istogramma

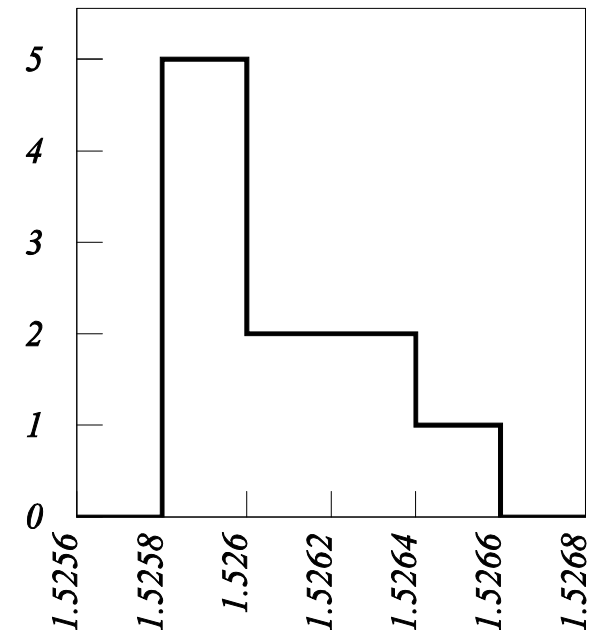
2. Media aritmetica  $\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_i^N T_i = 1.526092 \text{ s}$

3. Deviazione standard della media

$$s_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_i (T_i - \bar{T})^2} = 0.00018 \text{ s}$$

Il metodo usato per ottenere  $s_{\bar{T}}$  è un

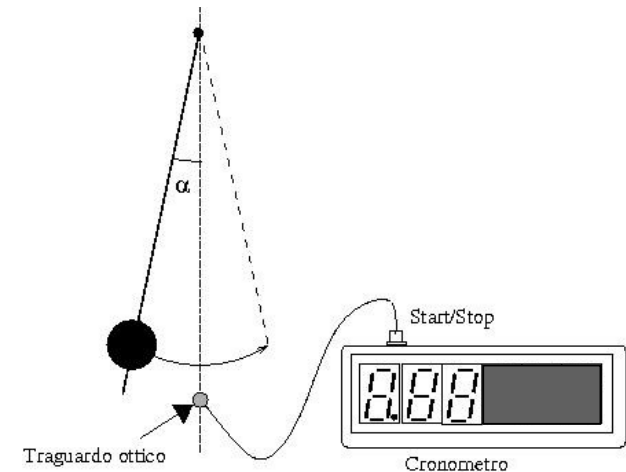
METODO STATISTICO: INCERTEZZA DI TIPO A



# Esempio di Misurazioni

Misurazione del periodo di un pendolo con un cronometro con un'incertezza migliore di 0.01 s

$i$	$T_i(s)$	$i$	$T_i(s)$
1	1.52	6	1.52
2	1.52	7	1.52
3	1.52	8	1.52
4	1.52	9	1.52
5	1.52	10	1.52



Le misure sono uguali tra loro. E' evidente che in questo caso la statistica non è applicabile. Il risultato sarà:

$$T = 1.525 \text{ s}$$

Consultato il manuale del cronometro, l'incertezza sulla misura, dovuta alla discretizzazione del cronometro digitale, vedremo che vale :

$$s_T = \frac{0.01}{\sqrt{12}} s = 0.003 s$$

**Il metodo usato per ottenere  $s_T$  NON è un**

**METODO STATISTICO: INCERTEZZA DI TIPO B**

# Incertezza di Tipo A e Tipo B

INCERTEZZE DI TIPO A sono quelle che si valutano con metodi statistici.

INCERTEZZE DI TIPO B sono tutte quelle che si ottengono con l'uso di metodi diversi da quelli statistici. Le incertezze di tipo B si valutano utilizzando tutta l'informazione ottenibile sulla potenziale variabilità del misurando.

In generale in una misurazione l'incertezza totale sul misurando è dovuta ad entrambe: quelle di Tipo A e di Tipo B



# Valutazione dell'incertezza di Tipo B

... si ottiene, secondo quanto scritto nella GUM, `` *scientific judgement* dello sperimentatore che consiste in tutta l'informazione ottenibile da diverse fonti come:

- dati di misure precedenti in condizioni analoghe
- esperienza o conoscenza dei comportamenti degli strumenti
- specifiche del costruttore dello strumento usato
- dati di taratura dello strumento
- incertezze assegnate a dati di riferimento presi da testi di riferimento

# Le Incertezze di misura

In fisica ogni misura deve avere associato un valore di incertezza sul valore riportato. L'incertezza caratterizza la qualità del risultato ottenuto e permette il confronto fra misure diverse della stessa grandezza e il confronto con le eventuali predizioni teoriche.

## Definizione di incertezza:

**L'incertezza è il parametro, associato con il risultato di una misurazione, che caratterizza la dispersione dei valori che possono essere ragionevolmente attribuiti al misurando.**

$$(x \pm u_x) \text{ u.m.}$$

unità di misura

incertezza standard

valore misurato

Contiene  
opportunamente  
combinare le  
incertezze di tipo  
A e B

# Incertezza - Esempi

Misura del valore di una massa:

$(10 \pm 3)$  kg,  $(10.5 \pm 0.7)$ kg,  $(10.58 \pm 0.05)$ kg

L'incertezza va indicata con una o max. due cifre significative

**CIFRE  
SIGNIFICATIVE  
e  
ARROTONDAMENTO**

**(\*) Espressione  
ambigua. Usare la  
notazione scientifica:**

$$1 \times 10^1$$

Precisione	Approssimazione	Arrotondamento
	cifre significative	cifre decimali
Cinque	12.345	12.34500
Quattro	12.35	12.3450
Tre	12.3	12.345
Due	12	12.35
Una	10(*)	12.3
Zero	n/a	12

# Incertezza Relativa e assoluta

Un modo per citare l'incertezza con il quale risulta più chiara la qualità di una misura è quello di valutare la sua incertezza relativa.

□  $(x \pm u_x)$  u.m.  $u_x$  è l'incertezza assoluta

□  $x$  u.m.  $\pm \frac{u_x}{x}$   $\left(\frac{u_x}{x}\right)$  è l'incertezza relativa  
spesso espressa in %

Esempi:

$(10 \pm 3)$  kg,  $(10.5 \pm 0.7)$ kg,  $(10.58 \pm 0.05)$ kg

10 kg  $\pm 30\%$ , 10.5 kg  $\pm 6.7\%$ , 10.58 kg  $\pm 3\%$

# Le cause dell'Incertezze di misura

Le principali cause dell'incertezza nelle misurazioni sono:

- a) Incompleta definizione del misurando
- b) Imperfetta realizzazione della definizione del misurando
- c) Campione non rappresentativo del misurando
- d) Conoscenza non adeguata degli effetti ambientali
- e) Letture errate degli strumenti analogici (parallasse)
- f) Risoluzione finita o soglia degli strumenti
- g) Valori non esatti dei campioni di riferimento
- h) Valori non esatti delle costanti e altri parametri
- i) Approssimazioni e assunzioni usate nella misurazione
- j) Variazioni in osservazioni sotto apparenti condizioni identiche

## **a) Incompleta definizione del misurando**

Non sempre la definizione del misurando è sufficiente a definirlo in modo non ambiguo. Esempio: «L'accelerazione di gravità al livello del mare»; infatti l'accelerazione di gravità dipende almeno dalla latitudine.

## **b) Imperfetta realizzazione della definizione del misurando**

Esempio 1. Calore specifico dell'acqua. Quanto è puro il campione che si è scelto per la misurazione?

Esempio 2. Accelerazione di un grave nel vuoto. Quanto è veramente «vuoto» il volume in cui si effettua la misura?

## c) Campione non rappresentativo del misurando

Esempio 1. Datazione con il  $^{14}\text{C}$  di un reperto dal quale si preleva un campione che può non essere rappresentativo dell'oggetto (si consideri la storia dell'analisi con il  $^{14}\text{C}$  della sindone).

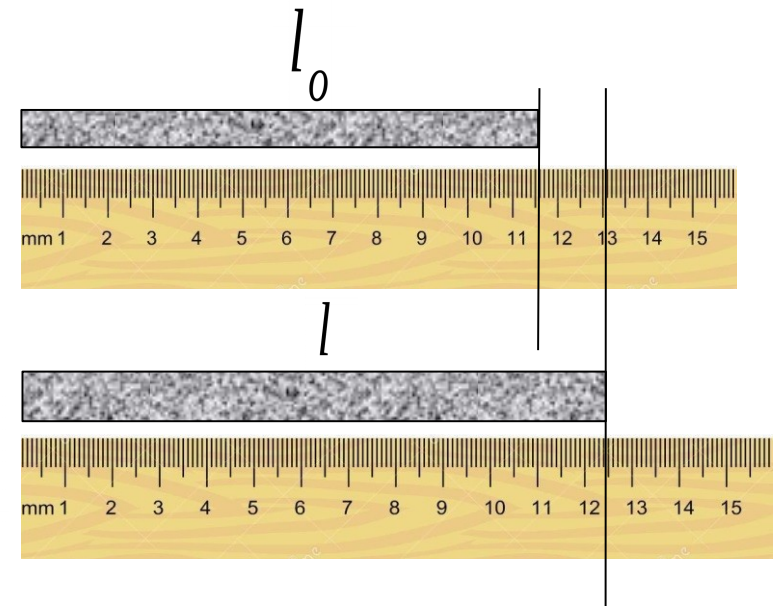
Esempio 2. Sondaggi effettuati su un campione ed estrapolati a tutta la popolazione.

## d) Imperfetta conoscenza delle condizioni ambientali

Esempio. La temperatura è una *variabile di influenza* che spesso ha  $T_0$  conseguenze sulle misurazioni di precisione

$$l = l_0 \frac{1 + \alpha_x (T - T_0)}{1 + \alpha_M (T - T_0)}$$

$$T > T_0$$



## **e) Letture errate degli strumenti analogici**

La lettura degli indici degli strumenti analogici dipende dalla acuità visiva dello sperimentatore ed è inoltre soggetta ad errori di parallasse. Ne segue che l'incertezza da associare ad una misura non dipende unicamente dallo strumento

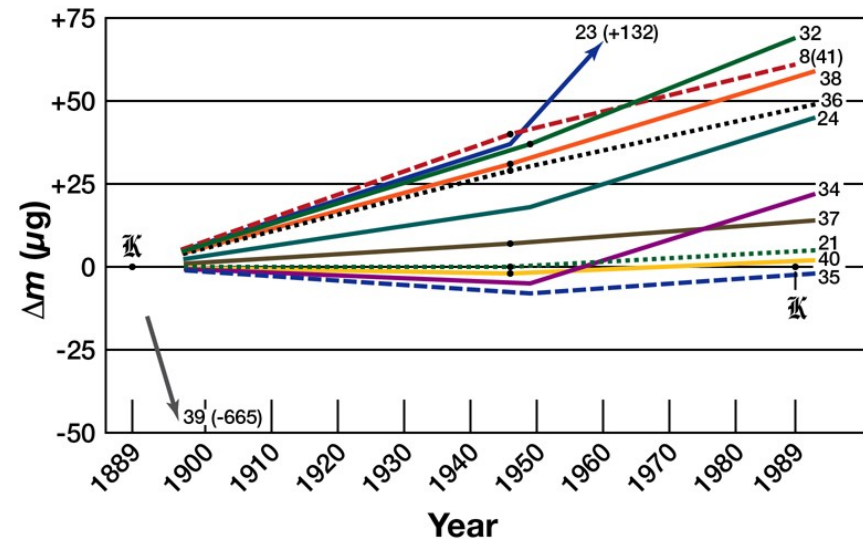
## **f) Risoluzione finita o soglia degli strumenti**

Esempio. Uno strumento digitale non può distinguere misure che differiscono meno della cifra meno significativa mostrata.



## g) Valori non esatti dei campioni di riferimento

I campioni di riferimento possono variare nel tempo, come i chilogrammo campione di platino-iridio che, in modo non compreso, accrescono la loro massa.



## h) Valori non esatti delle costanti e altri parametri

Nel ottenere il valore di una misura spesso si utilizzano dati di riferimento, presi da libri o articoli, la cui incertezza si «propaga» sulla misura.

## **i) Approssimazioni e assunzioni usate nella misurazione**

Esempio. Il periodo di un pendolo semplice è indipendente dall'ampiezza angolare di oscillazione solo se l'angolo tende a zero. Correzione se nota:  $T=T(\alpha)$  - Comunque si ha l'Incertezza sulla correzione

## **j) Variazioni in osservazioni sotto condizioni apparentemente identiche**

Tutte le cause di incertezze elencate a) - i) contribuiscono a questa voce e danno origine a quella che è detta *incertezza casuale*.

# Il caso dei conteggi

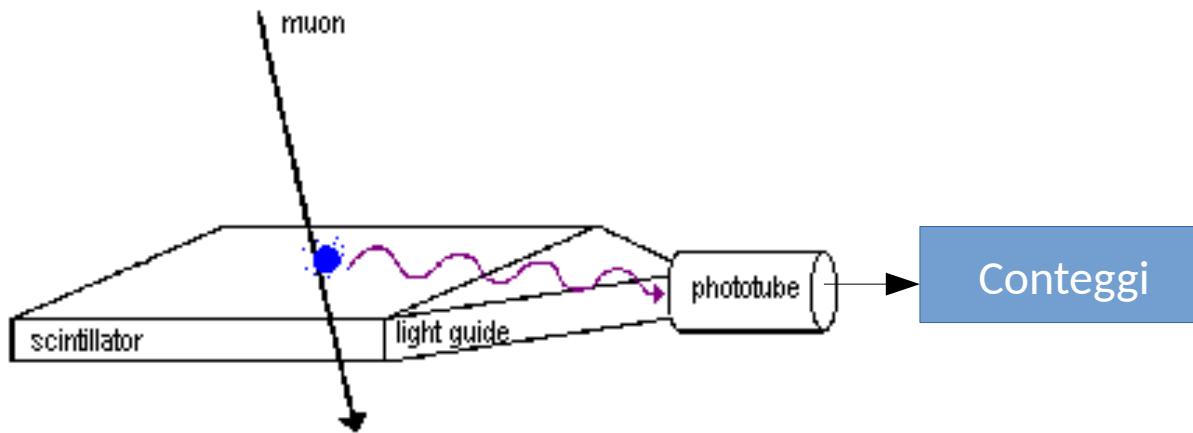
In molti esperimenti si «contano» degli eventi:

- decadimenti radioattivi in un intervallo di tempo  $\Delta t$
- numero dei raggi cosmici su una superficie in  $\Delta t$

....

Il conteggio di per sé è privo di errore, ma se da quel conteggio si vuole stimare il valore di una grandezza fisica, allora quella stima è affetta da un'incertezza la cui stima si ottiene con il calcolo delle probabilità

# Esempio conteggio di Raggi Cosmici



La statistica dei conteggi e' poissoniana quindi se ad esempio in un certo intervallo temporale  $\Delta t=10$  s il contatore abbia contato 225 passaggi di raggi cosmici la misura va riportata come

$$22.5 \pm 1.5 \text{ s}^{-1} \text{ (Counts per s)}$$