| 2 Dicembre 2010

Esercizio

Un orologio a pendolo è costituito di un pendolo semplice di ottone di lunghezza L. Una notte la temperatura della casa è di 23°C e il periodo del pendolo è di 1 s. A questa temperatura l'orologio funziona perfettamente. Se la temperatura alle dieci di sera scende rapidamente a 19°C e rimane costante, quale sarà l'ora vera nell'istante in cui l'orologio indicherà le dieci di mattina, il giorno seguente?

Soluzione

Il coefficiente di dilatazione lineare dell'ottone è $\alpha = 19 \times 10^{-6}\ K^{-1}$.
Passando da 23°C a 19°C, si ha una variazione di $\Delta T = -4\ K$.
La lunghezza del pendolo si accorcia e diventa

$$\tilde{L} = L + \alpha \Delta T L = (1 + \alpha \Delta T) L .$$

Il periodo del pendolo è $t = 2\pi \sqrt{L/g}$, per cui il pendolo a 19°C avrà un periodo più corto dato da

$$\tilde{t} = 2\pi \sqrt{\frac{\tilde{L}}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}(1 + \alpha \Delta T)} = t \sqrt{1 + \alpha \Delta T}$$

Si ha numericamente

$$\tilde{t} = 1\,s \sqrt{1 - 19 \times 10^{-6} \times 4} = 0,999962\ s$$

cioè ogni secondo del pendolo a 23°C, quello a 19°C anticipa di $0,000038\ s = 38 \cdot 10^{-6}\ s$. In 12 ore ci sono 43 200 s, per cui l'anticipo sarà di $38 \cdot 10^{-6}\ s \times 43\,200$, cioè di 1,6416 s. Allora quando il pendolo a 19°C segna le 10 di mattina, l'ora vera sarà

9 : 59 : 58,35 .

2 Dicembre 2010

Esercizio

Un condizionatore d'aria di Carnot opera fra la temperatura interna di 21°C e la temperatura esterna di 32°C.

a. Calcola qual è la quantità di lavoro che il condizionatore deve compiere per far uscire 1550 J di calore dall'interno della casa.

b. Calcola qual è la quantità di calore emessa all'esterno.

Soluzione

Nello schema del ciclo di Carnot, la casa è il serbatoio freddo e l'esterno quello caldo. Si hanno le formule

$$\frac{Q_c}{Q_f} = \frac{T_c}{T_f} \qquad L = Q_c - Q_f .$$

Si ha per il rapporto delle temperature

$$\frac{T_c}{T_f} = \frac{32 + 273,15}{21 + 273,15} = 1,0374$$

$$Q_c = 1550\,J\ \frac{T_c}{T_f} = 1607,96\,J \simeq 1608\,J$$

$$L = Q_c - Q_f = 1608\,J - 1550\,J = 58\,J.$$

2 Dicembre 2010

Esercizio

Calcolare il lavoro compiuto da 10 g di O_2 che si espandono isotermicamente alla temperatura di 20 °C da 100 a 0,3 Atm di pressione.

Soluzione

Siano T_i, V_i, P_i e T_f, V_f, P_f i valori iniziali e finali.

Poiché la trasformazione è isoterma si ha $T_i = T_f$.

La formula del lavoro durante un'espansione isoterma è

$$L = n T R \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$T = 20\,°C + 273,15 = 293,15\,K$

$R = 8,3145\ J K^{-1} mol^{-1}$

$n = 10/32$

$$P_i V_i = P_f V_f \Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{P_i}{P_f} = \frac{100}{0,3}$$

quindi

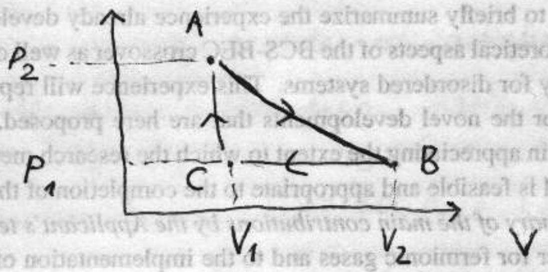
$$L = \frac{10}{32}\ 8,3145 \cdot 293,15\ \ln \frac{100}{0,3}$$

$$= 4424,7437\ J.$$

2 Dicembre 2010

Esercizio

Un gas è sottoposto al ciclo ABCA mostrato in figura -



$P_1 = 10^6\ Pa$

$P_2 = 3 \cdot 10^6\ Pa$

$V_1 = 2 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$V_2 = 8 \cdot 10^{-3}\ m^3$

Il ciclo viene ripetuto 100 volte al minuto. Determinare la potenza prodotta -

Soluzione

In un ciclo il lavoro fatto è pari all'area del triangolo ABC, cioè

$$L = \frac{(V_2 - V_1)(P_2 - P_1)}{2}$$

Poichè il ciclo è ripetuto 100 volte al minuto, il lavoro fatto al secondo, cioè la potenza, è

$$W = \frac{100}{60} \frac{(V_2 - V_1)(P_2 - P_1)}{2} =$$

$$= \frac{100}{60} \frac{6 \cdot 10^{-3}\ m^3 \ \ 2 \cdot 10^6\ Pa}{2} = 10^4\ J\,s^{-1} = 10^4\ W$$

$$= 10\ kW$$

2 Dicembre 2010

Esercizio

Un recipiente a pareti rigide ed adiabatiche è diviso in due parti A e B da un setto pure adiabatico. Nelle due parti sono contenute rispettivamente $n_A = 2$ e $n_B = 3$ moli di gas ideale biatomico alla temperatura $T_A = 300\,K$ e $T_B = 800\,K$. Si toglie il setto e i due gas si mescolano. I volumi sono $V_A = 2 \cdot 10^{-3}\,m^3$ e $V_B = 4\, 10^{-3}\,m^3$. Si determini:

a) la temperatura di equilibrio del sistema;

b) la variazione di entropia del sistema;

Soluzione

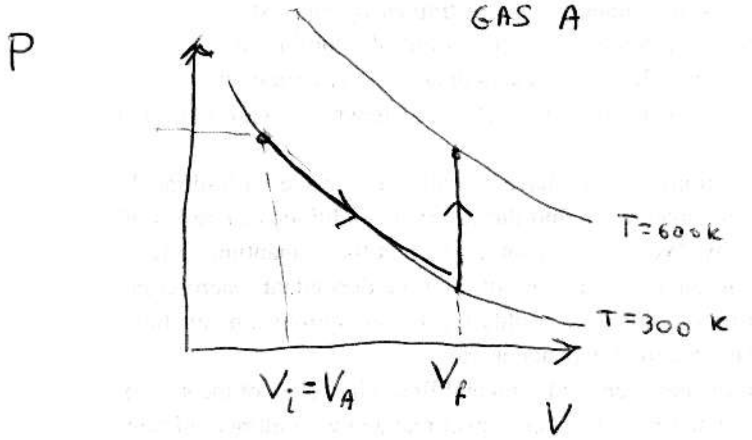
I due gas compiono un'espansione libera, cioè non compiono lavoro. Quindi per ciascuno si ha $Q_A = \Delta U_A$ e $Q_B = \Delta U_B$ per il primo principio. Poichè il recipiente è adiabatico $Q_A + Q_B = 0$, cioè $Q_A = -Q_B$ o anche $\Delta U_1 = -\Delta U_2$. Usando la formula dell'energia interna

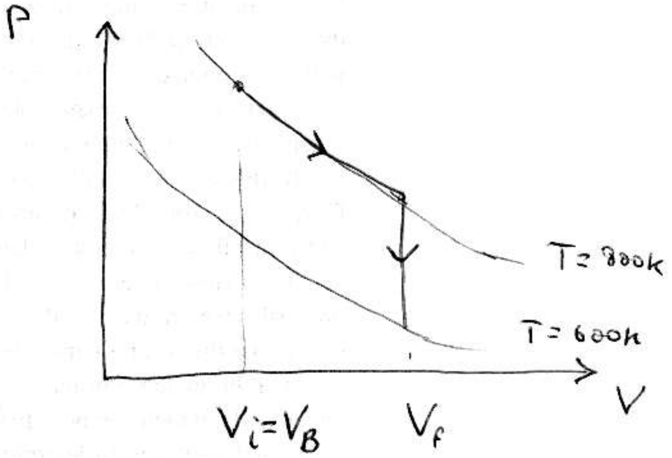
$$n_A c_v (T_f - T_A) = -n_B c_v (T_f - T_B)$$

da cui

$$T_f = \frac{n_A T_A + n_B T_B}{n_A + n_B} = \frac{2 \cdot 300 + 3 \cdot 800}{5} = 600\,K.$$

La variazione di entropia è la somma delle variazioni per ciascun gas. ~~Si ha~~ Per ciascun gas possiamo calcolare la variazione di entropia lungo una trasformazione reversibile costituita da un'isoterma seguita da un'isocora.





Per entrambi i gas $V_f = V_A + V_B$.

$$\Delta S_A = n_A R \ln \frac{V_A+V_B}{V_A} + n_A C_v \ln \frac{T_f}{T_A}$$

$$\Delta S_B = n_B R \ln \frac{V_A+V_B}{V_B} + n_B C_v \ln \frac{T_f}{T_B}$$

$$\cancel{\Delta S = n_A R \ln \frac{V_A+V_B}{V_A} + n_A \frac{5}{2} R \ln}$$

$$\Delta S_A = 2\left(\ln 3 \cdot \cancel{10^{-3}} + \frac{5}{2} \ln 2\right) \cdot R = 5{,}6629\, R$$

$$\Delta S_B = 3\left(\ln \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \ln \frac{3}{4}\right) R = -0{,}9412\, R$$

$$\Delta S = 4{,}7217\, R = 4{,}7217 \times 8{,}3145 = 39{,}2586\ \mathrm{J\,K^{-1}}.$$

$\cancel{= CR}$

$$\cancel{\Delta S = R \ln\left[3^2 \cdot 2^{5/2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{5/2}\right]}$$

$$\cancel{= R \ln\left[3^{2+3+15/2} \cdot 2^{5/2-3-15}\right] = R \ln\left[\frac{3^{25/2}}{2^{13/2}}\right] = \frac{3}{2} R \ln \frac{3^5}{2}}$$