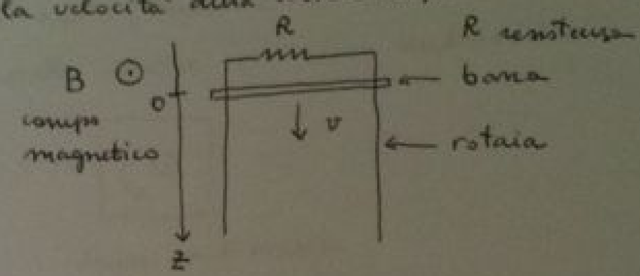
20 Gennaio 2011

Esercizio

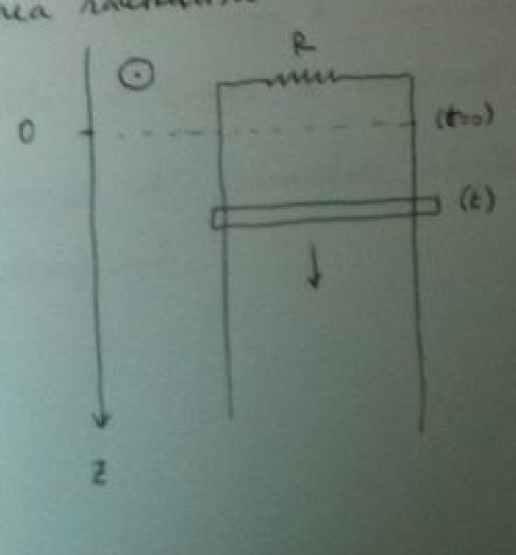
Una barra conduttrice di massa m è a contatto con due rotaie verticali separate da una distanza L. L'intero sistema è immerso in un campo magnetico di intensità B uscente dal foglio. Si assuma che la barra scivoli senza attrito. Trova la velocità della barra dopo che è caduta per lungo tempo.



Soluzione

Si consideri la barra, all'istante iniziale $t=0$, ferma nella posizione $z=0$. In questo istante la barra insieme con le rotaie e la resistenza R forma un circuito. Il campo magnetico è perpendicolare a questo circuito e quindi vi è flusso concatenato. All'istante iniziale non vi è forza elettromotrice applicata e non scorre corrente nel circuito.

Supponiamo ora di lasciare andare la sbarra per effetto della gravità. Mentre la sbarra scivola verso il basso, l'area racchiusa dal circuito aumenta. In tal modo varia il flusso del campo magnetico concatenato.



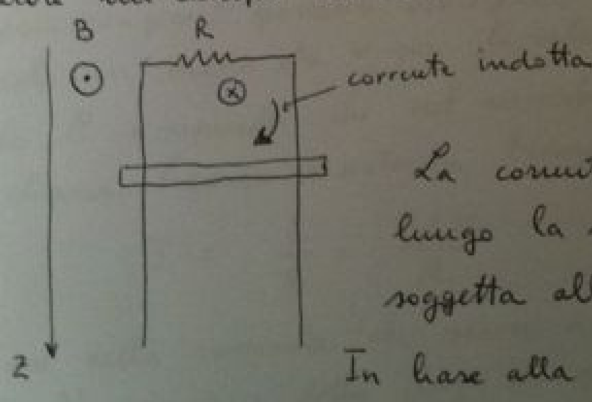
Se varia nel tempo il flusso, la legge di Faraday ci dice che ci deve essere una forza elettromotrice indotta nel circuito.

A causa della forza elettromotrice, comincerà a scorrere nel circuito una corrente I, il cui verso sarà tale da generare un flusso di campo magnetico che si oppone al flusso che l'ha generata. Ricordiamo che in una spira, se la corrente scorre in senso orario il campo magnetico generato è entrante, mentre è uscente se la corrente scorre in verso antiorario.

Senso orario

Senso antiorario.

Nel caso in questione quindi la corrente deve scorrere in modo da generare un campo entrante nel foglio.



La corrente indotta scorrendo lungo la sbarra la rende soggetta alla forza di Lorentz. In base alla regola della mano destra la forza di Lorentz ~~corrente un~~ è diretta verso l'alto e tende a contrastare la forza di gravità.

Vediamo di formulare matematicamente queste considerazioni.

La f.e.m. indotta in modulo vale

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

dove $\Delta\phi$ è la variazione di flusso di campo magnetico concatenato avvenuta nel tempo Δt. Il flusso di campo magnetico concatenato è definito come il prodotto di B per l'area del circuito stesso. In un tempo Δt, se la sbarra si muove di Δz verso il basso, spazza un'area $L\Delta z$ e quindi $\Delta\phi = BL\Delta z$ rappresenta la variazione di flusso. Poichè $\Delta z/\Delta t$ è la velocità media nell'intervallo Δt, si ha

$$\mathcal{E} = BLv .$$

Queste considerazioni possono essere fatte considerando Δt molto piccolo in modo che v sia la velocità istantanea. Conoscendo $\mathcal{E}$ e sapendo che nel circuito vi è R e che rotaie e sbarra hanno resistenza trascurabile otteniamo

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BLv}{R}$$

l'espressione della corrente che scorre nella sbarra. Usando l'espressione della forza di Lorentz per fili percorsi da corrente si ha

$$F = IBL = \frac{BLv}{R} BL = \frac{B^2 L^2 v}{R} .$$

All'istante t, l'equazione del moto è quindi

$$ma = mg - \frac{B^2 L^2}{R} v .$$

Vediamo che l'azione della corrente indotta introduce una forza che dipende dalla velocità ed ha segno opposto a questa. Tale forza ha un effetto frenante.

All'inizio $v=0$, quindi domina il termine mg, che fa aumentare v. Se v raggiunge un valore tale che la forza totale non aumenta più, allora tale valore di v rimane costante. Questo è il valore di v cercato

$$v = \frac{mgR}{B^2L^2} .$$

~~Mentre~~ la Supponiamo ora che la spira abbia raggiunto tale regime di caduta a v costante. Se cade di un tratto h, perde energia potenziale mgh, che però non diventa energia cinetica, poiché la velocità resta costante. Tale energia è dissipata dalla resistenza.

$$E_{dissipata} = P \cdot t_{caduta} = \frac{P\, h}{v} = \frac{R I^2 h}{v}$$

$$= R \left(\frac{BLv}{R}\right)^2 \frac{h}{v} = \frac{B^2L^2}{R} h v = \frac{B^2L^2}{R} h \frac{mgR}{B^2L^2} = mgh$$

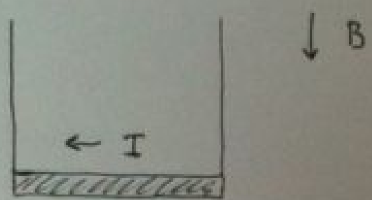
cioè esattamente la perdita di energia potenziale.

20 Gennaio 2011

Esercizio

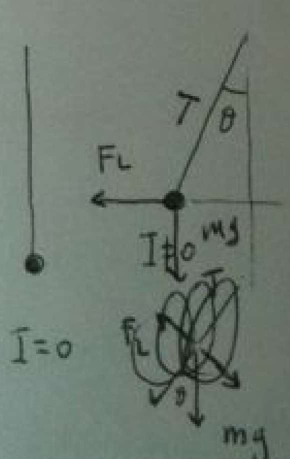
Una barra di metallo di massa m e lunghezza L è tenuta sospesa da due fili conduttori, come mostrato in figura. Un campo magnetico uniforme di intensità B punta verticalmente verso il basso. Trova l'angolo θ che il filo forma con la verticale quando la barra è percorsa da una corrente I.

Soluzione



In base alla regola della mano destra la forza di Lorentz è uscente dal foglio e tende a spostare la sbarra rispetto alla posizione in assenza di corrente.

Quando la sbarra non è percorsa da corrente, l'azione della gravità è bilanciata dalla tensione dei fili. Quando la sbarra si sposta a causa della forza di Lorentz ~~parte~~ l'azione della gravita è solo parzialmente bilanciata dalla tensione dei fili. Si ha allora



$$\cancel{T = mg\cos\theta}$$

$$\cancel{F_L = mg\sin\theta}$$

$$F_L = T\sin\theta$$

$$mg = T\cos\theta$$

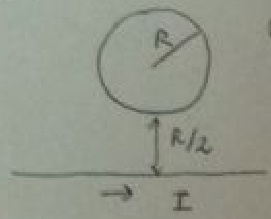
$$\operatorname{tg}\theta = \frac{F_L}{mg} \qquad F_L = IBL$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\left[\frac{IBL}{mg}\right].$$

20 Gennaio 2011

Esercizio

Una singola spira conduttrice di raggio R è posta vicino ad un lungo filo rettilineo, come è mostrato in figura - La corrente nel filo punta verso destra e la sua intensità è I.



a) In quale verso deve scorrere la corrente nella spira per produrre al suo centro un campo magnetico nullo?

b) Calcola l'intensità della corrente in a.

Soluzione -

Al centro della spira il campo prodotto dal filo è uscente dal foglio - La corrente nella spira deve scorrere in senso orario per produrre un campo entrante che si oppone a quello del filo -

Il campo del filo al centro della spira ha intensità

$$B_F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R+R/2} = \frac{\mu_0}{3\pi}\frac{I}{R}$$

Il campo della spira è

$$B_S = \frac{\mu_0}{2}\frac{I_S}{R}$$

quindi

$$\frac{\mu_0}{2}\frac{I_S}{R} = \frac{\mu_0}{3\pi}\frac{I}{R} \Rightarrow \boxed{I_S = \frac{2}{3\pi} I}$$