Dimensioni di una grandezza fisica

Le dimensioni di una grandezza fisica indicano quali sono le grandezze di base che la definiscono.

Le relazioni che legano le grandezze fisiche sono valide qualsiasi siano le unità di misura scelte. Così:

Area = base x altezza

Volume = Area x altezza

Velocità = spazio / tempo

Accelerazione= Velocità/ tempo

Per esempio se in un certo sistema meccanico si riduce l'unità di misura della lunghezza di un fattore L=100 (da metri a centimetri), e l'unità di misura del tempo di un fattore T=60 (da minuti a secondi) si deve:

Dimensioni di una grandezza fisica

- Moltiplicare le lunghezze per $L^1 T^0$
- Moltiplicare i tempi per $L^0 T^1$
- Moltiplicare le aree per $L^2 T^0$
- Moltiplicare i volumi per $L^3 T^0$
- Moltiplicare le velocità per $L^1 T^{-1}$
- Moltiplicare le accelerazioni per $L^1 T^{-2}$

Gli esponenti di *L* e *T* sono le dimensioni della grandezza fisica considerata rispetto alla lunghezza e al tempo

Dimensioni di una grandezza fisica (cont.)

Ogni grandezza fisica ha una sua dimensione che di esprime con le dimensioni delle grandezze di base.

Le dimensioni grandezze di base del SI (meccanica) si indicano come:

- Dimensioni della lunghezza [L]
- Dimensioni del tempo [T]
- Dimensioni della massa [M]

La dimensione di una grandezza fisica si indica racchiudendola tra parentesi quadre. Esempio – Dimensioni di una velocità e di un'energia:

$\upsilon=\Delta s/\Delta t,\qquad [\upsilon]=[\Delta s/\Delta t]=[\Delta s]/[\Delta t]=LT^{-1}$

$E_k=m\upsilon^2/2,\qquad [E_k]=[m\upsilon^2/2]=[m][\upsilon^2]/[2]=ML^2T^{-2}$

Grandezze fisiche omogenee

In generale, per ogni grandezza fisica X potremo scrivere

$$[X]=L^a \ T^b \ M^c \ldots.$$

Questa formula e' del tutto generale e afferma che

la dimensione di una qualsiasi grandezza fisica si esprime come una relazione monomia delle grandezze di base.

Grandezze fisiche con le stesse dimensioni sono dette omogenee.

<u>Solo grandezze omogenee possono essere sommate o comparate</u>

Dimensioni di alcune Grandezze fisiche

$$\begin{aligned}
\text{Velocità} \quad & [v] = [L][T]^{-1} \\
\text{Accelerazione} \quad & [a] = [L][T]^{-2} \\
\text{Forza} \quad & [F] = [M][L][T]^{-2} \\
\text{Energia} \quad & [E] = [M][L]^2[T]^{-2}
\end{aligned}$$

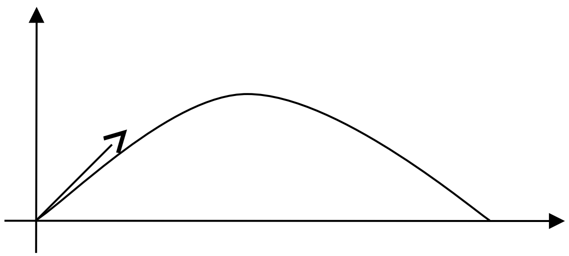
Controllo delle formule con l' Analisi Dimensionale

- Le dimensioni fisiche grandezze uguagliate o sommate debbono essere le stesse (grandezze omogenee).
- Se le dimensioni sono differenti la formula è sicuramente errata, il contrario non è vero, in altre parole:
- Il controllo dimensionale è *Condizione necessaria ma non sufficiente* per la correttezza di una formula
- Per il controllo delle dimensioni è necessario scrivere le formule in *modo letterale* sostituendo i valori numerici solo alla fine.

Esempio di controllo dimensionale di un relazione

Esempio. Gittata di un proiettile

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_o \sin\theta\, t \\ x = v_o \cos\theta\, t \end{cases}$$



$$y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_o \cos^2\theta} + x\sin\theta$$

Formula ERRATA !

$$[y] = [g][x^2][v_o]^{-1} = [L][T]^{-2}[L]^2[L]^{-1}[T] = [L]^2[T]^{-1}$$

Entrambi i termini nella relazione sono errati. L’analisi dimensionale permette di affermare soltanto che il primo termine è errato.

Argomenti delle funzioni trascendenti

Conseguenza dell'analisi dimensionale è che gli argomenti delle funzioni trascendenti devono essere numeri puri (adimensionali), infatti le f. t. sono esprimibili come una serie di potenze crescenti.

Ad esempio la funzione esponenziale, attorno a *x=0,* ammette lo sviluppo in serie di potenze:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$$

Leggi fisiche dedotte dall'analisi dimensionale

E' possibile dedurre leggi fisiche, a meno di una costante moltiplicativa adimensionale, dalla analisi dimensionale.

Esempi:

- Il periodo del pendolo
- Il teorema di Pitagora
- Energia della prima bomba atomica

L'energia della prima atomica